

На правах рукописи

Васильев Алексей Алексеевич

**Резонансные явления в динамике
заряженных частиц в электромагнитных полях
сложной конфигурации**

01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва 2012

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте космических исследований Российской академии наук.

Научный консультант: доктор физико-математических наук
Нейштадт Анатолий Исерович,
ведущий научный сотрудник ИКИ РАН

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Истомина Яков Николаевич,
главный научный сотрудник
Физического института
им. П. Н. Лебедева РАН, Москва

доктор физико-математических наук,
профессор Лерман Лев Михайлович,
Нижегородский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород

доктор физико-математических наук,
профессор Тимофеев Александр
Владимирович, главный научный сотрудник
Национального исследовательского центра
“Курчатовский институт”, Москва

Ведущая организация: Институт проблем механики
им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва

Защита состоится « 7 » декабря 2012 г. в 11:00 часов на заседании диссертационного совета Д 002 113 03 в конференц-зале Института космических исследований РАН по адресу:

Москва 117997, Профсоюзная ул. 84/32, подъезд А-2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИКИ РАН

Автореферат разослан «__» _____ 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002 113 03
кандидат физ.-мат. наук

Т. М. Буринская

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В диссертационной работе исследуются резонансные явления в задачах о динамике заряженных частиц в электромагнитных полях сложной конфигурации, в частности, эффекты резонансного взаимодействия волна-частица. Резонансное взаимодействие заряженных частиц с электростатическими и электромагнитными волнами представляет собой один из классических объектов исследования в физике плазмы и наблюдается и в околоземном пространстве, и в лабораторных экспериментах. Резонансные эффекты активно исследуются, начиная от классической задачи о затухании электростатической волны за счёт резонанса с электронами (затухании Ландау) и заканчивая современными теориями нагрева и ускорения плазмы (см., например, [24, 25]). С математической точки зрения, наличие резонансов приводит к неинтегрируемости и хаотизации динамики в системе [26, 27]. В работе используется математическая теория явлений рассеяния на резонансе, захвата в резонанс и перехода через сепаратрису в системах с быстрыми и медленными движениями в форме, развитой в работах [28, 29, 30]. Гамильтоновский вариант этой теории последовательно применяется и развивается в приложении к физическим задачам во всей диссертации.

Результаты, изложенные в диссертации, носят общий характер и применимы к различным магнито-плазменным системам. Однако основные количественные оценки проводятся при значениях параметров, характерных для хвостовой области земной магнитосферы.

Заряженная частица в поле электромагнитной или электростатической волны в присутствии достаточно слабого фонового магнитного поля может при прохождении через резонанс с волной типа черенковского быть захвачена в потенциальную яму волны и начать ускоренное движение вдоль волнового фронта. Это явление называется серфотронным ускорением [31]. Этот механизм позволяет описать ускорение частиц в ударных волнах, наблюдаемых в солнечной короне и в межпланетном пространстве (см. обзор [32] и ссылки в нем). Также серфотронное ускорение считается механизмом, позволяющим описать генерацию высокоэнергичных частиц в задачах астрофизики [33, 34]. Исследованию захватов в режим серфотронного ускорения в модельных задачах о динамике заряженной частицы в электростатической или электромагнитной волне и фоновом слабом маг-

нитном поле посвящена Глава 2 диссертации. Захваты в таких системах оказываются возможны в случае однородного магнитного поля, в отличие от задач о динамике в сильном магнитном поле, где захват обеспечивается продольной неоднородностью поля [35, 36].

Одну из важных задач физики плазмы представляет собой исследование динамики заряженных частиц в магнитных ловушках и, в частности, в магнитосфере Земли. Значительное внимание в последние годы уделялось исследованию динамики заряженных частиц в области обращения магнитного поля в хвосте магнитосферы Земли [37]. В частности, были изучены различные механизмы хаотизации движения ионов и оценен диапазон параметров электрического и магнитного полей, в котором происходит хаотизация (см. работу [38] и ссылки на неё). Были исследованы механизмы разрушения адиабатических инвариантов (магнитного момента и продольного адиабатического инварианта) и оценено время разрушения адиабатической инвариантности и развития хаоса в системе. Исследовалась также динамика ионов в хвосте магнитосферы в присутствии электростатической или электромагнитной волны.

Резонансное ускорение электронов за счёт захватов в волну детально исследовано для систем с сильным магнитным полем, моделирующих область внутренней магнитосферы Земли (радиационные пояса). В таких системах захват частицы волной возможен благодаря продольной (вдоль направления магнитного поля) неоднородности амплитуды фонового магнитного поля и параметров волны (см. обзор [39] и ссылки в нём). Однако, отдельный интерес представляют собой задачи резонансного взаимодействия адиабатических электронов с волнами в присутствии слабого фонового магнитного поля, когда сила, действующая на частицу со стороны волны, сопоставима с силой Лоренца со стороны фонового поля. Такие ситуации могут реализовываться в переходной области между внутренней магнитосферой и хвостовой частью магнитосферы, где фоновое поле часто ослаблено токами горячих ионов, инжектируемых во время активных периодов. Также представляет интерес исследование динамики электронов в области обращения магнитного поля в присутствии электростатической или электромагнитной волны, распространяющейся под углом к магнитному полю, поскольку их динамика существенно отличается от динамики ионов. Этим вопросам посвящена Глава 3 диссертации. Как

показывают наблюдения, электростатические возмущения, иногда весьма значительной амплитуды, часто наблюдаются в хвосте магнитосферы наравне с электромагнитными возмущениями различных типов.

Задачи, связанные с изменением режима движения с захваченного на пролетное, возникают во многих областях физики. С математической точки зрения, такому изменению соответствует переход через сепаратрису в фазовом пространстве системы. Помимо задач о движении заряженных частиц в волновых полях, это явление важно также в радиофизике (распространение коротких радиоволн в ионосфере, физике твердого тела (движение заряженных квазичастиц), небесной механике (происхождение люков Кирквуда в поясе астероидов), гидродинамике.

Переход через сепаратрису представляет собой особый тип резонанса, при котором частота изменения быстрых переменных системы при замороженных значениях медленных переменных обращается в ноль, а правая часть уравнений движения в стандартной форме метода усреднения имеет особенность. При изменении медленных переменных форма сепаратрис на фазовой плоскости быстрого движения изменяется: в частности, может изменяться площадь, охватываемая сепаратрисой. В то же время, площадь внутри замкнутой траектории невозмущенной (при замороженных значениях медленных переменных) системы является адиабатическим инвариантом точной системы и приблизительно сохраняется в ходе эволюции. Это приводит к тому, что фазовые траектории точной системы могут переходить через сепаратрису невозмущенной системы. Поскольку на сепаратрисе частота изменения быстрых переменных обращается в ноль, стандартный метод усреднения здесь не работает. Пусть малый параметр ε определяет отношение типичных скоростей изменения медленных и быстрых переменных. Оказывается, что при переходе через сепаратрису значение адиабатического инварианта (действия в быстрой системе) испытывает скачок, имеющий две составляющие. Одна из них имеет величину порядка единицы и связана с геометрией задачи (так называемый геометрический скачок). Другая составляющая, малая по параметру ε (в типичной ситуации она имеет порядок $\varepsilon \ln \varepsilon$), собственно, и обусловлена неадиабатичностью движения, и ее можно рассматривать как случайную.

Формулы для изменения адиабатического инварианта при переходе через сепаратрису были сперва получены для гамильтоновых систем с одной

степенью свободы, гамильтониан которых зависит от медленно изменяющегося параметра [40, 41, 42]. Такие системы являются частным случаем систем с быстрыми и медленными движениями. Для гамильтоновой системы с быстрыми и медленными переменными такая формула была получена в [28]. При рассмотрении результата многократных переходов через сепаратрису важна связь между значениями быстрых фаз при двух последовательных переходах. Для случая гамильтоновой системы, зависящей от медленно изменяющегося параметра, такая формула была получена в [43], для общего случая такая формула отсутствовала. В общем случае гамильтоновой системы с быстрыми и медленными переменными соответствующая формула получена в разделе 4.1 диссертации.

Многократные переходы через сепаратрису приводят, как показывает численный эксперимент и эвристические рассуждения, к хаотизации динамики в большой области фазового пространства (см., например, [42, 28]). Надо отметить, однако, что строгих результатов о хаосе в области переходов через сепаратрису практически не существует. Визуально в ряде задач область переходов через сепаратрису выглядит как область динамического хаоса, в которой отсутствуют какие бы то ни было острова устойчивости. В [44] показано, что индивидуальный остров устойчивости в этой области, если он существует, не может иметь меру, превышающую по порядку ε . Тем не менее, в работе [45] для системы, зависящей от медленно меняющегося параметра, при выполнении дополнительных условий симметрии было установлено наличие в области переходов через сепаратрису большого числа (порядка ε^{-1}) островов устойчивости, каждый из которых имеет меру порядка ε . Тем самым, суммарная мера островов устойчивости есть величина порядка единицы и не стремится к нулю при стремлении ε к нулю. В общем случае гамильтоновой системы с быстрыми и медленными движениями вопрос о наличии устойчивых периодических траекторий в области переходов через сепаратрису оставался открытым. Он рассмотрен в разделе 4.2 диссертации. Нарушение упомянутых выше дополнительных условий симметрии приводит к тому, что периодические траектории в области переходов через сепаратрису становятся неустойчивыми. В разделе 4.4 диссертации доказывается, что в общем случае при достаточно малом значении ε в области переходов через сепаратрису отсутствуют периодические траектории любого наперед заданного периода, за исключением,

может быть, проходящих аномально близко к седловой точке или к границе области.

В работе [37] было показано, что в задаче о динамике ионов в параболическом магнитном поле типа хвоста магнитосферы Земли многократные переходы через сепаратрису приводят к разрушению адиабатического инварианта и его диффузии. Представляет интерес применение полученных в Главе 4 результатов об устойчивых периодических траекториях к этой задаче. Этому посвящен раздел 4.3 диссертации. Устойчивые периодические орбиты соответствуют в хвосте земной магнитосферы частицам, проходящим токовый слой без изменения инварианта. Такие частицы, при наличии квазистационарного электрического поля, связанного с эффектами обтекания магнитосферы солнечным ветром, формируют ускоренные пучки частиц – т. н. бимлеты [46]. Эти пучки регулярно обнаруживаются в хвосте земной магнитосферы и являются важным источником информации о структуре дальнего хвоста. Более того, токи, переносимые ионами без скачков адиабатического инварианта в токовом слое, во многом определяют свойства токового слоя на расстоянии 10 – 30 радиусов Земли на ночной стороне магнитосферы и ответственны за интенсификацию различных плазменных неустойчивостей (см. обзор [47]).

В последней главе диссертации рассматриваются три модельные задачи атомной физики, при изучении которых оказываются эффективными методы анализа резонансных явлений.

Динамика сильно возбужденных (ридберговских) атомов в микроволновых полях является объектом многочисленных исследований в последние десятилетия. После экспериментов [48] и теоретической работы [49] стало понятно, что определенные существенные свойства динамики ридберговских атомов водорода могут быть описаны в рамках классического подхода. В более поздних исследованиях методы классической механики дали неожиданно точные результаты в ряде задач о поведении атома водорода в слабых медленно изменяющихся полях (см. [50] и ссылки в этой работе). В работе [50] было показано, что эта точность связана с тем, что в пределе, когда внешнее поле можно рассматривать как малое возмущение, средние значения определенных квантовых величин подчиняются тем же уравнениям, что и соответствующие классические величины, усредненные по кеплеровскому движению.

Одним из основных применений классической механики в данной области являются задачи о хаотической ионизации атомов Ридберга. При достаточно большой амплитуде внешнего поля начинает выполняться чириковский критерий перекрытия резонансов, и фазовая точка, описывающая состояние системы, может диффундировать в фазовом пространстве, пока не произойдет ионизация атома. Этот механизм ионизации был подробно исследован для различных конфигураций и поляризаций внешних полей. Упомянем, в частности, ионизацию в линейно поляризованном микроволновом поле, в поле с круговой поляризацией, в эллиптически поляризованном поле, в поляризованной по кругу микроволне и фоновом магнитном поле (см. [51, 52, 53]).

Другой приложимой к этому кругу задач классической идеей является возможность контроля кепплеровского движения с использованием резонансного взаимодействия с волной малой амплитуды и медленно изменяющейся частоты. Такого рода задачи рассматривались в [54] для одномерной модели и в [55] для трехмерной модели. В частности, в последней работе изучался атом водорода в линейно поляризованном электрическом поле с медленной уменьшающейся частотой. Было показано, что при прохождении через резонанс 2:1 (т. е., когда частота внешнего поля в два раза превышает кепплеровскую частоту) система с изначально нулевым эксцентриситетом электронной орбиты захватывается в резонанс. В захваченном состоянии кепплеровская частота движения электрона изменяется таким образом, чтобы приближенно поддерживалось выполнение резонансного условия. В ходе такой эволюции эксцентриситет орбиты растет, что может приводить к ионизации атома. В то же время рассматривались только начальные условия, для которых захват происходил с необходимостью, а область начальных значений, при которых захват представляет собой вероятностное явление, не рассматривалась. Это сделано в разделе 5.1 диссертации, где в рамках гамильтоновского подхода подробно исследована эта задача и получены новые по сравнению с предшествующими работами результаты о захвате в резонанс.

Понятие адиабатической инвариантности играет важную роль в квантовой механике. Связь между медленными квантовыми переходами и изменением адиабатического инварианта линейного осциллятора изучалась в работе [56]. Задачи, связанные с динамикой бозе-эйнштейновских кон-

денсатов, приводят к необходимости рассматривать нелинейные системы. Во многих моделях среднего поля, относящихся к физике БЭК (таких, как нелинейные модели Ландау-Зенера, макроскопический квантовый самозахват и т.д.), обнаруживается существенная роль нелинейных эффектов, сходных с теми, что имеют место в классических нелинейных системах. Одним из таких эффектов является разрушение адиабатического инварианта при переходах через сепаратрису. Это явление играет существенную роль в физике БЭК, поскольку изменение классического действия в нелинейной двухуровневой модели связано с вероятностью перехода между двумя состояниями (модами). В разделе 5.2 диссертации рассматривается нелинейная модель среднего поля, описывающая медленное прохождение через резонанс Фешбаха квантового газа фермионных атомов, связанного с БЭК двухатомных молекул (для краткости, будем называть такую систему конденсатом Бозе-Ферми). Система находится в медленно изменяющемся магнитном поле, и при величине этого поля, соответствующем резонансу Фешбаха, для сталкивающихся атомов становится энергетически выгодно объединяться в двухатомные молекулы. С этой задачей тесно связаны и рассматриваемые в последнее время нестационарные задачи динамики конденсатов Бозе-Ферми и связанных атомно-молекулярных БЭК. Приближение среднего поля для таких систем весьма плодотворно и не тривиально. Замечательно, что в приближении среднего поля многие задачи приводятся к классическим гамильтоновым системам. Мы рассматриваем модель [57] в случае ненулевого начального числа частиц в молекулярной фракции. Прохождению через резонанс Фешбаха соответствует переход через сепаратрису в модели среднего поля.

В последние годы значительный интерес исследователей привлекает тема транспортных явлений в нелинейных системах. В частности большое и постоянно растущее число публикаций посвящено динамике систем, в которых возможно направленное (в среднем) движение под действием внешних сил с нулевым средним (это явление иногда называют “рэтчет”, от английского “ratchet” - храповик). Активное исследование таких систем связано с их важностью для задач о движении броуновских частиц в пространственно периодических потенциалах, направленном транспорте молекулярных моторов в биологии, обнаружением явления рэтчета в квантовой физике (см. обзор [58] и приведенные в нем ссылки). Вооб-

ще говоря, явление рэтчета возникает благодаря недостаточной симметрии пространственно периодического потенциала или внешней силы. Представляют интерес микроскопические механизмы этого явления. Один из возможных подходов связан с пренебрежением диссипацией и шумом, что позволяет прийти к гамильтоновой системе с детерминированным возмущением. Это делает возможным применение результатов и методов, развитых в теории гамильтонового хаоса [59]. В последние годы появилось большое число статей, в которых исследовались такие гамильтоновские рэтчеты. В частности, в [60] направленный поток оценивается в случае, когда в хаотической области фазового пространства имеются острова устойчивого движения. Границы таких островов могут быть “клейкими” (т.е. типичная хаотическая фазовая траектория может проводить в окрестности такого острова большое время, см. [61]) и эта клейкость вместе с несимметричностью островков оказывается ответственной за направленный транспорт. Следует отметить, что исследования проводились, в основном, методами компьютерного моделирования, и никаких аналитических формул для скорости транспорта получено не было. Такие формулы выводятся в разделе 5.3 диссертации, где рассматривается задача о движении частицы в пространственно периодическом потенциале под влиянием медленно периодически изменяющейся внешней силы с нулевым временным средним. Как следует из результатов раздела 4.4 диссертации, в рассматриваемом случае острова устойчивости в хаотической области в рассматриваемом случае отсутствуют, и, следовательно, механизм направленного транспорта отличается от рассмотренного в [60].

Цель работы. Целью работы является решение ряда задач о динамике заряженных частиц, в которых существенную роль играют резонансные явления, разработка единого подхода к таким задачам, развитие общей теории резонансных явлений в части, касающейся переходов через сепаратрису в гамильтоновых системах с быстрыми и медленными движениями, и приложение полученных результатов к задачам о динамике заряженных частиц в магнитосферном хвосте.

Методы исследований. Применялись аналитические методы исследования: методы математического анализа, метод усреднения, методы адиабатической теории возмущений, теории КАМ (Колмогорова-Арнольда-Мозера), а также сравнение полученных аналитически резуль-

татов с результатами численного моделирования.

Теоретическая и практическая ценность. Диссертация имеет теоретический характер. Разработанные в ней методы и полученные результаты могут быть применены при исследовании динамики заряженных частиц в магнитосфере, при изучении вопросов, связанных с генерацией высокоэнергетичных частиц в астрофизике и межпланетной среде. Материалы диссертации могут составить содержание специальных курсов для студентов и аспирантов, обучающихся по специальности теоретическая физика.

Научная новизна. В диссертации представлены следующие новые результаты. (Перечисляются только результаты, опубликованные в изданиях из списка ВАК).

1. Проведено полное рассмотрение задачи о резонансном взаимодействии релятивистской заряженной частицы с плоской электростатической волной в слабом однородном магнитном поле. Показана возможность захвата частиц в режим серфотронного ускорения. Описаны области фазового пространства, в которых возможен захват частицы в режим неограниченного серфотронного ускорения. Получена формула для вероятности захвата. Получена формула для скачка адиабатического инварианта при рассеянии на резонансе.
2. В задаче о динамике релятивистской заряженной частицы в однородном слабом магнитном поле и поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся перпендикулярно этому полю, исследован механизм захвата в режим серфотронного ускорения. Показано, что однажды захваченная частица не может выйти из резонанса, и ее энергия растет неограниченно. Получены формулы, описывающие движение захваченной частицы. Исследовано рассеяние на резонансе и обнаружено, что, в отличие от случая электростатической волны, это рассеяние приводит к диффузионному росту энергии частицы.
3. В задаче о движении заряженной частицы в слабом однородном магнитном поле под действием плоской электромагнитной волны, распространяющейся под углом к магнитному полю, показано, что захват частицы в резонанс приводит к существенному серфотронному

ускорению частицы, и оценено увеличение энергии частицы, связанное с этим ускорением. Показано, что захват в режим неограниченного ускорения в этом случае невозможен, и что после выхода из резонанса вся полученная энергия оказывается аккумулированной в продольной (параллельной магнитному полю) компоненте скорости частицы.

4. В задачах о резонансном взаимодействии замагниченного электрона с электростатической или электромагнитной волной в магнитном поле с параболическими силовыми линиями исследовано влияние резонанса между волной и усредненным по ларморовскому вращению движением электрона. Получены формулы для скачка продольного адиабатического инварианта при рассеянии на резонансе. Найдены области, в которых возможен захват в резонанс, получены формулы для вероятности захвата. Показано, что захват в резонанс может приводить к существенному изменению продольного адиабатического инварианта и уходу частицы вдоль силовой линии магнитного поля.
5. Получена формула, связывающая значения фазы при последовательных переходах через сепаратрису в гамильтоновой системе с быстрыми и медленными переменными.
6. Доказано наличие большого (порядка ε^{-1}) количества устойчивых периодических траекторий в области переходов через сепаратрису в гамильтоновой системе с быстрыми и медленными переменными при наличии дополнительных условий симметрии. Получены асимптотические формулы для числа таких траекторий. Оценена суммарная мера областей устойчивости, окружающих эти траектории, она оказывается величиной порядка единицы. Полученные результаты применены к задаче о динамике ионов в магнитном поле типа поля хвоста магнитосферы Земли.
7. Доказано, что в области переходов через сепаратрису в гамильтоновой системе с быстрыми и медленными переменными при отсутствии дополнительной симметрии при достаточно малом ε отсутствуют устойчивые периодические траектории любого наперед заданного периода.

8. В задаче о захвате в резонанс в классическом атоме водорода найдена область, где захват происходит с необходимостью, и область, где захват возможен с некоторой вероятностью. Получена формула для этой вероятности. Показано, что захват не сопровождается выходом из резонанса и приводит к росту эксцентриситета орбиты электрона.
9. Исследована математическая модель прохождения системы атомов-фермионов и двухатомных бозе-молекул через резонанс Фешбаха. Получена формула для скачка адиабатического инварианта при переходе через сепаратрису, величина которого соответствует остаточной доле ферми-атомов, не ассоциированных в молекулы.
10. В задаче о направленном транспорте в стохастическом слое системы, описывающей движение в пространственно-периодическом потенциале под действием медленно-периодической силы с нулевым средним, получена формула для средней скорости этого транспорта на больших интервалах времени.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: международной конференции “Mode conversion, coherent structures and turbulence” (ИКИ РАН, Москва, 2004); международном конгрессе по динамическим системам “Carles Simo Fest” (Сагара, Испания, 2006); международной конференции “Chaos, Complexity and Transport: Theory and Applications” (Марсель, Франция, 2007 и 2011); международной конференции “Analysis and singularities” (Москва, 2007); 6-й международной конференции EUROMECH по нелинейной динамике (ENOC-2008, Санкт-Петербург, 2008); международной конференции по устойчивости и неустойчивости в механических системах (Барселона, Испания, 2008); международном семинаре “Hamiltonian Approaches of ITER Physics” (Марсель, Франция, 2009); конференциях “Физика плазмы в солнечной системе” (ИКИ РАН, Москва, 2010, 2011, 2012); конференции “Асимптотические методы и математическая физика”(АММР-2010) (ИПМ РАН, Москва, 2010); научных семинарах Центра теоретической физики (СРТ) (Марсель, Франция, 2007, 2008, 2009); научных семинарах по прикладной математике математического факультета Стэнфордского университета (Стэнфорд, США, 2010, 2012) и др.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 23 работы, в том числе 13 работ изданы в журналах и других изданиях, входящих в список ВАК, и 10 работ в прочих изданиях.

Личный вклад соискателя. Все результаты, изложенные в диссертации, получены автором либо самостоятельно, либо при непосредственном и активном участии. Из публикаций в соавторстве вошли только результаты, полученные при определяющем творческом участии автора на всех этапах работы. В список положений, выносимых на защиту, включены результаты и выводы, в которых вклад соискателя был основным или, по крайней мере, равным вкладу соавторов.

Структура и объем диссертации. Диссертация изложена на 365 страницах и состоит из 5 глав, включая введение, разбитых на 19 параграфов, заключения и списка литературы, включающего 293 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Глава 1. Введение

Эта глава не содержит собственных результатов автора и носит вводный характер. Приведем содержание этой главы по параграфам.

Раздел 1.1 “Актуальность темы” посвящен обоснованию актуальности темы диссертации. Он содержит краткое историческое введение в круг вопросов, рассмотрению которых посвящена работа, и обзор литературы, упорядоченный в соответствии с тематикой глав работы. В нем приводится краткое описание задач, рассматриваемых в работе, и их связи с проводившимися ранее исследованиями.

Раздел 1.2 “Резонансные явления в гамильтоновых системах с быстрыми и медленными движениями” содержит описание общей теории явлений рассеяния на резонансе и захвата в резонанс [29, 30]. В изложении мы следуем работе [4]. Описываемый здесь метод исследования прохождения через резонанс в гамильтоновой системе с двумя масштабами движений – быстрым и медленным – последовательно применяется в работе.

Раздел 1.3 “Основные результаты диссертации”. (Список приведен выше, под заголовком “научная новизна”.)

Глава 2. Серфотронное ускорение заряженных частиц

В разделе 2.1 рассматривается задача о резонансном взаимодействии релятивистской заряженной частицы с плоской высокочастотной электростатической волной в слабом однородном магнитном поле. Используется и развивается общая схема анализа резонансных явлений, изложенная в разделе 1.3. Малый параметр задачи $\varepsilon = e\Phi_0/mc^2$, где Φ_0 – амплитуда потенциала волны, представляет собой отношение типичной потенциальной энергии частицы в поле волны к ее характерной энергии покоя. В ходе ларморовского вращения частица многократно проходит через резонанс с волной. В резонансе проекция скорости частицы на направление волнового вектора равна фазовой скорости волны. Быстрой переменной является фаза волны в точке, где в данный момент времени находится частица. В резонансе скорость изменения этой фазы обращается в ноль. Точки, в которых имеет место резонанс, образуют в пространстве медленных переменных резонансную поверхность. Усреднение по фазе волны адекватно описывает динамику частицы вдали от резонанса. Переменная, канонически сопряженная фазе, является интегралом усредненной системы (адиабатическим инвариантом). Траектория частицы в усредненной системе (так называемая адиабатическая траектория) является пересечением изоэнергетической поверхности и поверхности уровня адиабатического инварианта.

В окрестности резонансной поверхности можно воспользоваться разложением гамильтониана по отклонению переменной “действие” от ее значения в резонансе. При этом задача сводится к исследованию маятниковоподобной системы (типа маятника под действием внешнего крутящего момента). Параметры этого маятника зависят от медленных переменных полной системы. Эта медленная зависимость от времени делает возможным переход фазовой точки из области вращений маятника в область колебаний, что соответствует захвату в резонанс. Захват приводит к тому, что частица оставляет окрестность адиабатической траектории и продолжает движение вдоль резонансной кривой (пересечения изоэнергетической и резонансной поверхностей). Это приводит к сильному (порядка единицы) изменению адиабатического инварианта. Если выполнено условие

$$\frac{\Omega_c \sqrt{\omega^2 - (kc)^2 \sin^2 \alpha}}{\omega \sqrt{(kc)^2 - \omega^2}} < 1,$$

где $\Omega_c = \omega_c/\varepsilon$, ω_c – ларморовская частота в фоновом однородном магнит-

ном поле, ω , k – частота и волновое число волны, α – угол между волновым вектором и нормалью к фоновому магнитному полю, захват в резонанс приводит к неограниченному серфотронному ускорению частицы. При невыполнении этого условия неограниченное ускорение невозможно.

Площадь колебательной области маятниковоподобной системы представляет собой функцию точки на резонансной поверхности. Захваты в резонанс и выходы из резонанса контролируются взаимным расположением линий уровня этой функции и резонансных кривых. Проведено исследование возможных вариантов этого расположения, что дает полное описание возможных захватов и поведения захваченных частиц.

В разделе оценивается вероятность захвата в рассматриваемой задаче. Кроме того, рассматривается рассеяние на резонансе в случае, если частица проходит его без захвата. При рассеянии значение адиабатического инварианта испытывает малый квазислучайный скачок. Показано, что накопление этих скачков при многократных прохождении через резонанс приводит к разрушению адиабатической инвариантности и стохастизации движения в большой области фазового пространства.

В разделе 2.2 метод, развитый в предыдущем разделе, применяется к случаю, когда вместо гармонической волны имеется уединенная волна с профилем электростатического потенциала, близким к наблюдаемым на ударных волнах. Получено условие возможности захвата в режим неограниченного ускорения, аналогичное полученному в разделе 2.1.

В разделе 2.3 рассматривается динамика релятивистской заряженной частицы в однородном магнитном поле и поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся перпендикулярно этому полю. При определенных дополнительных условиях возможен резонанс между движением частицы и волной. Захват в этот резонанс приводит к ускорению частицы в направлении, параллельном фронту волны (серфотронному ускорению). Исследован механизм захвата и показано, что однажды захваченная частица не может выйти из резонанса, и ее энергия растет неограниченно. Получены уравнения, описывающие движение захваченной частицы и изменение ее энергии. В частности, энергия захваченной частицы растет в среднем линейно со временем, что подтверждается численным анализом (см. рис. 1). Также исследовано рассеяние на резонансе. Обнаружено, что это рассеяние, в отличие от случая электростатической волны, приводит к

диффузионному росту энергии частицы. Получена формула для средней скорости роста, хорошо подтверждающаяся численно.

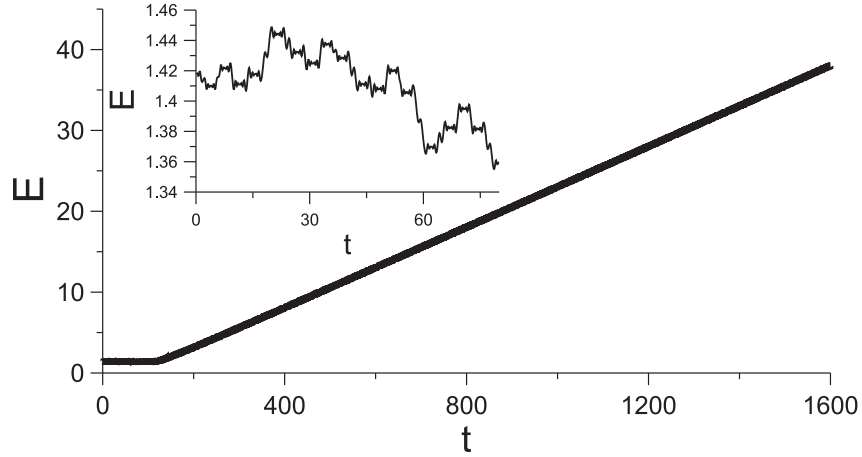


Рис. 1: Энергия частицы (деленная на mc^2) как функция времени. На врезке показан короткий интервал времени до захвата.

В разделе 2.4 рассматривается задача о движении заряженной частицы в однородном магнитном поле под действием плоской электромагнитной волны, распространяющейся под углом к магнитному полю. Однородное магнитное поле предполагается достаточно малым, таким, что произведение волнового числа на величину ларморовского радиуса в однородном поле является большой величиной. В ходе ларморовского вращения частица многократно проходит через резонанс с волной. В резонансе проекция скорости частицы на направление волнового вектора равна фазовой скорости волны. В разделе показано, что захват частицы в этот резонанс приводит к существенному серфотронному ускорению частицы, и оценено увеличение энергии частицы, связанное с этим ускорением. Показано также, что после выхода из резонанса вся полученная энергия ΔE оказывается аккумулированной в продольной (параллельной однородному магнитному полю) компоненте скорости частицы. Для ΔE получена формула (в безразмерных единицах):

$$\Delta E = 2 \frac{\omega}{k_3} \left(\frac{\omega}{k_3} - p_3^{(0)} \right),$$

где ω и k_3 – частота волны и продольная компонента волнового вектора, а $p_3^{(0)}$ – значение продольной компоненты импульса частицы перед захва-

том. Формула хорошо согласуется с результатами численного эксперимента (см. рис. 2).

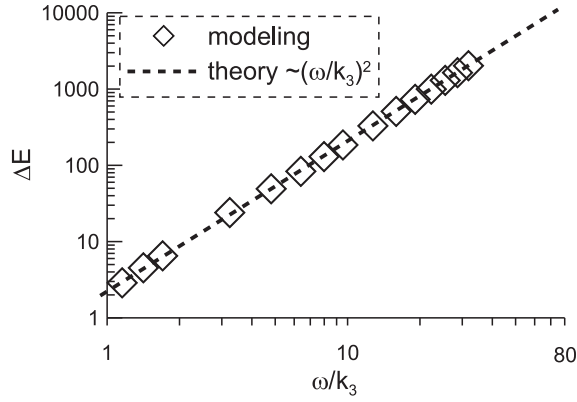


Рис. 2: Увеличение энергии ΔE как функция ω/k_3 в двойном логарифмическом масштабе. Пунктиром показана теоретическая прямая.

Глава 3. Динамика электрона в параболическом магнитном поле типа хвоста магнитосферы Земли

В главе рассматривается динамика полностью замагниченного электрона в параболическом магнитном поле типа поля хвоста магнитосферы Земли. При этом последовательно применяется гамильтонов метод анализа динамики, позволяющий строго привести систему к виду, в котором разделяются движения с разными масштабами скоростей. Исследуется резонансное взаимодействие замагниченного электрона в таком магнитном поле как с плоской электростатической, так и плоской электромагнитной волной. Показано, что резонансные явления в этой задаче могут приводить к разрушению второго (продольного) адиабатического инварианта движения.

В разделе 3.1 выводятся основные уравнения движения в невозмущенной системе (в отсутствие волны) в переменных, удобных для дальнейшего исследования. При этом используется следующий подход: система записывается в гамильтоновой форме, причем исходно наличие магнитного поля включено в симплектическую структуру, а гамильтониан имеет простейший вид. Малым параметром задачи является отношение характерного ларморовского радиуса электрона к характерному размеру области обращения магнитного поля. Затем выполняется последовательность

замен переменных, которые изменяют вид гамильтониана и приводят симплектическую структуру к канонической форме, стандартной для применения методов теории возмущений. В частности, удается явно выделить три характерных временных масштаба движения: ларморовское вращение, баунс-колебания вдоль линий магнитного поля и поперечный дрейф.

В разделе 3.2 рассматривается резонансное взаимодействие замагниченного электрона с плоской электростатической волной, распространяющейся под углом к магнитному полю. При этом предполагается, что имеет место следующая иерархия частот: самой большой является частота ларморовского вращения ω_0 , частота волны ω много меньше, чем ω_0 , и баунс-частота движения вдоль магнитных силовых линий много меньше, чем ω . В усредненной по ларморовскому движению системе возможен резонанс черенковского типа между усредненной скоростью движения электрона и волной. В резонансе проекция скорости электрона, усредненной по ларморовскому вращению, на направление волнового вектора равна фазовой скорости волны. В ходе баунс-движения система периодически проходит через резонанс. При этом происходит рассеяние на резонансе и (при дополнительных условиях) возможен захват в резонанс. Эти явления приводят к разрушению второго (продольного) адиабатического инварианта движения, причем захват может приводить к тому, что электрон уходит вдоль магнитной силовой линии за пределы области отражения. Получены формулы для вероятности захвата. Исследована структура фазового пространства, выделены области, где возможен захват в резонанс и где этот захват является вечным (без последующего выхода из резонанса).

В параграфе 3.3 рассматривается случай монохроматической электромагнитной волны. Аналогично тому, как это сделано в разделе 3.2, проведено исследование рассеяния на резонансе и захвата в резонанс. Оценена вероятность захвата в резонанс, получена формула для скачка адиабатического инварианта при рассеянии на резонансе. Исследована структура фазового пространства, выделены области, где возможен захват в резонанс. В отличие от случая электростатической волны, вечный захват в резонанс оказывается невозможным. Исследованы свойства динамики на больших временах, обусловленные рассеяниями на резонансе и многократными захватами в резонанс.

Глава 4. Устойчивые периодические траектории в области пе-

переходов через сепаратрису и динамика ионов в магнитном поле с параболическими силовыми линиями

Глава посвящена исследованию вопроса о наличии устойчивых периодических траекторий и окружающих их островков устойчивости в области переходов через сепаратрису в гамильтоновых системах с быстрыми и медленными движениями.

В разделе 4.1 решается вспомогательная, но представляющая также и самостоятельный интерес, задача об изменении фазы между двумя переходами через сепаратрису. Рассматривается гамильтонова система с быстрым и медленным масштабами движений. Одна степень свободы соответствует быстрому движению, а другая – медленному. Предполагается, что при замороженном значении медленных переменных на фазовой плоскости быстрых переменных имеется невырожденная седловая точка и сепаратриса. В ходе изменения медленных переменных проекция траектории на фазовую плоскость быстрых переменных может многократно пересекать сепаратрису. Каждое пересечение описывается величиной, которая называется псевдофазой. Псевдофаза характеризует место на сепаратрисе, в котором происходит пересечение. Получена асимптотическая формула, дающая зависимость псевдофазы от начальных условий, и вычислено изменение псевдофазы между двумя последовательными переходами через сепаратрису. Произведена оценка погрешности в этих формулах. Полученная общая формула используется в разделе 4.2 при выводе основных результатов главы.

В разделе 4.2 рассматривается натуральная гамильтонова система с гамильтонианом вида

$$H = H(p, q, y, x) = \frac{1}{2}g(x)y^2 + \frac{1}{2}\beta(x)p^2 + U(q, x),$$

где парами канонически сопряженных переменных являются (p, q) и $(y, \varepsilon^{-1}x)$. Таким образом, переменные p, q – быстрые, а y, x – медленные. Предполагается, что потенциал U имеет единственный локальный максимум в точке $q = q_s(x)$ (индекс “s” означает “седло”), и что U – симметричная функция переменной q относительно точки $q_s(x)$, имеющая два минимума, при всех рассматриваемых значениях переменной x . На фазовом портрете быстрой системы (системы для p, q при замороженных значениях переменных y, x) имеется сепаратриса с двумя симметричными петлями.

В быстрой системе можно ввести переменные действие-угол. Действие I сохраняется в быстрой системе и является адиабатическим инвариантом точной системы. Если адиабатическом приближении ($I = \text{const}$) на уровне энергии $H = h_0$ на фазовой плоскости медленных переменных имеется область, заполненная замкнутыми траекториями, то в ходе эволюции площадь, ограниченная петлями сепаратрисы на фазовой плоскости (p, q) , медленно меняется, попеременно увеличиваясь и уменьшаясь, и фазовые траектории могут многократно пересекать сепаратрису. При каждом пересечении сепаратрисы адиабатический инвариант испытывает квазислучайный скачок, что приводит к хаотизации динамики в области переходов через сепаратрису. В разделе доказывается, что при выполнении некоторых условий общности положения в области переходов через сепаратрису на уровне энергии $H = h_0$ имеется порядка ε^{-1} устойчивых периодических траекторий. Каждая такая траектория окружена инвариантным тором, ограничивающим область (трехмерную) с фазовым объемом порядка ε . Отсюда, в частности, следует, что суммарная мера областей регулярного движения не зависит от ε . Для доказательства на основе формулы, полученной в разделе 4.1, и результатов работы [28] строится отображение последования, связывающее значения адиабатического инварианта и псевдофазы при последовательных переходах через сепаратрису, и исследуются его неподвижные точки. Получены асимптотические формулы для числа устойчивых периодических траекторий.

В разделе 4.3 результаты, полученные в разделе 4.2, применяются для исследования динамики иона в параболическом магнитном поле типа хвоста магнитосферы Земли. В безразмерных переменных гамильтониан задачи имеет вид:

$$H = \frac{1}{2} \left[y^2 + p^2 + \left(x - \frac{1}{2}q^2 \right)^2 \right].$$

Здесь парами канонически сопряженных переменных являются $(y, \varepsilon^{-1}x)$ (медленные) и (p, q) (быстрые). Малый параметр ε характеризует отношение характерного радиуса кривизны магнитной силовой линии к ларморовскому радиусу иона. Значение $q = 0$ соответствует экваториальной плоскости. Фазовый портрет быстрой системы, в зависимости от знака x , может иметь один из двух видов, показанных на рисунке 3. При изменении x площадь, ограниченная сепаратрисой, меняется, и фазовые траектории

могут многократно переходить через нее. Численный анализ демонстрирует наличие устойчивых периодических траекторий, окруженных областями устойчивости (см. рисунок 4).

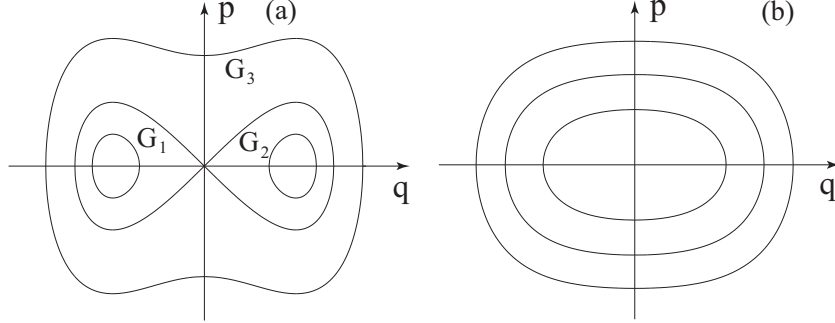


Рис. 3: Типичный вид фазового портрета быстрой системы при а) $x > 0$ и б) $x < 0$.

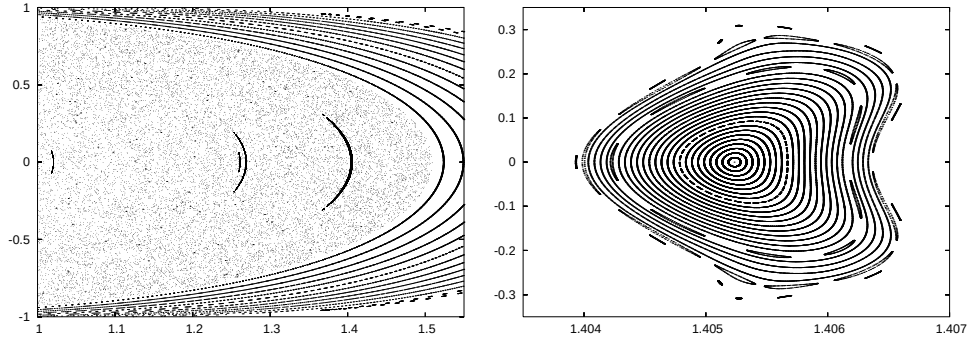


Рис. 4: Острова устойчивости в области переходов через сепаратрису (слева) и увеличение самого правого из островов (справа). На последнем рисунке по осям отложены значения $(q + 0.395p^2, p)$.

Количество устойчивых периодических траекторий, найденное с помощью формул, полученных в разделе 4.2, с хорошей точностью согласуется с количеством, полученным численно (см. таблицу 1). В соответствии с теоретическим предсказанием, общее число периодических траекторий и число устойчивых периодических траекторий ведут себя как ε^{-1} .

В разделе 4.4 рассматривается гамильтонова система с гамильтонианом того же вида, что и в разделе 4.2, но без наложения дополнительных условий симметрии. Предполагается, что потенциал U является функцией q с двумя минимумами при всех рассматриваемых значениях x . Потенциал U имеет локальный максимум в точке $q = q_s(x)$. В ходе эволюции системы

ε	период. траектории	устойчивые период. траектории	K_{sm}/ε
0.00025	24235	370	396
0.001	6351	94	99
0.0025	2662	38	40
0.01	632	11	10
0.04	144	4	3

Таблица 1: Количество периодических траекторий. Величина K_{sm}/ε представляет собой теоретически полученное число устойчивых периодических траекторий.

величина x изменяется, в результате чего изменяются площади, ограниченные петлями сепаратрисы. В фазовом пространстве имеется область, заполненная траекториями, проекции которых на плоскость быстрых переменных p, q многократно пересекают сепаратрису (область переходов через сепаратрису). В разделе 4.4 доказывается, что для любого наперед заданного периода найдется достаточно малое значение параметра ε такое, что рассматриваемая система не имеет устойчивых периодических решений этого и меньших периодов в области переходов через сепаратрису, за исключением, может быть, траекторий, проходящих аномально близко к краям области или к седловой точке. Для доказательства, аналогично тому как это делалось в разделе 4.2, рассматривается отображение последования, описывающее динамику в области переходов через сепаратрису, и исследуется устойчивость его неподвижных точек.

Глава 5. Резонансные явления в некоторых задачах атомной физики

В этой главе рассматриваются три модельные задачи атомной физики, при изучении которых оказываются эффективными методы анализа резонансных явлений.

В разделе 5.1 рассматривается трехмерная классическая модель атома водорода в линейно поляризованном электрическом поле с медленно (с характерной скоростью порядка ε) меняющейся частотой. Исследовано поведение системы вблизи резонанса 2:1 (частота электрического поля равна удвоенной частоте кеплеровского вращения электрона по орбите). После ряда замен переменных гамильтониан задачи приводится к стандартному виду

$$\mathcal{F}_1 = (x^2 + y^2)^2 - \lambda(x^2 + y^2) + \tilde{\mu}x,$$

где x и y канонически сопряженные переменные, $\tilde{\mu} > 0$ – постоянный параметр, а λ – медленная функция времени, $\dot{\lambda} \sim \varepsilon$. Захвату в резонанс соответствует переход через сепаратрису на фазовой плоскости (x, y) . Эксцентриситету орбиты электрона в исходной задаче соответствует расстояние до начала координат на этой плоскости.

Показано, что захват в резонанс с необходимостью происходит не только в случае нулевого начального эксцентриситета орбиты электрона, но и при достаточно малых его начальных значениях; при этом описывается соответствующая область начальных условий в фазовом пространстве системы. Кроме того, при больших начальных значениях эксцентриситета захват тоже возможен. В соответствии с общим подходом, в этом последнем случае захват может рассматриваться как вероятностное явление. Его вероятность определена и вычислена. Полученные аналитически результаты хорошо согласуются с численными, см. таблицу 2. Полученные результаты могут быть использованы для расширения возможностей методов резонансного контроля для атомов Ридберга.

$\bar{x}_0$	$\bar{y}_0$	$\mathcal{P}_{num}$	$\mathcal{P}_{th}$
0.255	0.105	0.14	0.146
0.225	0.115	0.12	0.130
0.275	0.085	0.10	0.120
0.295	0.115	0.09	0.101
0.305	0.125	0.11	0.096

Таблица 2: Сравнение численно полученных значений вероятности захвата $\mathcal{P}_{num}$ с теоретическим значением $\mathcal{P}_{th}$. Для численного определения вероятности захвата для каждой пары $\bar{x}_0, \bar{y}_0$ рассматривались 100 начальных условий, равномерно распределенных в квадрате со стороной $100\varepsilon \times 100\varepsilon$ и центром в $\bar{x}_0, \bar{y}_0$.

В разделе 5.2 рассматривается классический гамильтониан

$$H = \delta(\tau)w + (1 - w)\sqrt{1 + w} \cos \phi,$$

зависящий от медленно меняющегося параметра δ : $\delta = \delta(\varepsilon t)$, $0 < \varepsilon \ll 1$. Данная модель возникает как приближение среднего поля в двухмодовой модели взаимодействующих атомного и молекулярного (двухатомных молекул) бозе-эйнштейновских конденсатов и в подходах среднего поля к связанным вырожденному газу ферми-атомов и молекулярному бозе-эйнштейновскому конденсату в медленно изменяющемся магнитном по-

ле [57]. В последнем случае, прохождение через резонанс Фешбаха может быть смоделировано медленным монотонным изменением параметра δ , причем собственно резонансу Фешбаха соответствует переход фазовой траектории через сепаратрису. Предполагается, что вдали от резонанса большинство атомов находится одноатомном состоянии. Тогда после прохождения через резонанс большинство атомов окажутся ассоциированы в двухатомные молекулы. При этом скачок классического действия при переходе через сепаратрису описывает долю атомов, не объединившихся в двухатомные молекулы после прохождения через резонанс. Целью раздела является получение формулы для этого скачка. Для этого строятся фазовые портреты системы при различных замороженных значениях параметра δ . При выводе формулы для скачка адиабатического инварианта при переходе через сепаратрису используется метод работы [42]. Заметим, что специфическая геометрия фазового портрета не позволяет применить результат этой работы непосредственно. Полученная формула для скачка адиабатического инварианта J имеет вид

$$\Delta J = -\frac{4\varepsilon\delta'_*}{\pi} \ln(2 \sin \pi\xi).$$

Здесь δ'_* – значение производной функции $\delta(\varepsilon t)$ по ее аргументу, вычисленное в момент перехода через сепаратрису в адиабатическом приближении, ξ – псевдофаза, равномерно распределенная на интервале $(0, 1)$. Полученная формула хорошо согласуется с численными результатами.

В разделе 5.3 рассматривается задача о движении частицы в пространственно-периодическом потенциале $U(q) = \omega_0^2 \cos q$, где q – координата и $\omega_0 = \text{const}$, под влиянием внешней силы с нулевым временным средним (заметим, что основные свойства динамики и результаты остаются справедливыми для произвольного периодического, не обязательно гармонического, потенциала). Уравнения движения при этом совпадают с уравнениями нелинейного маятника под действием внешнего крутящего момента с нулевым временным средним. Рассматривается случай, когда внешняя сила является периодической функцией времени с большим периодом порядка ε^{-1} , где $0 < \varepsilon \ll 1$ – малый параметр задачи, и используются результаты и методы адиабатической теории возмущений. Если параметр ε достаточно мал, в области хаотической динамики отсутствуют острова устойчивости (см. раздел 4.4 диссертации). Следовательно, механизм на-

правленного транспорта в данном случае отличен от обсуждавшегося в [60].

Главная цель раздела 5.3 состоит в получении формулы для средней скорости $V_q = \langle \dot{q} \rangle$ частицы на очень больших интервалах времени. Рассматриваются два случая: внешней силы с амплитудой порядка ε и порядка 1. Показано, что в последнем случае хаос развивается в результате многократных прохождений через резонанс. При каждом прохождении происходит малый квазислучайный скачок адиабатического инварианта системы. Эти скачки приводят к эффективному перемешиванию и однородному распределению значений адиабатического инварианта (действия) вдоль длинной фазовой траектории в области хаотической динамики. С другой стороны, направление движения и скорость частицы зависят от мгновенного значения действия. Таким образом, чтобы найти среднюю скорость на интервале времени, большем, чем время перемешивания, следует найти скорость при заданном значении действия и усреднить полученное выражение по интервалу значений действия, соответствующему хаотической области. В случае малой амплитуды внешней силы имеет место сходная ситуация. В этом случае типичная фазовая траектория многократно пересекает сепаратрису на фазовом портрете. При каждом пересечении адиабатический инвариант испытывает квазислучайное изменение (см. [40, 41, 42]). Эти скачки приводят к хаотизации движения в области переходов через сепаратрису. В обоих случаях показано, что для внешней силы общего вида (т.е. с нулевым средним, но несимметричной), в хаотической области имеет место направленный транспорт, и получены формулы для средней скорости V_q этого транспорта. В обоих случаях ширина хаотической области велика: если амплитуда внешней силы имеет порядок 1, эта ширина имеет порядок ε^{-1} , а если эта амплитуда мала, то ширина хаотической области имеет порядок 1. Это приводит к тому, что полный фазовый поток, обусловленный направленным транспортом, также велик. Полученные формулы для средней скорости транспорта хорошо согласуются с численными результатами.

Список литературы

Публикации автора по теме диссертации в изданиях из перечня ВАК:

- [1] A. P. Itin, A. I. Neishtadt, A. A. Vasiliev, Captures into resonance and scattering on resonance in dynamics of a charged relativistic particle in magnetic field and electrostatic wave, *Physica D* 141, 281-296, (2000).
- [2] A. I. Neishtadt, A. A. Vasiliev, Phase change between separatrix crossings in slow-fast Hamiltonian systems, *Nonlinearity* 18, 1393–1406, (2005).
- [3] A. Neishtadt, A. Vasiliev, Capture into resonance in dynamics of a classical hydrogen atom in an oscillating electric field, *Physical Review E* 71, 056623, 6 pp., (2005).
- [4] A.I. Neishtadt and A.A. Vasiliev, Destruction of adiabatic invariance at resonances in slow-fast hamiltonian systems, *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research A* 561, 158-165, (2006).
- [5] A. I. Neishtadt, A. A. Vasiliev, On the absence of stable periodic orbits in domains of separatrix crossings in non-symmetric slow-fast Hamiltonian systems, *Chaos* 17, 043104, (2007).
- [6] A.P. Itin, A.A. Vasiliev, G.Krishna, and S. Watanabe, Change in the adiabatic invariant in a nonlinear two-mode model of Feschbach resonance passage, *Physica D* 232, 108-115, (2007).
- [7] А.А.Васильев, А.И.Нейштадт, К.Симо, Д.В.Трещев, Острова устойчивости в области переходов через сепаратрису в гамильтоновых системах с быстрыми и медленными движениями, *Труды Математического института им. В.А.Стеклова РАН*, т. 259, с. 243-255, (2007).
- [8] A. I. Neishtadt, C. Simo, D. V. Treschev, and A. A. Vasiliev, Periodic orbits and stability islands in chaotic seas created by separatrix crossings in slow-fast systems, *Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B* 10, 621-650, (2008).
- [9] Д. Л. Вайнштейн, А. А. Васильев, А. И. Нейштадт, Динамика электронов в параболическом магнитном поле в присутствии электростатической волны, *Физика плазмы*, т. 35, 1102-1113, (2009).

- [10] X. Leoncini, A. Neishtadt, and A. Vasiliev, Directed transport in a spatially periodic harmonic potential under periodic nonbiased forcing, Phys. Rev. E 79, 026213, (2009).
- [11] A. Neishtadt, D. Vainshtein, and A. Vasiliev, Dynamics of electrons in a parabolic magnetic field perturbed by an electromagnetic wave, Plasma Physics and Controlled Fusion 53, 085014 (15pp), (2011).
- [12] A. Vasiliev, A. Neishtadt, and A. Artemyev, Resonant particle acceleration in an oblique electromagnetic wave, Physics Letters A 375, 3075–3079, (2011).
- [13] A. Neishtadt, A. Vasiliev, and A. Artemyev, Resonance-induced surfatron acceleration of a relativistic particle, Moscow Mathematical Journal 11, 531-545, (2011).

Другие публикации автора по теме диссертации

- [14] A. I. Neishtadt, A. A. Vasiliev, Capture into resonance in dynamics of a classical hydrogen atom, Proceedings of International Conference “MODE CONVERSION, COHERENT STRUCTURES AND TURBULENCE Moscow 2004, M.: YPCC, pp. 80-86.
- [15] A. A. Vasiliev, Shock wave surfing acceleration, In: Advances in Plasma Physics Research, Volume 5, Eds.: Francois Gerard, Nova Science Publishers, pp.129-134, (2007).
- [16] A. I. Neishtadt, C. Simo, D. V. Treschev, and A. A. Vasiliev, Stability islands in domains of separatrix crossings in slow-fast Hamiltonian systems, International conference “Analysis and singularities” dedicated to the 70th anniversary of V. I. Arnold, Abstracts, Steklov Mathematical Institute, Moscow 2007, pp. 174-175.
- [17] A. Itin, A. Vasiliev, “Change in the adiabatic invariant at a separatrix crossing in a nonlinear model of Feshbach resonance”, Proceedings of Sixth EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference Final program and abstracts (ENOC-2008, St. Petersburg, 30.07.2008-04.08.2008).

Материалы по диссертации, размещенные в Интернете

- [18] A. A. Vasiliev, Shock wave surfing acceleration, <http://arxiv.org/abs/physics/0204018>, 2002.
- [19] Anatoly Neishtadt, Alexei Vasiliev, Capture into resonance in dynamics of a classical hydrogen atom in an oscillating electric field, <http://arxiv.org/abs/physics/0401009>, 2004.
- [20] A.I.Neishtadt, A.A.Vasiliev, Destruction of adiabatic invariance at resonances in slow-fast Hamiltonian systems, <http://arxiv.org/abs/nlin/0511050>, 2005.
- [21] Anatoly Neishtadt, Carles Simo, Dmitri Treschev, Alexei Vasiliev, Stability islands in domains of separatrix crossings in slow-fast Hamiltonian systems, <http://arxiv.org/abs/math/0611468>, 2006.
- [22] Xavier Leoncini, Anatoly Neishtadt, Alexei Vasiliev, Directed transport in a spatially periodic potential under periodic non-biased forcing, <http://arxiv.org/abs/0807.4849>, 2008.
- [23] A. I. Neishtadt, A. A. Vasiliev, A. V. Artemyev, Surfatron acceleration of a relativistic particle by electromagnetic plane wave, <http://arxiv.org/abs/1011.2236>, 2010.

Публикации других авторов

- [24] V. Y. Trakhtengerts, M. J. Rycroft, Whistler and Alfvén Mode Cyclotron Masers in Space, ISBN 978-0-521-87198-3. Published by Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2008.
- [25] А. В. Тимофеев, Резонансные явления в колебаниях плазмы. М., Физматлит, 2009.
- [26] В. В. Козлов, Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. Ижевск, Издательство Удмуртского государственного университета, 1995.
- [27] В. И. Арнольд, В. В. Козлов, А. И. Нейштадт, Математические аспекты классической и небесной механики. Изд. 2-е. М.: Эдиториал УРСС, 2002, 416 с.

- [28] А. И. Нейштадт, Об изменении адиабатического инварианта при переходе через сепаратрису в системах с двумя степенями свободы, Прикл. мат. и мех., т.51, с.750-757, (1987).
- [29] A. I. Neishtadt, On Adiabatic Invariance in Two-Frequency Systems, In: "Hamiltonian systems with three or more degrees of freedom Ed. C.Simo, NATO ASI Series, Series C, vol. 533, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 193-213, (1999).
- [30] А. И. Нейштадт, Захват в резонанс и рассеяние на резонансах в двухчастотных системах, Труды Мат. ин-та им. В.А.Стеклова, т. 250, с. 198, (2005).
- [31] T. Katsouleas and J. M. Dawson, Unlimited electron acceleration in laser-driven plasma waves, Phys. Rev. Lett. 51, 392, (1983).
- [32] R. A. Treumann, Fundamentals of collisionless shocks for astrophysical application, 1. Non-relativistic shocks, The Astronomy and Astrophysics Review 17, 409-535, (2009).
- [33] Н.С. Ерохин, С.С. Моисеев, Р.З. Сагдеев, Релятивистский серфинг в неоднородной плазме и генерация космических лучей, Письма в Астрономический журнал, т.15, с. 3, (1989).
- [34] M. Hoshino, N. Shimada, Nonthermal Electrons at High Mach Number Shocks: Electron Shock Surfing Acceleration, *Astrophys. J.* 572, 880-887, (2002).
- [35] V. I. Karpman, J. N. Istomin, D. R. Shklyar, Nonlinear theory of a quasi-monochromatic whistler mode packet in inhomogeneous plasma, Plasma Physics 16, 685-703, (1974).
- [36] Я. Н. Истомин, В. И. Карпман, Д. Р. Шкляр, Эффекты увлечения при резонансном взаимодействии частиц с ленгмюровской волной в неоднородной плазме, ЖЭТФ 69, 909-920, (1975).
- [37] J. Büchner, L.M. Zelenyi, Regular and chaotic charged particle motion in magnetotail-like field reversals. I - Basic theory of trapped motion, J. Geophys. Res. 94, 11821-11842, (1989).

- [38] D.L. Vainchtein, L.M. Zelenyi, A.I. Neishtadt, and J. Buchner, Quasi-adiabatic description of nonlinear particle dynamics in typical magnetotail configurations, *Nonlinear Processes in Geophysics* 12, 101-115, (2005).
- [39] D. Shklyar, H. Matsumoto, Oblique Whistler-Mode Waves in the Inhomogeneous Magnetospheric Plasma: Resonant Interactions with Energetic Charged Particles, *Surveys in Geophysics* 30, 55-104, (2009).
- [40] А. В. Тимофеев, К вопросу о постоянстве адиабатического инварианта при изменении характера движения, *ЖЭТФ*, т. 75, с. 1303-1308, (1978).
- [41] J. R. Cary, D. F. Escande and J. Tennyson, Adiabatic invariant change due to separatrix crossing, *Phys. Rev. A* 34, 4256-4275, (1986).
- [42] А. И. Нейштадт, Об изменении адиабатического инварианта при переходе через сепаратрису, *Физика плазмы*, т. 12, с. 992-1000, (1986).
- [43] J. R. Cary, R. T. Skodje, Phase change between separatrix crossings, *Physica D* 36, 287-316, (1989).
- [44] Y. Elskens, D. F. Escande, Slowly pulsating separatrices sweep homoclinic tangles where islands must be small: an extension of classical adiabatic theory, *Nonlinearity* 4, 615-667, (1991).
- [45] A. I. Neishtadt, V. V. Sidorenko, D. V. Treschev, Stable periodic motions in the problem of passage through a separatrix, *Chaos* 7, 2-11, (1997).
- [46] M. Ashour-Abdalla, L. M. Zelenyi, J. M. Bosqued, R. A. Kovrazhkin, Precipitation of fast ion beams from the plasma sheet boundary layer, *Geophys. Res. Lett.* 19, 617-620, (1992).
- [47] Зелёный Л. М., Малова Х. В., Артемьев А. В., Попов В. Ю., Петрукович А. А., Тонкие токовые слои в бесстолкновительной плазме: равновесная структура, плазменные неустойчивости и ускорение частиц, *Физика плазмы*, т. 37, с. 137-182, (2011).
- [48] J.E.Bayfield and P.M.Koch, Multiphoton ionization of highly excited hydrogen-atoms, *Phys. Rev. Lett.* 33, 258-261, (1974).

- [49] J.G.Leopold and I.C.Percival, Microwave ionization and excitation of rydberg atoms, *Phys Rev. Lett.* 41, 944-947, (1978).
- [50] P.Bellomo, C.R.Stroud, Jr., D.Farrelly, and T.Uzer, Quantum-classical correspondence in the hydrogen atom in weak external fields, *Phys. Rev. A* 58, 3896-3913, (1998).
- [51] J.Zakrzewski, R.Gębarowski, and D.Delande, Two-dimensional quantum hydrogen atom in circularly polarized microwaves: Global properties, *Phys. Rev. A* 54, 691-709, (1996).
- [52] K.Sacha and J.Zakrzewski, H atom in elliptically polarized microwaves: Semiclassical versus quantum resonant dynamics, *Phys. Rev. A* 58, 3974-3982, (1998).
- [53] C.Chandre, D.Farrelly, and T.Uzer, Thresholds to chaos and ionization for the hydrogen atom in rotating fields, *Phys. Rev. A* 65, 053402, (2002).
- [54] B.Meerson and L.Friedland, Strong autoresonance excitation of Rydberg atoms - the Rydberg accelerator, *Phys. Rev. A* 41, 5233-5236, (1990).
- [55] E. Grosfeld and L. Friedland, Spatial control of a classical electron state in a Rydberg atom by adiabatic synchronization, *Phys. Rev. E* 65, 046230, (2002).
- [56] А.М. Дыхне, Квантовые переходы в адиабатическом приближении, *ЖЭТФ*, т. 38, с. 570, (1960).
- [57] E.Pazy, I.Tikhonenkov, et al, Nonlinear adiabatic passage from fermion atoms to boson molecules, *Phys. Rev. Lett.* 95, 170403, (2005).
- [58] P. Reimann, Brownian motors: noisy transport far from equilibrium, *Phys. Rep.* 361, 57-265, (2002).
- [59] Г. М. Заславский, Физика хаоса в гамильтоновых системах, Институт компьютерных исследований, Москва-Ижевск, 2004.
- [60] S.Denisov and S.Flach, Dynamical mechanisms of dc current generation in driven Hamiltonian systems, *Phys. Rev. E* 64, 056236, (2001).
- [61] G. M. Zaslavsky, Chaos, fractional kinetics, and anomalous transport, *Phys. Rep.* 371, 461-580, (2002).