

ИНСТИТУТ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

КОСМИЧЕСКАЯ БАЛЛИСТИКА ОТ ИСТОКОВ К БУДУЩЕМУ

СБОРНИК ТРУДОВ

ЮБИЛЕЙНОГО ЗАСЕДАНИЯ СЕМИНАРА ИКИ РАН
ПО МЕХАНИКЕ, УПРАВЛЕНИЮ И ИНФОРМАТИКЕ,
ПОСВЯЩЁННОГО 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ
П. Е. ЭЛЬЯСБЕРГА

17–19 июня 2014 года, Россия, Таруса

Под редакцией
Р.Р. Назирова

Серия «Механика, управление и информатика»

МОСКВА
ИКИ РАН
2015

Космическая баллистика — от истоков к будущему

Сборник трудов

Юбилейного заседания семинара ИКИ РАН по механике, управлению и информатике,
посвящённого 100-летию со дня рождения П. Е. Эльясберга

17–19 июня 2014 г., Россия, Таруса. Под ред. Р. Р. Назирова

17–19 июня 2014 г. в городе Тарусе Калужской области в представительстве «Интеркосмос» проходило выездное заседание семинара ИКИ РАН по механике, управлению и информатике, посвящённое 100-летию со дня рождения Павла Ефимовича Эльясберга — выдающегося учёного и педагога, одного из создателей отечественной космической баллистики. Участниками заседания были ведущие специалисты различных научных организаций, как знавшие П. Е. Эльясберга и работавшие с ним, так и молодые учёные, продолжающие сегодня развивать отечественную науку. Настоящее издание представляет собой сборник трудов этого заседания.

Space Ballistics — from its Origin to the Future Proceedings

Jubilee Session of the IKI RAN Seminar on Mechanics, Control and Informatics
Dedicated to P. E. Elyasberg's 100th Anniversary

17–19, June 2014, Russia, Tarusa. Ed. R. R. Nazirov

This volume contains the proceedings of the jubilee session of the IKI RAN seminar on mechanics, control and informatics dedicated to the 100th anniversary of Pavel Efimovich Elyasberg, an outstanding scientist and teacher, one of the pioneers of the Soviet space ballistics. The session was held in Tarusa, Kaluga region, on June 17–19, 2014. Many leading scientists and young researchers from different organizations took part in this meeting. Memories of Eliasberg's friends and colleagues both from Russia as well as from other countries were presented, and a number of presentations devoted to the modern problems of space ballistics were discussed.

Составитель: *Федяев К. С.*

Редакционная коллегия:

Почукаев В. Н. — доктор технических наук (Центральный научно-исследовательский институт машиностроения)

Платонов А. К. — доктор физико-математических наук (Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук)

Назаренко А. И. — доктор технических наук (Научно-технический центр «Космонит»)

Ковалёва А. С. — доктор физико-математических наук (Институт космических исследований Российской академии наук)

Редактор: *Корниленко В. С.*

Компьютерная вёрстка: *Комарова Н. Ю.*

Дизайн обложки: *Захаров А. Н.*

Мнение редакции не всегда совпадает с точкой зрения авторов статей.

Отдельные статьи даны в авторской редакции.

Качество иллюстраций соответствует предоставленному авторами материалу.

Электронная версия сборника размещена на сайте ИКИ РАН <http://www.iki.rssi.ru/print.htm>.

ПРЕДИСЛОВИЕ

17–19 июня 2014 г. в живописном городке Тарусе на севере Калужской области в представительстве «Интеркосмос» состоялось выездное заседание семинара ИКИ РАН по механике, управлению и информатике, посвящённое 100-летию со дня рождения П. Е. Эльясберга, выдающегося учёного и педагога, одного из создателей отечественной космической баллистики, принимавшего непосредственное участие в разработке и подготовке запуска первого искусственного спутника Земли и руководившего работами по баллистическому обеспечению целого ряда советских космических проектов. Семинар был организован отделом космической динамики и математической обработки информации ИКИ РАН, основателем и первым руководителем которого был П. Е. Эльясберг. Целью семинара было не только почтить память одного из пионеров советской космической науки, но и отразить сегодняшнее состояние космической баллистики, дать возможность молодому поколению учёных познакомиться с новыми достижениями в этой области.

В заседании приняли участие ведущие специалисты по космической баллистике, механике космического полёта и смежным областям из Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (МГУ), Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга МГУ (ГАИШ МГУ), Института прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ РАН), Института космических исследований (ИКИ РАН), Центрального научно-исследовательского института машиностроения (ЦНИИмаш), Московского государственного авиационного института (МАИ), Московского института электроники и математики Национального исследовательского университета Высшая школа экономики (МИЭМ НИУ ВШЭ) и других организаций.

Среди выступавших были как учёные старшего поколения, знавшие П. Е. Эльясберга и работавшие с ним, его ученики и соратники, так и молодые специалисты, продолжающие развитие российской науки. На заседаниях звучали выступления, посвящённые биографии П. Е. Эльясберга и научным задачам, решавшимся под его руководством, а также доклады, посвящённые современным исследованиям в области космоса. Эти выступления и доклады легли в основу настоящего сборника.



Павел Ефимович Эльясберг
(5 июня 1914 — 30 марта 1988)

К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ П. Е. ЭЛЬЯСБЕРГА, ПИОНЕРА ОТЕЧЕСТВЕННОЙ БАЛЛИСТИКИ БИОГРАФИЧЕСКИЙ ОЧЕРК

Н. Г. Хавенсон

Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

Множество людей, которые работали с Павлом Ефимовичем, представлены в этом очерке своими воспоминаниями в виде отдельных штрихов к созданному портрету. Все, кто делятся своими воспоминаниями об этом разностороннем и пытливым учёном, талантливым и доступным человеку, делают это очень тепло и с большим уважением. И среди них ученики, соратники и родные учёного.

Я же постарался создать из конкретных биографических сведений, собственных личных воспоминаний и рассыпанных по тексту воспоминаний других людей образ этого удивительного и замечательного человека. Поэтому все высказывания от первого лица исходят либо от меня, либо от моих соавторов с указанием их имён и выделением их слов в кавычки.

Большая часть приведённых здесь биографических сведений почерпнута мной из воспоминаний племянника П. Е. Эльясберга — Виктора Максимовича, размещённых на израильском сайте <http://nizi.co.il/index.php/nauka/2012-12-24-08-11-26/tehn-nauki/item/51-cosmos-usr>, а также из сайта еженедельной газеты «Большого Королёва» СПУТНИК <http://sputniklife.ru/multimedia/novosti/novosti/uchenyu-ballistik/>.

ОТ АВТОРОВ

На мемориальной стене в холле Института космических исследований РАН среди портретов выдающихся учёных-сотрудников института находится портрет Павла Ефимовича Эльясберга. В нескольких предложениях уместилась вся жизнь:

«В 1939 г. окончил Киевский государственный университет. Доктор технических наук, профессор. Заведующий отделом ИКИ. Автор трёх монографий, в том числе „Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли“. Выдающийся учёный в области прикладной механики, один из основоположников отечественной прикладной баллистики. Его работы сыграли выдающуюся роль в решении сложного комплекса вопросов, связанных с запуском первого искусственного спутника Земли (ИСЗ). Инициатор и организатор работ по исследованию пространственно-временных вариаций плотности верхней атмосферы и разработке её динамической модели. Автор основополагающих работ по оптимизации измерений, используемых для уточнения параметров реальных орбит и выработки оптимальных сеансов коррекции орбит. Участник Великой отечественной войны, кавалер орденов Отечественной войны, Красной звезды и Знака почёта. Лауреат Ленинской премии».

Мы постараемся перевести эти строчки на язык повествования, так, чтобы перед вами возник живой и наполненный реальными во времени событиями многомерный портрет этого выдающегося учёного и светлого человека.



Отец Павла Ефимовича, Ефим Борисович (Хаим Берович) Эльясберг (1874–1942), происходил из состоятельной виленской семьи, которая на протяжении нескольких поколений славилась учёными-талмудистами, а также искусными ювелирами, получил университетское образование и стал видным деятелем БУНДа (еврейского филиала РСДРП). Мать — Дебора Хаимовна (урождённая Типóграф) Эльясберг, выпускница Высших женских медицинских (Бестужевских) курсов. Они познакомились и поженились в Петербурге в середине 90-х годов XIX века, а около 1903 года семья обосновалась в Житомире, где Ефим Борисович получил место банковского служащего, продолжая заниматься политической и общественной деятельностью.

У них была дружная, сплочённая и очень талантливая семья, все шестеро сыновей стали впоследствии крупными специалистами в своей области, но самым талантливым, несомненно, был младший — Павел, у которого ещё в детстве обнаружили большие математические способности. Будучи кудрявым мальчиком, он получил прозвище «Кудре-биссектрис». Характерный штрих — на протяжении примерно 10 лет выходила юмористическая семейная стенгазета, при этом должность главного редактора постепенно переходила от старших братьев к младшим.

В конце июля 1919 года Житомир оказался в зоне боевых действий. Несколько дней в районе города происходили упорные бои между красноармейцами и петлюровцами. Город переходил из рук в руки. Обращаясь к истории города Житомира, можно себе представить атмосферу событий «...в те дни, когда Житомир оказывался в руках петлюровцев. Они снова и снова грабили, насиловали, пытали и убивали евреев. Они врывались в еврейские квартиры с криками „Бей жидов, спасай Россию!“, „Долой коммунистов!“, „Эх, проклятый Троцкий!“, „Давай же женщин!“ Казалось, что, захватывая в очередной раз город, петлюровцы ставили перед собой только одну цель — устроить кровавый еврейский погром. 20 июля петлюровцы снова заняли Житомир. Они грабили и убивали, убивали на улицах, врывались в дома и убивали. Каждый день вели под конвоем к вокзалу толпы мужчин и там их расстреливали. 19 сентября 1919 года в город вступила Красная армия» (<https://ru.wikipedia.org/wiki/Житомир>).

Тем не менее, семья Эльясбергов чудом прошла без потерь через годы Мировой и Гражданской войн, неоднократные перемены власти в городе и еврейские погромы (Павел Ефимович рассказывал, что ему, шестилетнему мальчишке, особенно запомнился как романтическое приключение погром, устроенный занявшими город белополяками, когда пришлось прятаться в подвале дома их польского соседа).

ПЕРЕЕЗД В КИЕВ И ГОДЫ УЧЁБЫ

В 1920 году после окончания Гражданской войны семья переехала в Киев, чтобы дети смогли получить высшее образование, при этом их отец отошёл от всякой политики, устроившись на работу бухгалтером мебельной фабрики. Это уберегло его от репрессий Советской власти, а вот второй по старшинству сын Борис всё же был арестован за участие в студенческом социал-демократическом кружке и впоследствии погиб в советском трудовом лагере.

В 1929 году Павел Ефимович, окончив неполную среднюю школу, поступает в Киевский механический техникум. В 1932 году после окончания техникума, получив специальность механика по холодной обработке металлов, он устраивается на Завод имени Артёма в Киеве. В 1934 году, проработав два года на заводе и получив практические навыки, П. Е. поступает на физико-математический факультет Киевского государственного университета. В 1939 году, по окончании с отличием университета, П. Е. Эльясберга должны были оставить в аспирантуре при университете под научным руководством переехавшего на работу в Киев академика М. А. Лаврентьева¹.

ПРИЗЫВ В АРМИЮ, НАЧАЛО ВОЙНЫ

К сожалению, точно неизвестно, то ли однокурсник П. Е. Эльясберга по Киевскому университету из чувства зависти написал донос на него в НКВД, то ли при каких-то иных обстоятельствах по причине своей прямо-ты и принципиальности Павел Ефимович привлёк внимание соответствующих органов. Наказание последовало в виде неприсвоения офицерского звания по окончании университета. В результате — вместо аспирантуры, где он должен был продолжить свой путь в науке, Эльясберг призывается в Красную армию в артиллерийские войска. Он становится курсантом полковой школы 75-го арtpолка Закавказского военного округа. Опасаясь выступления Турции против СССР, в это время усиливали воинские части на советско-турецкой границе, и после окончания полковой школы Эльясберг был направлен служить в Армению в разведку арtdивизиона.

После многочисленных напоминаний командованию, что он является дипломированным специалистом и может с большей пользой служить в техническом подразделении артиллерии вместо разведки, его, наконец, переводят в ремонтную артиллерийскую часть. Здесь его застало начало войны, и с

¹ Лаврентьев Михаил Алексеевич (1900—1980) — советский математик и механик, основатель Сибирского отделения АН СССР (СО АН СССР) и Новосибирского Академгородка, вице-президент АН СССР.

октября 1941 года П. Е. Эльясберг находится в действующей армии на фронтах Великой Отечественной войны.

ГОДЫ ВОЙНЫ

С началом войны их часть была переброшена на Северокавказский фронт. Впервые П. Е. отличился на фронте, спасая пушки и вытаскивая их из Дона при оставлении Ростова, и был награждён медалью «За боевые заслуги». Орденом «Отечественной войны II степени» он был награждён за сварку на поле боя повреждённой пушки, которая после этого вновь стала стрелять. Это была профессиональная, высокого качества работа. Вспоминая о военных годах, П. Е. рассказывал, что мог собирать пушки с закрытыми глазами, причём иногда испытания отремонтированных орудий производились тут же по позициям противника. В самый разгар войны, в 1942 году, он усовершенствовал прицел зенитной пушки и послал свои предложения в качестве изобретения в Академию артиллерийских наук, так что впоследствии фамилия Эльясберг в академии не была забыта после окончания войны.

Война принесла суровые испытания всей большой семье Эльясбергов, вернее, теперь уже несколькими связанным родственными узами семьям, так как четверо из старших братьев были к тому времени женаты. С первых дней войны молодой солдат пытается не терять связи со своими разбросанными по разным концам страны родственниками, как бы трудно это тогда ни было, ведь единственным средством связи была для него полевая почта. В архиве брата — Максима Ефимовича Эльясберга (он был старше Павла на 9 лет) сохранилось несколько фронтовых писем от Павла, из которых видно, как он всё время пытался узнать места пребывания и адреса близких. Особенно его тревожила судьба оставшихся в Киеве родителей. Эта тревога оказалась не напрасной...

Трагичной оказалась судьба родителей П. Е. Эльясберга, как и множества других советских людей, живших на оккупированных территориях во время Отечественной войны. Отец, хотя и успел увезти в эвакуацию жившего у них десятилетнего внука, родители которого были в сталинских лагерях, по дороге на Урал умер от сыпного тифа в г. Магнитогорске. А мать не успела эвакуироваться из Киева до наступления фашистов, и была расстреляна в конце сентября 1941 года в Бабьем яру вместе с другими еврейскими жителями Киева.

А к самому Павлу Ефимовичу военная судьба была вполне благосклонна; он не только прошёл всю войну без единой царапины, но и нашёл своё семейное счастье в лице юной шифровальщицы Аллы, с которой они вместе прожили почти 45 лет до самой его смерти. Алевтина Николаевна, после окончания школы в Сочи, добровольцем пошла на фронт в январе 1943 года.

Она служила в военной цензуре и однажды оказалась у радистов, где слушала сводки о боях в июле 1943 на Орловско-Курском направлении. Там случайно оказался и Павел. Он влюбился сразу и много раз делал ей предложение, пока не добился согласия. Как вспоминала Алевтина Николаевна, его ухаживание было очень трогательным и настойчивым. Они поженились 23 ноября 1944 года в Симферополе. Была нормальная свадьба, раздобыли движок и устроили иллюминацию. После нескольких дней, которые они провели вместе, Павел Ефимович уехал в свою часть на фронт. При расставании они обменялись фотографиями.



Встретиться им было суждено только через год и два месяца в Сочи.

ПЕРВЫЕ ПОСЛЕВОЕННЫЕ ГОДЫ

После окончания войны некоторое время П. Е. Эльясберг находится в оккупационных советских войсках в Германии в городе Гюстров. Ему хочется поскорее демобилизоваться из армии и вернуться к своей науке в университет. В это время приказом Министра Вооружённых сил СССР от 24 мая 1946 года № 007 создаётся НИИ Министерства обороны в области артиллерийских вооружений, и Павлу Ефимовичу вместо демобилизации предлагают продолжить научно-исследовательскую работу, находясь на армейской службе, — предложения Эльясберга по усовершенствованию артиллерийских прицелов не забыты. В городе Приозёрске в офицерском запасном полку старший техник-лейтенант П. Е. Эльясберг ожидает своего перехода в этот только что созданный институт.

2 января 1947 года начинается новый этап его воинской службы в качестве младшего научного сотрудника отдела 17 НИИ-4 Академии артиллерийских наук. При этом изначально предполагается, что он будет заниматься усовершенствованием артиллерийских прицелов на базе исследования баллистики снарядов с учётом состояния атмосферы.

Но вскоре оказалось, что знания П. Е. Эльясберга гораздо важнее для решения других задач, а именно для точных расчётов траекторий баллистических ракет (БР), а затем и искусственных спутников Земли.

Выписка из личного дела полковника Элясберга П. Е.
(1939–1947)

- 27.10.1939 Курсант полковой школы 75-го стрелкового полка Закавказского ВО, г.г. Сталинград, Баку, Ереван.
Февраль 1940 Командир отделения 75-го стрелкового полка.
Июнь 1940 Оружейный мастер 24-х дивизионных артиллерийских ремонтных мастерских.
08.06.42 Оружейный мастер 56-х армейских артиллерийских ремонтных мастерских Южного фронта.
04.09.42 Начальник артиллерийского отделения армейских артиллерийских ремонтных мастерских № 261 Закавказского, Северокавказского фронтов.
24.01.45 Начальник полковых артиллерийских мастерских 2-го Белорусского фронта, 1-го Гвардейского танкового корпуса Группы Советских оккупационных войск в Германии.

Выписка из личного дела полковника Элясберга П. Е.
(1939–1947)

- 04.09.1942 — младший воентехник;
27.12.1942 — техник-лейтенант;
10.05.1944 — старший техник-лейтенант.

РАБОТА В 4 ЦНИИ АКАДЕМИИ АРТИЛЛЕРИЙСКИХ НАУК МО СССР
(4 ЦНИИ МИНОБОРОНЫ РОССИИ) (02.01.1947–12.05.1968)

Теперь жизнь Павла Ефимовича в течение 21 года будет связана с в/ч № 25840 в Болшево, более известной как НИИ-4 Министерства обороны, где он пройдёт все ступени служебной лестницы: от младшего научного сотрудника до начальника отдела и главного научного консультанта Института, от старшего лейтенанта до полковника.

В этот начальный период развития института приоритетными являлись вопросы навигационно-баллистического обеспечения пусков ракет дальнего действия. По документации, разработанной в НИИ-4 (таблицы стрельбы, полётные задания), должны были проводиться испытательные пуски ракет. Поэтому начальный период работы П. Е. Элясберга в институте был связан с созданием системы подготовки данных на пуски ракет большой дальности, которые тогда начали поступать на вооружение. Уже в июне 1947 году он подготовил отчёт № 1 «Внешняя баллистика дальнобойных реактивных снарядов». Сначала это были таблицы стрельбы, но с увеличением дальности полёта баллистических ракет и повышением точности попадания расчёт данных на пуски приобрёл форму полётных заданий. Здесь сразу же проявились неординарные качества Элясберга как будущего учёного. П. Е. Элясберг стал безусловным лидером нового направления. Вокруг него образовался сильный баллистический коллектив, и сформировалась научная школа.



«Павел Ефимович был замечательным учёным, поразительно сочетавшим университетскую строгость и точность во всём, что касалось математических аспектов его исследований, с ярко выраженной практической направленностью и умением адекватно формулировать чисто инженерные задачи. Это особенно проявилось в период, к которому относилось наше знакомство, когда он увлечённо занимался исследованиями, относящимися к составлению таблиц стрельбы для первой баллистической ракеты Р-1, принимаемой на вооружение. Фактически получилось так, что он взял на себя наиболее тонкие вопросы, связанные с обоснованием требований к точности, оценкой вероятностных характеристик рассеивания, определением минимального числа пусков, необходимых для получения заданной доверительной вероятности определения баллистических характеристик, и т. д.»

Б. И. Рабинович¹

«В процессе работы по созданию методического аппарата баллистического обеспечения для запуска ракет большой дальности, „обкатке“ и внедрению разра-

¹ Рабинович Борис Исаакович (1924–2010) — доктор технических наук, учёный в области динамики ракет и космических аппаратов, инженер-подполковник запаса.

ботанного аппарата в повседневную практику в институте сформировался сильный коллектив специалистов. Этот коллектив в тесном взаимодействии с разработчиками ракетной техники, конструкторскими бюро С.П. Королёва, М.К. Янгеля, В.Н. Челомея, А.Д. Надирадзе, в течение последующих десятилетий определял технический облик и тактико-технические характеристики новых ракетных комплексов. Длительное время баллистическое обеспечение плана боевого применения ракетных войск осуществлялось полностью силами НИИ-4. П.Е. Эльясберг был безусловным лидером нового направления, в области как решения новых теоретических проблем, так и создания сильного баллистического коллектива на базе сформировавшейся научной школы. В Институте сложился коллектив высококвалифицированных учёных-баллистиков, пользующихся авторитетом в соответствующих организациях промышленности, Академии наук, МО СССР».

М. М. Бордюков¹

Сотрудники института пережили все перипетии, связанные с антиеврейской кампанией во времена борьбы с космополитами в 1952 году, когда большинство офицеров-евреев из НИИ-4 были уволены или переведены в другие части. Однако Павел Ефимович был оставлен в НИИ-4, за него вступился Г.А. Тюлин, заместитель начальника по научной части, который ездил на приём к Берии и добился его личного распоряжения об оставлении Эльясберга в институте.

Как кандидатская (1950), так и докторская (1957) диссертации Павла Ефимовича явились итогом его работы по баллистическому обеспечению пусков БР. Вот тезисы последней:

- методика расчёта пассивного участка;
- учёт влияния кориолисова ускорения;
- учёт влияния несферичности Земли;
- учёт влияния нецентральности сил тяжести;
- определение суммарных поправок к дальности и азимуту стрельбы под влиянием всех основных факторов, действующих на пассивном участке траектории;
- определение отклонений координат точки падения при малых изменениях элементов конца активного участка траектории;
- учёт влияния геофизических факторов при составлении таблиц стрельбы, прицеливании и подготовке данных для настройки системы управления;
- оценка точности основных допущений;
- использование электронных счётных машин при составлении таблиц стрельбы;
- учёт влияния основных геофизических факторов при стрельбе на малые дальности.

С переходом к ракете межконтинентальной дальности стало реальностью осуществление орбитального полёта вокруг Земли. Наряду с небывалыми возможностями это порождало множество научно-технических задач планирования и управления таким полётом.

¹ Бордюков Михаил Михайлович (род. 1931) — генерал-майор (1984), кандидат технических наук (1964), Лауреат Государственной премии СССР (1975).

ЗАПУСК ПЕРВОГО ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ

Ещё в марте 1950 г. Михаил Клавдиевич Тихонравов¹ изложил на научно-технической конференции НИИ-4 своё видение проблем создания искусственного спутника Земли и вывода его на орбиту. Однако долгое время руководство института запрещало его группе заниматься подобными исследованиями, но...

Как родился Первый спутник

«...однажды, в разгар бабьего лета, почему-то этот тёплый солнечный день особенно запомнился, Михаил Клавдиевич пришёл от директора с новостью: „Разрешение получено! С будущего года в институте открывается новая тема — «Исследования по вопросу создания искусственного спутника Земли»“.

— Ура! — закричал Глеб². — Это историческая дата! Её нужно запомнить...

— Начинать же работать нам разрешили уже с сегодняшнего дня, — продолжил Михаил Клавдиевич. — Правда, мы должны завершить запланированное на этот год в установленные сроки.

— Закончим, Михаил Клавдиевич! — заверили мы его.

Как только Тихонравов вышел, Глеб обратился к нам с предложением увековечить эту дату.

— Как? — спрашиваю я.

— Очень просто, — Глеб взял красный карандаш, подошёл к стене и на зелёном фоне написал: 16 сентября 1953 года...»

«...Первой и, по-видимому, самой основной задачей была задача определения орбиты по данным измерений и прогнозирование движения спутника для расчёта целеуказаний всем средствам наблюдений и измерений. Общими усилиями под руководством П.Е. Эльясберга удалось удовлетворительно решить эту сложную (в отсутствие ЭВМ) задачу. Тогда же была создана графоаналитическая методика, основу которой составляло определение по данным измерений на специальных планшетах периода обращения спутника. Методику эту разработали П.Е. Эльясберг и Г.Р. Успенский. Была подготовлена и методика оперативного определения параметров движения спутника по данным измерений угловых координат радиотехническими системами. Эту методику разработал И.К. Бажинов³.

Имея перед собой прогноз движения, казалось бы, уже нетрудно осуществить расчёт целеуказаний. Принципиально, конечно, это было так. Но практически ещё много нужно было сделать, чтобы решить эту задачу. Был создан координационно-

¹ Тихонравов Михаил Клавдиевич (1900–1974) — советский инженер, конструктор космической и ракетной техники. Доктор технических наук, профессор, лауреат Ленинской премии, Герой Социалистического Труда, заслуженный деятель науки и техники РСФСР.

² Максимов Глеб Юрьевич (1926–2001) — учёный и инженер-конструктор, кандидат технических наук, лауреат Ленинской премии за создание и осуществление полёта первого в мире искусственного спутника Земли.

³ Бажинов Игорь Константинович (род. 1928) — главный научный сотрудник ЦУП ЦНИИмаш, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, действительный член Российской академии космонавтики и Российской академии технологических наук, лауреат Ленинской премии (1957) и Государственной премии СССР (1981), кавалер многих государственных и ведомственных наград.

вычислительный центр (КВЦ). Начал он свою работу с подготовки к пуску первого искусственного спутника Земли. Работами руководил П. Е. Эльясберг».

*А. В. Брыков*¹

«50 лет в космической баллистике»

«После принятия решения о создании Искусственного спутника Земли у нас в институте широким фронтом развернулись работы по исследованию возможностей использования ИСЗ для решения задач в интересах Министерства обороны. В частности, мне пришлось исследовать возможность использования сбрасываемых с ИСЗ макетов для отработки элементов системы ПРО, а впоследствии и в определении перспектив использования объектов Д и ОД (спутники) для оборонных целей.

Завершилось признание космической баллистики как одного из научных направлений НИИ-4 созданием в институте (май 1956 года) специализированной лаборатории с задачами: организация баллистического обеспечения управления полётом ИСЗ и определение перспектив использования спутников в интересах Министерства обороны.

Начальником первой лаборатории космической баллистики был назначен опытный ракетный баллистик, доктор технических наук Павел Ефимович Эльясберг, который достаточно быстро „освоился“ с космической баллистикой и успешно готовил свой коллектив к решению всех вопросов, связанных с проведением работ по запуску первого в мире искусственного спутника Земли».

А. В. Брыков

«Отдел, куда меня направили по распоряжению первого заместителя начальника института инженера-полковника Георгия Александровича Тюлина, занимался баллистикой ракет дальнего действия. Начальником отдела был инженер-подполковник Г. С. Нариманов, уже в то время известный гидродинамик, ставший вскоре доктором физико-математических наук. А начальником лаборатории, в которую меня определили, оказался П. Е. Эльясберг, к которому я сразу же проникся доверием. Он стал для меня неоспоримым авторитетом не только в науке, но и в жизни. Человек в высшей степени деликатный, тактичный, хорошо понимал душевное смятение наивного ершистого юнца, столкнувшегося с порой пришибевскими порядками военного заведения. Будучи военным, он нисколько на военного не походил и, вероятно, тяготился своими подполковничьими погонами. Павел Ефимович был организатором всех работ института по баллистическому обеспечению полёта Первого спутника. Накануне пуска он прочитал нам несколько лекций по теории движения ИСЗ.

Для определения орбиты Первого спутника использовались военные радиопеленгаторы. Эти средства слежения засекали момент прохождения цели через заданный азимут. Полученные данные передавались в институт обычными телеграммами и вручную обрабатывались. Для обработки времён и соответствующих азимутов использовалась большая карта Северного полушария, меридианы которой сходились в Северном полюсе. На карту были нанесены координаты пеленгаторов с зонами видимости спутника для различных углов места и высот полёта. На карте вокруг полюса вращался кусок плексигласа, на который был нанесён отрезок трассы спутника (который представлял собой проекцию орбиты на подвижную Землю). Этот отрезок

¹ Брыков Анатолий Викторович (1921–2007) — один из создателей Первого искусственного спутника Земли, Заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, Лауреат Ленинской премии, Академик Академии космонавтики имени К. Э. Циолковского, доктор технических наук, профессор.

стали называть *витком* по аналогии с витком спирали (точнее было бы в этом конкретном случае назвать его полувитком).

На память приходит спонтанное обсуждение Павлом Ефимовичем с сотрудниками, как назвать отрезок трассы, заключающийся между двумя прохождениями спутника через восходящий узел: „виток“ или „оборот“? Сочли, что „виток“ будет точнее...

...Все массовые расчёты проводились подразделением расчётниц нашего отдела на „Рейнметаллах“.

За работу по запуску Первого искусственного спутника ведущие сотрудники лаборатории П. Е. Эльясберг, И. М. Яцунский, А. В. Брыков, И. К. Бажинов стали лауреатами Ленинской премии, а В. Д. Ястребов был награждён орденом Красной Звезды».

Г. А. Колегов¹

Одним из штрихов к портрету П. Е. Эльясберга как ответственного за выполнение своей работы человека может служить описанный в книге Бориса Евсеевича Чертока² (*Черток Б. Е. Ракеты и люди. 2-е изд. М.: Машиностроение, 1999. 416 с.*) случай, связанный с визитом Главнокомандующего Ракетными войсками стратегического назначения Главного маршала артиллерии Неделина со свитой генералов в зал КВЦ во время запуска первого искусственного спутника Земли.

«Занятый срочными расчётами, бурча и продолжая что-то писать, Эльясберг не заметил, как маршал подошёл к его столу. Произошла немая сцена. Все вокруг стоят по стойке смирно. Директор института Соколов мрачнеет, свита затаилась в предчувствии разноса незадачливого подполковника. Маршал иронически улыбается. И когда начальник отдела Нариманов тихо произнёс на ухо Эльясбергу: „Павел Ефимович, маршал Неделин...“ — тот, не поднимая головы, отмахнулся и обычной своей скороговоркой сказал: „Не мешайте!“ И снова ушёл в свою работу, склонившись над бумагами. Потом вдруг поднял глаза, смущённо улыбнулся... Обстановку разрядил Митрофан Иванович Неделин. Задав вопросы учёному по существу и получив на них лаконичные, чёткие ответы, он понял, что в стимулировании служебного рвения стоящий перед ним Павел Эльясберг не нуждается. Хотя некоторых беседы на равных маршала и учёного несколько шокировала».

Б. Е. Черток

С развитием космической программы 1960-х годов П. Е. Эльясберг продолжал осуществлять научное руководство разработкой методологии баллистического управления полётом автоматических ИСЗ, пилотируемых кораблей и межпланетных станций и руководство головным баллистическим центром.

Трудовые будни в Болшеве

«В 1959 году, когда космическая отрасль стала стремительно развиваться, 4 ЦНИИ одновременно пополнили около 200 молодых офицеров-выпускников лейтенантов почти всех ВВМУ (Высших военно-морских училищ) СССР для занятий на полу-

¹ Колегов Григорий Афанасьевич (род. 1934) — ведущий научный сотрудник ЦНИИмаш, кандидат технических наук, лауреат Государственной премии.

² Черток Борис Евсеевич (1912–2011) — выдающийся советский и российский учёный-конструктор, один из ближайших соратников С. П. Королёва, академик РАН (2000). Герой Социалистического Труда (1961).

годовых курсах по освоению электронной вычислительной техники и программирования. После завершения курсов примерно 100 морских лейтенантов были оставлены в 4 ЦНИИ. Для них были организованы специальные занятия, на которых П. Е. Эльясберг прочитал курс лекций по баллистике. Нужно сказать, что Павел Ефимович придавал большое значение обучению работавших с ним младших сотрудников и молодых специалистов, которым только предстояло заниматься исследованиями в области баллистики. В 1950-х годах он систематически проводил занятия в виде лекций по прикладной теории полёта баллистических ракет средней и межконтинентальной дальности. Из-за режима секретности эти лекции не публиковались, а в виде нескольких экземпляров использовались в процессе работы. Так начиналась его работа над книгой „Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли“ (1965), которая и сейчас является настольной книгой баллистиков всех поколений.

Внешне Павел Ефимович не производил впечатления спортивного человека. В то же время он прекрасно плавал, был неизменным участником заплывов на озере, а также регулярно ездил на велосипеде на довольно большие расстояния: в заповедник в сторону Москвы или в Пирогово. Зимой его всегда можно было встретить на лыжне, причём далеко за пределами Комитетского леса территории нынешнего Юбилейного. Уделяя много внимания семье, Павел Ефимович находил время для общения с сослуживцами в нерабочей обстановке, предпочитая поездки на природу; часто его попутчиками были коллеги и ученики».

И. И. Волков

«Во время вечерних прогулок по остывающей после дневной жары бетонке на полигоне в Капустином Яре и, спустя много лет, — в ходе наших совместных лыжных вылазок, когда я уже работал в НИИ-88 и жил в Калининграде (будущем городе Королёве), мы много беседовали с Павлом Ефимовичем о разных материях. Несмотря на то, что он провёл всю войну на фронте, занимаясь нелёгким делом ремонта пушек, он не приобрёл никаких внешних признаков настоящего военного, скорее — наоборот. Будучи капитаном, когда мы с ним познакомились, и дослужившись до звания полковника, он одинаково безразлично относился к вышестоящим военачальникам, независимо от их воинских званий, не испытывая к ним ни малейшего пиетета. Это их, конечно, не могло не раздражать, но воспрепятствовать этому они не могли.

Или такой эпизод. Мы, небольшая группа офицеров, направляемся в один из дней офицерской учёбы в тир, на предмет выполнения зачётного упражнения по стрельбе из пистолета. Сотрудник отдела, связанного с практическими аспектами боевых стрельб, майор Анатолий Беляков, старается зацепить П. Е. с помощью монолога, напоминающего обращение инспектора Лейстредра к Шерлоку Холмсу («Вот Вы, мистер Холмс, развиваете свои умозрительные теории, витая в облаках, а мы, практики, ходим по грешной земле...»).

В интерпретации Толи Белякова это звучит так: «Вы, П. Е., сидите и рассчитываете свои таблицы, а вот, к примеру, начнём сейчас стрелять, и будете Вы попадать в белый свет, как в копейку, поскольку это уже не теория, а практика. А вот мы, строевые офицеры, покажем Вам и другим технарям, как это делается». Дальше — в том же духе. П. Е. думает о чём-то своём и отмахивается от Толи, как от назойливой мухи. Тот не отстаёт — П. Е. не реагирует.

Наконец, мы на огневом рубеже. Трёп заканчивается. Приступаем к делу. Краем глаза вижу, как стоящий рядом со мной П. Е. стреляет с короткими паузами, почти не целясь (так мне кажется), как в современных вестернах, и заканчивает упражнение раньше всех.

Конец стрельбы. Все направляются к мишеням, впереди — кровожадный Толя. П. Е. бредёт с унылым видом позади. Он снова занят своими мыслями, и результат стрельбы его, по-видимому, совершенно не интересует. Но каков этот результат!

П. Е., оказывается, вlepил почти все пули в девятку и в десятку, оставив далеко позади не только нас, грешных («технарей»), но и «настоящих» строевых офицеров, включая красноречивого Толю, который «поджал хвост» и не скрывает своего огорчения.

Я злобно радуюсь: «Не хвались на рать идучи, а хвались с рати идучи»). В ответ на вопрос, почему он скрывал свой необыкновенный талант, П. Е. отмахивается — весь этот, с его точки зрения — детский сад он воспринимает совершенно равнодушно... В этом — весь П. Е. Такая вот зарисовка с натуры.

П. Е. имел странную привычку засыпать на заседаниях Учёных советов, что, однако, не мешало ему вдруг задавать по ходу дела совершенно неожиданные вопросы, свидетельствовавшие о том, что и во сне он продолжал не только воспринимать информацию, но и перерабатывать её. Это его качество проявлялось иногда и при иных обстоятельствах. Помню, как мы, будучи на полигоне, ехали на какую-то очередную площадку в легковом автомобиле в обществе нескольких военных, один из которых (назовём его N) был нашим общим с П. Е. начальником из НИИ-4 („прямым“, как пишут в уставе, хотя и не „непосредственным“), остальные, как и мы, — его подчинёнными. П. Е., по обыкновению, довольно скоро заснул. Тем временем разговор сосредоточился на жалобах N на головную боль и общее недомогание. Дружный хор искренне сочувствовавших и не менее искренне сопереживавших подчинённых неожиданно был прерван репликой П. Е., который произнёс, не просыпаясь: „Пить надо меньше“. Сочувствовавшие умолкли, а N обиделся и несколько дней дулся на Эльясберга, на что последний со свойственным ему хладнокровием никак не реагировал. Время всё излечило — нанесённая рана благополучно зарубцевалась.

Павлу Ефимовичу был не чужд и жанр короткого рассказа. На этом поприще он мог бы вполне состязаться с американским писателем, специалистом по военной тематике, который выиграл конкурс на самый короткий рассказ (не более чем из 100 слов), написав следующее: „Рядовой Джонс, находясь на лагерных сборах, подпил доски в полевом сортире, вследствие чего горячо любимый им сержант Смит провалился в выгребную яму. Все остальные 80 слов сержант Смит произнёс, вылезая из этой ямы“.

Так вот один из коротких рассказов П. Е. звучал так.

— Сидим мы как-то в Тура-Таме (теперь полигон Байконур) на одной из площадок (он назвал номер) около монтажно-испытательного комплекса (МИК) на скамеечке, вокруг бочки для окурков. Курящие курят, некурящие просто отдыхают после утомительных и совершенно бесполезных словопрений на втором этаже МИКа по поводу какого-то очередного ЧП. По заведённому сценарию Большие Учёные, прибывшие из Москвы, генерируют на таких посиделках разные научные теории („роют яму в стороне“), полигонные офицеры с благоговением смотрят им в рот, а разработчики лихорадочно прозванивают в самом МИКе электрические цепи на очередном изделии, чтобы найти более прозаическое, но менее удобное для обсуждения, объяснение ЧП, имевшего место при последнем пуске. И вот появляется подполковник из кадровых офицеров, командир части (а каждая площадка — это отдельная воинская часть). Он медленно следует мимо беседующей около бочки компании, в основном гражданской, включающей пару натуральных академиков (назовём их N1 и N2). Вся эта штатская публика ему глубоко неприятна, так как часто нарушает чёткий воинский порядок. Однако приходится её терпеть — такова служба. Не глядя на сидящих, а обращаясь просто в пространство, он произносит следующую фразу (сохраняю, по возможности, характерные слова и лексику, заботливо донесённые до меня присутствовавшим при этой сцене П. Е.): „Какой-то интеллигентный гад вх...рил окурков в стэну, а стэна, между прочим, свежеекрашенная!“ „Интеллигентные гады“ сначала застыли в молчании, но затем нашли в себе достаточно чувства юмора, чтобы оценить как глубину упомянутого ценного наблюдения, так и изящество формы, в которую оно было облечено».

Б. И. Рабинович

«Наверно, сейчас я уже могу сказать, что лучшие годы моей жизни (25 лет!) прошли в ИКИ: молодость, увлекательная работа в новейшей области науки и техники, замечательные и выдающиеся личности вокруг... И, конечно, Павел Ефимович Элясберг.

С П. Е. Элясбергом я познакомился на каком-то совещании, где обсуждали мягкую посадку на Луну (1964). П. Е. вёл совещание как-то необычно, по-домашнему, и одновременно не позволял говорить не по делу. Что-то такое я сказал, может, даже к делу, и он посмотрел на меня как-то оценивающе и, видимо, оценил не очень высоко. Я так понял позже, когда переходил в его новый отдел в ИКИ.

Продолжилось моё одностороннее знакомство с П. Е. во время посадки КА на Луну (проект назывался Еб) весной 1965 года. Я был на запуске в Тюра-Таме (Байконур) и прилетел в Москву к самой посадке. Приехал в НИИ-4 в зал, где оперативная группа работает. Только Слава Ивашкин сидит за столом и что-то рисует. Говорит: „Еб идёт автоматом к Луне, и все разбежались смотреть посадку, а у меня сомнение, что она получится...“ Показывает схему, объясняет как работает оптика. Уставка на Землю не может быть подправлена, а мы на наклонной траектории вместо вертикальной и Землю не увидим. А начальство — в Симферополе, устраивает парад. Решили искать П. Е., он, всё-таки, председатель оперативной группы. Дома чай пьёт! Звоню (по кремлевке), объясняю... „Сейчас буду“, — говорит, даже не выяснив, с кем разговаривает. Пока его нет, решаю передать всё моему начальнику Жене Макарову в Симферополь. Звоню, прошу найти его. Жду, звоню опять, тороплю. Вежливый мужской голос отвечает: „Королёв у телефона. Макарова ищут. В чём дело?“ Я, конечно, сбавил тон, и что-то придумываю для объяснения. На проводе, наконец, Макаров. Я всё передаю ему. Он отвечает очень кратко и сухо. Потом он говорил, что со всех сторон на него шипело самое высокое начальство: „Мол, кончай разговор скорее!“ И он, конечно, даже и не подумал сказать Королёву, что есть какие-то проблемы с посадкой.

Приходит П. Е. Что-то мы ему объясняем. Вряд ли он был знаком с оптико-механической навигационной системой Еб, сложней которой до сих пор, наверное, ничего не делалось. Только Слава Ивашкин да Сева Егоров, из баллистиков, знали её хорошо. Но П. Е. как-то всё понял сразу и стал звонить Королёву, описал ему всю ситуацию, взяв на себя ответственность за ошибку: „Виноват, Сергей Павлович, не доглядел...“ Я был поражён — так сразу решительно заявить о своей виновности!

Рассказывали потом, что после разговора П. Е. с Королёвым началась страшная суета на пункте управления. Что можно сделать? В. Д. Татаринев (один из создателей оптики) пытался быстро найти решение. Он закрыл лицо руками и затих. Все обступили его кольцом и в мёртвой тишине ждали решения. „Ничего нельзя сделать“, — наконец заявил он.

Последствием нашей инициативы было длительное разбирательство в действиях баллистиков, погубивших, якобы, Еб. На самом деле не было никакой ошибки, просто никто, кроме Славы Ивашкина (даже разработчики системы) не понял, что посадка невозможна для такой траектории, и все надежды были тщетны.

Но то, что П. Е. сразу взял на себя ответственность, я думаю, во-первых, полностью прикрыло меня и Славу как главных инициаторов, особенно меня: если бы С. П. понял, что я сообщил всё Макарову ещё до его разговора с П. Е., то мне (и Макарову, конечно) пришлось бы очень круто. Во-вторых, это очень повысило (или точнее сохранило — куда уж выше!) репутацию П. Е. в глазах Королёва. Я видел, как Сергей Павлович встречал баллистиков на первом разбирательстве их решений во время посадки. Ему вежливо, даже ласково (все были очень ласковы с Королёвым), протягивают руку, а С. П. довольно грубо отбивает её своей рукой и приговаривает: „Парад поехали принимать (мол, вместо работы, хотя делать всё равно уж нечего было)?“ Зато с Элясбергом он очень вежливо раскланялся».

Г. А. Мерсов

«Результатом более чем десятилетней работы КВЦ в НИИ-4 было успешное обеспечение пусков ИСЗ различного назначения, включая пилотируемые полёты космонавтов-первопроходцев, пуски КА к Луне и планетам Солнечной системы, а также лётные испытания нескольких новых типов межконтинентальных ракет. Полученный при этом опыт, методический аппарат и программы ЭВМ стали базой развёртываемого Командно-измерительного комплекса (КИК) и способствовали созданию Центра управления полётами (ЦУП) в ЦНИИМаше. Сформировавшийся в НИИ-4 высококвалифицированный научный коллектив специалистов в области космической баллистики стал в дальнейшем ядром баллистических подразделений вновь созданного научно-исследовательского института 50 ЦНИИ ВКС».

М. М. Бордюков

У истоков создания российской системы контроля космического пространства (СККП)

«П. Е. Эльясберг, Н. П. Бусленко¹, М. Д. Кислик² — эти три человека стояли у истоков создания Российской СККП. Все они являются великими русскими современными учёными. Кроме того, они были военными, прошли Великую Отечественную войну и остались живы.

Павел Ефимович Эльясберг был более опытным специалистом по космической механике. Он решал задачи по этой тематике при запуске первых советских спутников. В НИИ-4 МО под его руководством и при его непосредственном участии были разработаны методика, алгоритмы и программы определения и прогнозирования орбит спутников по оптическим измерениям. В начале 1960-х годов эта методика применялась в НИИ-4 также для контроля движения первых американских спутников. Характерной её особенностью было то, что она требовала больших затрат труда специалистов (при малом количестве спутников это было приемлемым).

Михаил Дмитриевич Кислик был в то время подчинённым (и, в определённой степени, учеником) П. Е. Эльясберга. Николай Пантелеймонович Бусленко занимался более общими стратегическими и тактическими вопросами.



П. Е. Эльясберг
(1914–1988)



Н. П. Бусленко
(1922–1975)



М. Д. Кислик
(1922–1995)

¹ Бусленко Николай Пантелеймонович (1922–1977) — учёный-математик, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент АН СССР.

² Кислик Михаил Дмитриевич (1922–1994) — доктор технических наук, профессор, учёный по небесной механике, лауреат Ленинской и Государственной премий.

Все они были хорошо знакомы между собой, дружили семьями. Внешними факторами, которые подтолкнули их мысли в нужном направлении, были, конечно, запуск первых американских спутников (1958) и создание в США Space Detection and Tracking System (1960). Идея создания Российской системы СККП была предметом обсуждений в процессе их неофициальных встреч в парке посёлка Болшево.

В результате в начале 1960-х годов было принято постановление о финансировании этих работ и создании специального коллектива для решения поставленной задачи. Первыми руководителями этого коллектива были Н.П. Бусленко и М.Д. Кислик.

5 ноября 1962 года вышло постановление ЦК КПСС и Совета Министров о создании Службы контроля космического пространства. 12 декабря 1962 года было принято решение об организации Управления контроля космического пространства в составе 45-го Института Министерства обороны.

В 1963 году Бусленко (с которым я случайно познакомился в 1960 году) пригласил меня работать в этот коллектив. В настоящее время в каталоге СККП находится более 14 000 объектов. Вся работа по оперативному уточнению параметров орбит ведётся в автоматическом режиме».

*А. И. Назаренко*¹

П. Е. ЭЛЬЯСБЕРГ — ПРОФЕССОР КАФЕДРЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА (МГУ) (1963–1973)

Всестороннее развитие космического направления на кафедре теоретической механики МГУ связано с приходом Д. Е. Охоцимского², который стал профессором кафедры в 1959 году по инициативе Н. Г. Четаева³. В 1960 году Д. Е. Охоцимский был избран в члены-корреспонденты АН СССР и в 1962 году возглавил кафедру.

В 1963 году начинается новый период в деятельности П. Е. Эльясберга. Он приглашён на должность профессора кафедры теоретической механики МГУ, где начинает читать спецкурс лекций по баллистике, вести семинар совместно с Д. Е. Охоцимским, М. Л. Лидовым⁴ и В. Г. Дёминым⁵. Здесь у него

¹ Назаренко Андрей Иванович (род. 1932) — доктор технических наук, профессор, лауреат Государственной премии.

² Охоцимский Дмитрий Евгеньевич (1921–2005) — доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН (1991), советский и российский механик и математик, создатель научной школы в области динамики космического полёта, автор фундаментальных трудов в области прикладной небесной механики, робототехники и мехатроники.

³ Четаев Николай Гурьевич (1902–1959) — российский советский механик и математик, член-корреспондент АН СССР (1943). Лауреат Ленинской премии (1960), специалист в области теории устойчивости движения.

⁴ Лидов Михаил Львович (1926–1993) — советский и российский учёный в области прикладной небесной механики, доктор физико-математических наук, профессор.

⁵ Дёмин Владимир Григорьевич (1929–1996) — советский и российский астроном, механик, доктор физико-математических наук, профессор, лауреат Государственной премии.

появляются студенты, которых привлекают задачи в области космической механики.

«В начале 2-го семестра в 1964 году заведующий кафедрой теоретической механики мехмата МГУ Д. Е. Охоцимский представил нам Павла Ефимовича Эльясберга и предложил записываться в группу, которая под его руководством будет заниматься космической баллистикой. Я и мой друг-сокурсник Коля Хавенсон, в числе прочих, записались в эту группу. Павел Ефимович (которого мы позже стали называть между собой П. Е. или Пал Ефим) сразу же дал нам задания. Я, например, разбирал и докладывал часть содержания его знаменитой статьи 1963 года об определении орбиты по двум положениям.

После окончания университета в 1966 году я остался в аспирантуре у П. Е., и он предложил мне развивать идеи, изложенные в статье М. Л. Лидова¹. В ней утверждалось, что при наиболее неблагоприятном соотношении между ошибками наблюдений при условии их ограниченности по модулю (схема „бортика“) в рамках метода наименьших квадратов оптимальным является использование минимального числа наблюдений. Эти наблюдения находились из решения задачи линейного программирования.

За период учёбы в аспирантуре я узнал Павла Ефимовича несколько больше. Мы много общались с ним при обсуждении научных проблем. Я познакомился у него дома с его женой, Алевтиной Николаевной, к которой он относился очень трогательно и часто спрашивал меня несколько наивно: „Как вам понравилась моя жена?“»

Б. Ц. Бахшиян²

«С Павлом Ефимовичем я познакомился в 1966 году, когда учился на первом курсе мехмата МГУ. П. Е. читал у нас курс лекций по теоретической механике. Он приходил всегда в куртке защитного цвета какого-то полувойенного образца и во время лекции без конца поправлял свой чубчик. Студенты шутили, что ему следовало бы чубчик приклеить. Но подшучивали над П. Е. совершенно беззлобно, отношение к нему было очень хорошим. Видимо, это объяснялось всегдашней приветливостью П. Е. и чёткой, ясной, уверенной манерой чтения лекций. Именно на его лекциях я понял, что это как раз то, что мне нужно. Во-первых, потому, что именно этот предмет давал знания об орбитах, дорогих моему сердцу с раннего детства. А во-вторых, потому, что симпатичным и притягательным был и сам носитель этих знаний. В результате я оказался у П. Е. на кафедре теоретической механики, а после окончания МГУ — в его тридцатом отделе в ИКИ. И никогда мне не пришлось об этом пожалеть».

А. А. Суханов

ИКИ АН СССР И СОЗДАНИЕ ОТДЕЛА ПОД РУКОВОДСТВОМ П. Е. ЭЛЬЯСБЕРГА

Моё знакомство с Павлом Ефимовичем Эльясбергом произошло в 1964 году, когда на отделении механики мехмата МГУ происходило распределение студентов по кафедрам. Я выбрал кафедру теоретической механики, хотя и не

¹ *Лидов М. Л.* Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. № 8. С. 5–45.

² Бахшиян Борис Цолакович (1944–2011) — доктор физико-математических наук, профессор.

очень ещё представлял, чем бы конкретным хотелось заняться. Однако, когда появился спецкурс, связанный с теорией движения искусственных спутников Земли, сразу стало ясно, что это именно то, к чему меня тянуло. Лекции читал человек, о котором я слышал, что он один из тех, кто имел отношение к запуску Первого спутника Земли, что он имеет звание полковника и работает в закрытом военном НИИ. Не скажу, что лекции читались как-то особенно, но решаемые задачи и глубина их изложения свидетельствовали о полном понимании предмета. Ещё не так много времени прошло с начала космической эры, и механика космического полёта представлялась чем-то совсем новым по сравнению с классической теоретической механикой. Я с огромным удовольствием слушал лекции и совсем не представлял, что это знакомство с Павлом Ефимовичем станет началом долгой совместной работы вплоть до его смерти в конце марта 1988 года.

Когда в начале 1965 года мне надо было выбирать место для практики и тему дипломной работы, я по совету Эльясберга выбрал почтовый ящик в Химках, ныне Научно-производственное объединение им. С. А. Лавочкина («Лавочка», как её называют в обиходе). Это вполне отвечало моим интересам, так как ходу пешком от дома до этого почтового ящика всего было полчаса.

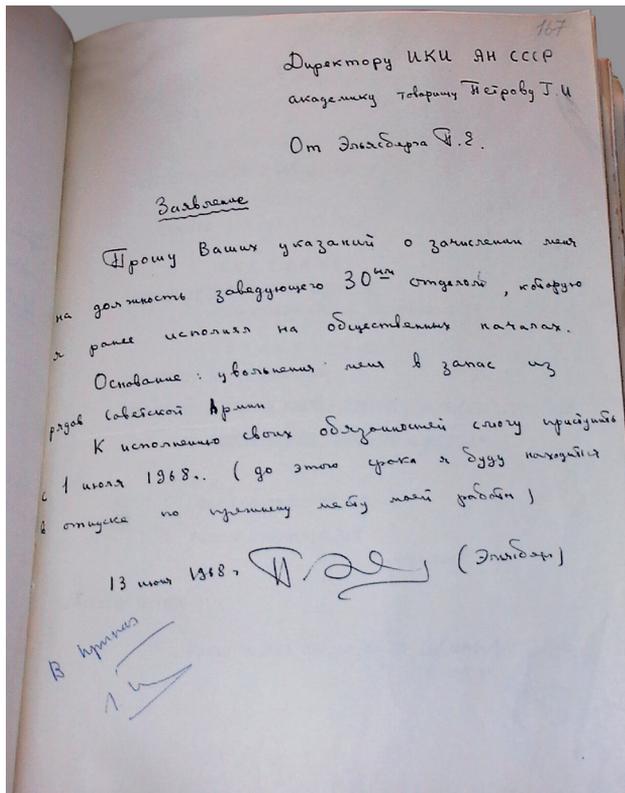
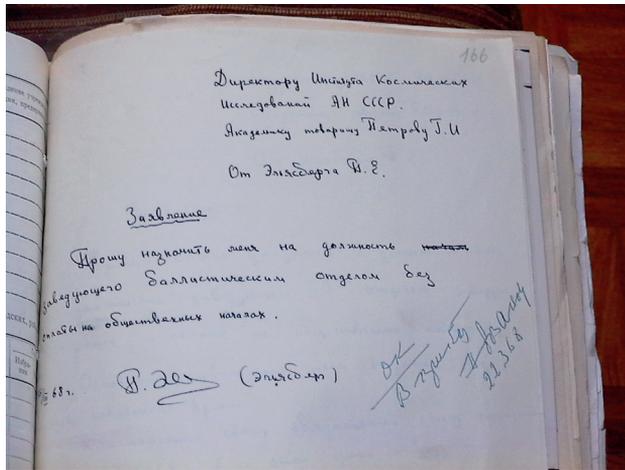
Это были очень интересные времена, когда после нескольких неудачных попыток ОКБ С. П. Королёва осуществить мягкую посадку на Луну первая попытка «Лавочки» оказалась удачной, и «Луна-9» (фактически «Луна-13») мягко «прилунилась». П. Е. предложил мне в качестве дипломной работы решить задачу выбора оптимальной даты старта к Марсу и расчёта параметров перелётной траектории. Эта работа была выполнена и успешно защищена. Настало время распределения на работу, и предприятие, где я проходил практику, настойчиво стремилось к тому, чтобы я распределился к ним. Наши пути с Павлом Ефимовичем расходились. Я сказал П. Е., что хотел бы работать с ним. Эльясберг ответил: «Г. И. Петров предлагает мне возглавить отдел в создающемся в Академии наук Институте космических исследований, и я постараюсь сделать так, чтобы вы распределились туда». И действительно, несмотря на усиленное давление на комиссию по распределению со стороны «Лавки», я получил направление в ИКИ.

Однако сам П. Е. никак не мог решить собственную задачу перехода из своего НИИ-4 в ИКИ. Его не отпускали из армии, и пока это не было решено, он договорился с Д. Е. Охочимским взять в возглавляемый им баллистический отдел Отделения прикладной математики (ОПМ) Института им. Стеклова своих будущих сотрудников — Е. П. Алексашина и меня. В то время, не имея собственного здания, ИКИ в виде нескольких подразделений располагался в разных местах, в том числе и на территории ОПМ на Миусах. Я был зелёным новичком, а Женя Алексашин был уже опытным человеком, прошедшим школу военной космической работы и сумевшим по большому нахальству (через голову вышестоящего начальника) уйти из армии. Так в 1966 году началась наша работа в ИКИ, а фактически в ОПМ в отделе № 5 у Д. Е. Охочимского в знаменитой комнате 51.

Однако спустя некоторое время такой расклад не устроил Г. Н. Злотина, возглавлявшего в ИКИ отдел обработки информации, и он попытался запустить нас в свой отдел. Женя, который был свободен в выборе, ушёл до лучших времён к Охочимскому, а я, не имея возможности выбора (распределение), по совету П. Е. с середины 1967 года стал работать у Злотина. Осознавая

себя единственным потенциальным сотрудником Эльясберга, я начал подыскивать тех, кто, работая в ИКИ, мог бы составить мне компанию в будущем отделе Павла Ефимовича. И такие люди нашлись.

К приходу П. Е. Эльясберга в ИКИ АН СССР уже были подобраны первые кандидатуры для создаваемого 30-го отдела: Г. А. Мерсов и его группа (В. А. Филиппов и М. Чувахин).



«Я работал в ИКИ уже год, когда услышал, что П. Е. приходит туда же. Мне очень хотелось работать с ним, и мне сказали, что надо поговорить с Колей, таким невысоким пареньком с выразительными глазами. По этому описанию я нашёл Колю Хавенсона. В результате на очередном собрании отдела Юлия Константиновича Ходарева, где я работал, Ю. К. сказал, что в ИКИ появился новый отдел 30, где заведующим является Эльясберг, и он хочет забрать туда Мерсова. Я не возражал. Коля повёл меня на встречу с П. Е. и, подходя, я услышал, как П. Е. обрадовано зашумел: „Мерсов? Где Мерсов?“ А потом меня увидел и так разочарованно: „А... Это Вы...“ Кого он ожидал увидеть — я не стал выяснять. В дальнейшем он относился ко мне, наверное, даже слишком уважительно, как и ко всем подчинённым, обычно обращаться по имени и отчеству. Домой подвозил часто. Правда, это было не быстрее, поскольку мы заезжали в какие-то магазины, и несколько опасно — П. Е. иногда засыпал, пока ждали зелёный свет, а мне было неудобно его будить».

Г. А. Мерсов

В мае 1968 г. Павлу Ефимовичу, наконец, удалось расстаться с армейской службой.

Выписка из личного дела полковника Эльясберга П. Е. (1947–1968)

02.01.1947 младший научный сотрудник 17 отдела НИИ-4 ААН;
05.08.1947 научный сотрудник 17 отдела НИИ-4 ААН;
15.02.1949 старший научный сотрудник 17 отдела НИИ-4 ААН;
11.02.1957 начальник 14 лаборатории НИИ № 4 МО СССР;
03.08.1959 научный консультант начальника НИИ № 4 МО СССР;
12.05.1968 уволен в запас по ст. 59 п. «б».

Выписка из личного дела полковника Эльясберга П. Е. (1947–1968)

31.12.1947 — инженер-капитан;
28.06.1951 — инженер-майор;
05.04.1956 — инженер-подполковник;
19.09.1961 — инженер-полковник.

П. Е. ЭЛЬЯСБЕРГ — ЗАВЕДУЮЩИЙ ОТДЕЛОМ В ИКИ РАН (1968–1988)

В середине 1968 года после демобилизации из армии П. Е. Эльясберг пришёл на работу в Институт космических исследований АН СССР. Официально это произошло 1 июля 1968 года, и с тех пор этот день стал считаться датой рождения баллистического отдела № 30 ИКИ, а впоследствии — отдела № 7.

Формирование отдела проходило постепенно, практически с нуля. В него вливались молодые выпускники мехмата: Б. Ц. Бахшиян, В. М. Синицын и М. И. Войсковский, А. А. Суханов, М. Л. Пивоваров, Е. Е. Рязанова, а также довольно опытные, имевшие за плечами опыт работы в космической тематике, сотрудники: В. И. Прохоренко (ЦНИИмаш), И. Г. Хацкевич (ИПМ), Б. В. Кугаенко (НИИ-4), Н. А. Эйсмонт (ОКБ-1). Вернулся и Е. П. Алексаин из ИПМ.

Павел Ефимович был яркой и своеобразной личностью. Он был демократичен, и это проявилось в атмосфере, которую он создал в отделе. Он любил работать сам, и его личный пример способствовал тому, что вокруг него образовался коллектив самостоятельных, независимых личностей, усвоивших его стиль работы. Каждый сотрудник точно знал свой круг задач и выполнял свою работу так, чтобы не подвести своего руководителя. Он старался всегда быть в курсе тех дел, которыми занимались его сотрудники, и при этом каждый ощущал себя совершенно самостоятельным в решении поставленных задач без всякого давления или навязывания воли начальника. Павел Ефимович очень не любил, когда с ним молча соглашались, и был всегда готов выслушать любые аргументы, и «за», и «против». Мы все были вольны в распределении своего рабочего времени и чувствовали ответственность за свою работу. По-моему, это высший уровень трудовой дисциплины, когда у тебя не стоят над душой и не требуют обязательного присутствия на рабочем месте. Я прекрасно помню те моменты, когда, желая с кем-то конкретно побеседовать, он спрашивал: «Вы завтра будете на работе?» Иногда он заходил в комнату к какому-нибудь сотруднику и мимоходом спрашивал, чем он в данный момент занимается, хотя прекрасно знал, какую задачу тот решает, и что это не требует его непосредственного вмешательства. Это могло повторяться несколько раз на неделе или даже на день. Просто, таким образом он выражал внимание к своим сотрудникам. Зато, если какая-то проблема его заинтересовывала, он с головой окунался в неё и постоянно уделял внимание тем, кто непосредственно был ею озадачен.

Павел Ефимович создал очень дружную и одновременно рабочую атмосферу в отделе. Все значительные мероприятия никогда не проходили без его участия. За чашкой чая или рюмкой напитка погорячее обсуждались насущные мировые проблемы. Суждения Эльясберга были оригинальными, смелыми и порой неординарными. Вместе с тем у него были очень сильно выраженные симпатии и антипатии, которые трудно было изменить. Например, он не любил русского поэта Некрасова, и не потому, что у него были плохие стихи, а потому, что он считал Некрасова крепостником. Никакими соображениями о том, что Некрасов много писал о русском мужике и о русских женщинах, нельзя было изменить представления Павла Ефимовича. Совершенно так же он относился к окружающим его людям. Если кто-то был ему не симпатичен, то никакие соображения не могли его переубедить. Вместе с тем он был достаточно снисходителен к тем, кто ему нравился. У него, несомненно, были свои любимчики, и я с гордостью отношу себя к ним. По молодости в наших общих застольях я мог перебрать лишнего и выкинуть какой-нибудь фортель, но П. Е. всегда относился ко мне по-отечески. Я вспоминаю, как он защищал меня от нападков милиционера на Красной площади, когда мы возвращались из кафе после празднования годовщины отдела, и как он вместе с М. Д. Кисликом заботливо укладывали меня спать в их номере гостиницы в Ленинграде после «усиленного» празднования дня рождения Юры Колоуки. На моей памяти очень много эпизодов такого отношения П. Е. к тем, кого он любил. Я должен бы выделить его очень заботливое отношение к Володе Сеницыну, у которого за внешней грубостью скрывалась довольно тонкая душевная суть, подчас невидимая для окружающих. Но Пал Ефим очень хорошо разглядел это и очень любил Володю, сильно переживал за него и многое, многое... ему прощал.

«Он был учеником академика М. Лаврентьева, но, в силу сложившихся обстоятельств, занимался прикладными вопросами математики и ждал того же от своих учеников. Однако хорошая математическая школа позволяла ему быть всегда на высоте. Помню, в 1970 году мы подготовили статью в журнал „Автоматика и телемеханика“, в котором авторами в юбилейном выпуске, посвящённом 100-летию В. И. Ленина, должны были быть лишь лауреаты Ленинской премии (которым и был П.Е.). Я как соавтор тоже попал в этот сборник. Но с ужасом обнаружил изъян в уже отданном в редакцию доказательстве. Как раз в это время, когда все мы собрались на коммунистическом субботнике (где-то в конце апреля), я подбежал к П. Е., который был одет по-рабочему и стоял с метлой около „стекляшки“, и взволнованно сообщил о своей ошибке. П. Е. совершенно спокойно подумал около минуты и сказал: „Так Вы это множество можете расширить, и всё у Вас получится как надо“. Я был поражён, как быстро ему удалось найти выход из положения и исправить ошибку.

Наш отдел состоял из молодых людей, которые были достаточно шумны и часто действовали, как я сейчас понимаю, этой своей необузданной энергией на нервы П. Е. Однажды он никак не мог успокоить сотрудников на собрании и, не выдержав, крикнул что-то резкое, а после наступившей тишины очень расстроено сказал: „Ну вот, вывели меня из себя“. Он был интеллигентным человеком и любил честные открытые отношения, говоря, что в Академии наук, в отличие от армии, намного изощрённее подсиживают и подличают.

Он часто любил и иронизировать. Так, когда мы с Колей Хавенсоном показывали ему статью о гравитационном манёвре у Юпитера, П. Е. спросил, что такое йевиоцентрическая траектория. „Это — юпитерианская“, — ответил Коля. „Смотрите, это слово нужно писать осторожно, чтобы, заменив случайно «в» на «б», не получить совсем неприличную траекторию“.

С благословления П. Е. я имел возможность заниматься «чистой» наукой в отделе. Но он часто повторял: „Вы можете работать в своё удовольствие, потому что есть Коля Хавенсон, Володя Сеницын, делающие тяжёлую расчётную работу по проектам, которые ведёт наш отдел“. Когда на семинарах кто-то говорил, что идеи докладчика уже были известны, П. Е. отвечал обычно: „Но ведь для нашего семинара — это новость“. Тем самым он морально поддерживал докладчика.

Б. Ц. Бахшиян

«Придя на работу в 30-й отдел ИКИ в 1971 году, я встретил там замечательный коллектив, набранный П. Е.: Жора Мерсов, Вика Прохоренко, Женя Алексашин, Коля Хавенсон, Боря Бахшиян, Марик Войсковский, Володя Сеницын — всего в отделе было человек двенадцать в то время. Отдел занимал тогда крохотную комнатку в одной из четырёх двухэтажных „стекляшек“, соединённых застеклёнными переходами. Каждая из „стекляшек“ представляла собой точную копию типового парикмахерского салона (я специально проверял). В эту комнатку были втиснуты шкаф и четыре стола. Свой стол был только у П. Е. У меня был ящик в одном из столов, чем я чрезвычайно гордился, — это был признак новой, взрослой, самостоятельной жизни. Из-за тесноты у каждого из нас был „присутственный день“ — один день в неделю, когда нужно было приходить на работу. В последующие годы „жилищные условия“ отдела постоянно улучшались, число „присутственных дней“ возросло до двух в неделю, но такая свобода, при которой можешь работать, где хочешь и когда хочешь, сохранилась. Я бы ещё добавил: и делать, что хочешь. Даже „присутственные дни“ не были строго обязательными. П. Е. никогда не досаждал нам мелочной опекой, предоставляя полную свободу. Никакого принуждения, понукания со стороны нашего начальника не было никогда. Предоставление нам свободы делать что хочешь, где хочешь и когда хочешь, было проявлением его сознательной позиции, основанной на собственном опыте и кратко сформулированной в ответном слове на праздновании его семидесятилетия (об этом я напишу ниже). Мы ценили свою свободу, хотя иногда

ею злоупотребляли: шахматы, шашки, нарды, длительные коллективные чае- и винопития были неременным атрибутом нашего времяпровождения на работе. П. Е. снисходительно относился к этому и частенько сам принимал участие в наших „питиях“ — главным для него было, чтобы дело было сделано хорошо и в срок, а где и когда оно будет делаться, неважно. В результате отдел работал вполне успешно.

Я не помню, чтобы П. Е. распекал кого-нибудь из своих сотрудников, устраивал разносы. Если по каким-то причинам он имел повод для недовольства, то лишь посмотрит с удивлением и укором, как будто впервые тебя видит, или скажет: „Я ожидал от вас большего“. Самым страшным наказанием были его слова: „Вы меня очень подвели!“ — такое запоминалось надолго. Но и похвала из его уст также навсегда запоминалась».

А. А. Суханов

Становление отдела совпало с началом запусков целой серии спутников по программе ИНТЕРКОСМОС, для которой требовалось осуществлять навигационную привязку научных данных. Это привело к необходимости разработки алгоритмов и программ для создания универсального комплекса расчёта движения ИСЗ. Одновременно развивались и совершенствовались методы определения ориентации КА с учётом большого разнообразия применяемых систем ориентации и стабилизации. Решение практических задач приводило к необходимости разработки новых методик и математических методов. Наряду с основными задачами по навигационному сопровождению экспериментов в отделе решались задачи построения орбит для различных миссий, включая построение орбиты в точке либрации.

Таким образом в отделе сформировались отдельные группы, занимающиеся различными задачами: определением вариаций плотности атмосферы, определением ориентации КА, расчётами движения КА как на орбитах ИСЗ, так и в межпланетных миссиях, методами оценивания точности траектории движения, обработкой оптических наземных наблюдений спутников.

«В конце 1968 года я перешла на работу в ИКИ, в отдел, руководимый Павлом Ефимовичем Эльясбергом. П. Е. поставил передо мной задачу написать на языке программирования Фортран универсальную программу расчёта движения ИСЗ (и навигационных параметров вдоль орбиты), обладающую определёнными свойствами адаптивности к особенностям движения различных спутников. В основу разрабатываемого программного комплекса (ПК), получившего впоследствии название „Орбита“, были положены модели движения ИСЗ и алгоритмы расчёта навигационных параметров, описанные в препринте трёх авторов: П. Е. Эльясберга, Б. В. Кугаенко и В. М. Сеницына¹. Этот препринт, кроме своего высококачественного содержания, обладал ещё одной замечательной особенностью: в неё не было ни одной опечатки, притом, что все формулы были вписаны Володей Сеницыным вручную, каллиграфическим почерком...

...Примерно в 1978 году П. Е. поручил мне заниматься спутниками серии «Прогноз». К тому времени, начиная с 1972 года, было запущено шесть спутников этой серии, и готовился старт ИСЗ «Прогноз-7». С этими высокоапогейными спутниками (имеющими начальные значения высот перигея — 800 км, апогея — 200 тыс. км) было связано много интересных задач. Основным фактором, определявшим эволюцию этих орбит, были гравитационные возмущения со стороны Луны

¹ Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Сеницын В. И. Алгоритмы расчёта навигационной информации о положении спутника: Препринт. Пр-102. М.: ИКИ АН СССР, 1972.

и Солнца. Это был прекрасный полигон для приложения и проверки результатов М.Л. Лидова, опубликованных в 1961 году в статье, ставшей классической. В этой статье на основе методов теории возмущений были получены эволюционные уравнения для исследования характера эволюции орбит спутников планет под влиянием гравитационных возмущений от третьего тела и показано, что орбиты с большим наклоном к плоскости орбиты возмущающего тела обречены на соударение с центральным телом.

В начале 1981 года, когда был только что запущен на орбиту спутник «Прогноз-8», П.Е. передал мне рисунок, сделанный в Чешском астрономическом институте. На этом рисунке на шкале времени от 1972 по 1985 год было очень наглядно представлено время существования всей серии запущенных к тому времени спутников «Прогноз» (от № 1 до № 7), а также прогноз времени существования спутника «Прогноз-8». Все эти спутники рано или поздно заканчивали своё баллистическое существование соударением с Землёй. Видя, как у меня загорелись глаза, П.Е. сказал: «Хотите заняться проблемой баллистического существования спутников? Учтите, это очень трудная задача».

Действительно, задача выбора долгоживущих орбит ИСЗ меня очень заинтересовала, но всерьёз заняться ею мне пришлось только спустя двадцать лет, когда П.Е. уже не было в живых, а в то время меня поглощала область исследований, которая называлась ситуационный анализ.

Мои отношения с физиками-экспериментаторами складывались непросто. Однажды я пришла к П.Е. с просьбой помочь мне в очередной раз преодолеть «сопротивление» заказчиков. П.Е. мне сказал: «Я свой авторитет зарабатывал сам, вот и Вы зарабатывайте сами». Но всё-таки он мне помог, согласившись представить материалы моих исследований по выбору орбит для проекта ИНТЕРБОЛ на заседании совета «Интеркосмос», проходившем в Центре отображения ИКИ РАН. Свой доклад он начал словами: «Всё, что я буду рассказывать, сделала Виктория Ивановна Прохоренко, но она стесняется докладывать, а я не стесняюсь и буду излагать её результаты».

В. И. Прохоренко

Создание модели атмосферы на основе наблюдений ИСЗ

«В начале 1969 года Павел Ефимович инициировал начало работ по исследованию пространственно-временных вариаций плотности верхней атмосферы и разработке динамической модели. В заинтересованные организации из ИКИ АН СССР было направлено письмо с предложением объединить усилия по разработке модели и организовать семинар для обсуждения научных проблем рассматриваемой задачи. Тематика семинара включала следующие проблемы:

- исследования пространственно-временных вариаций плотности атмосферы;
- организация группы по подготовке данных по эволюции параметров орбит отечественных ИСЗ серии «Космос» для использования при определении и уточнении параметров модели атмосферы;
- разработка соответствующих методик и программ для ЭВМ;
- обсуждение, оценка и публикация полученных результатов.

Большие проблемы были с исходной информацией, так как её практически не было. Павел Ефимович предложил на первых порах обобщить, систематизировать (перенести на перфокарты) и использовать для разработки модели данные определения параметров орбит по измерениям, сохранившиеся только в 4 ЦНИИ в виде рукописных записей в оперативных журналах. Каждое определение орбиты

представлялось в виде стандартной перфокарты. В дальнейшем усилия и авторитет Павла Ефимовича Эльясберга помогли организовать регулярное пополнение созданного банка новыми данными по эволюции орбит ИСЗ от 4 ЦНИИ, в/ч № 32103, ИКИ и ЦНИИмаш. К сожалению, к этой работе пополнения банка данных не удалось из-за ведомственных преград привлечь Центр контроля космического пространства, через который проходил ежедневно большой поток ценной информации по эволюции орбит атмосферных ИСЗ. Первая отечественная динамическая модель плотности атмосферы была готова к концу 1970 года. Но внедрение отечественной динамической модели плотности атмосферы для баллистического обеспечения полётов ИСЗ длилось по времени дольше её разработки. Был подготовлен первый проект ГОСТ (1975–1977), который был утверждён как ГОСТ 22721-77».

И. И. Волков

«Начиная с момента запуска первого искусственного спутника, во всём мире были организованы сети наземных наблюдений спутников и велись регулярные работы по вычислению их орбит. Эти данные успешно применялись для определения структуры и плотности атмосферы и их изменений под влиянием солнечной активности и геомагнитных бурь в верхней атмосфере. Павел Ефимович проявлял живой интерес к этим новым исследованиям и активно включился в работы, проводимые в рамках Международной программы ИНТЕРКОСМОС. Его участие в научных семинарах и международных конференциях всегда способствовало созданию творческой обстановки и оживлённых дискуссий. Особенно тесное сотрудничество связывало его с венгерскими учёными профессором Иваном Алмаром¹ и Эржи Иллеш-Алмар. Ими совместно было опубликовано несколько статей и представлены доклады на международных конференциях. До настоящего времени венгерские коллеги выражают искреннюю признательность П. Е. Эльясбергу за ценные советы, считая его своим учителем. По мере повышения точности измерений траекторий ИСЗ стали быстро развиваться технологии и методы космической геодезии. И здесь особенно пригодились изложенные в монографии П. Е. Эльясберга „Измерительная информация: сколько её нужно? Как её обрабатывать?“ (1983) методы определения параметров различных явлений по большому числу измерений. Выводы и рекомендации П. Е. Эльясберга остаются актуальными и используются при анализе больших массивов высокоточных наблюдений различных спутников».

С. К. Татевян²

Семинар отдела. Измерительная информация и её обработка

«Когда в 1968 году Павел Ефимович пришёл в ИКИ, он организовал в отделе, которым заведовал, семинар, где значительная часть докладов посвящалась гарантирующему оцениванию. Здесь рассматривались модели, в которых ошибки измерения полагаются случайными величинами с наиболее неблагоприятной корреляцией. Это было перенесение схемы „бортика“ на модель случайных ошибок, а также некоторые осложнения этой схемы. В частности, изучались схемы, когда коэффициенты корреляции ограничены сверху и снизу одними и теми же числами. Кроме того, была рассмотрена и классическая схема некоррелированных ошибок. Здесь П. Е. доказал давно выношенную им идею о возможной несостоятельности оценки наименьших квадратов при коррелированных наблюдениях.

¹ Алмар Иван (Ivan Almar) — профессор, сотрудник обсерватории Конколи Венгерской академии наук.

² Татевян Сурия Керимовна — доктор технических наук, профессор Института астрономии РАН.

Несколько слов об атмосфере семинара. Она была очень демократичной. П. Е. воспринимал с пониманием критические замечания в свой адрес, извлекая уроки даже из подчас несправедливой критики. В то же время, невзирая на авторитеты докладчиков, мог несколько вольно заявить, что это у нас на семинаре знают все. Не все приходящие „большие начальники“ или „большие учёные“ воспринимали такой стиль, что иногда приводило к определённым неприятностям, прежде всего для П. Е. Тем не менее семинар под руководством П. Е. просуществовал более 16 лет. На нём выступали известные учёные: Т. М. Энеев¹, М. Л. Лидов, Б. Т. Поляк², Н. Н. Козлов, В. Н. Почукаев³, И. К. Бажинов, Л. Ю. Белоусов, А. И. Матасов и многие другие.

С 1977 по 1979 год П. Е. вместе со мной и Р. Р. Назировым была опубликована серия статей, подводивших определённую черту под исследованиями в области гарантирующего оценивания. А именно, сначала Р. Р. Назировым были найдены верхние пределы дисперсий оцениваемых параметров для случая, когда множество элементов ковариационной матрицы ошибок наблюдений неопределённо и каждый элемент лежит в заданных для него границах. Затем, что гораздо труднее, совместными усилиями нашей тройки были найдены условия, при которых эти пределы достигаются. Затем были поставлены и сведены к квадратичному программированию задачи оптимального выбора линейного несмещённого алгоритма оценивания при наиболее неблагоприятных при данных условиях ковариациях. По инициативе П. Е. была также рассмотрена задача о максимизации гарантированной надёжности оценивания заданного параметра. При этом задачи оптимизации свелись к параметрическим задачам квадратичного программирования. Кроме того, была рассмотрена задача гарантирующего оценивания при наличии немоделируемых возмущений. В указанных работах было много примеров, которые П. Е., следуя своим принципам всё доводить до практики (хотя бы в перспективе), придумывал и разрабатывал сам до конца.

Все эти работы, а также некоторые исследования по оптимальной коррекции движения, стали основой для книги трёх соавторов Б. Ц. Бахшияна, Р. Р. Назирова, П. Е. Эльясберга „Определение и коррекция движения“, которая вышла в 1980 году в издательстве «Наука». В книге много идей, но мы — молодые в ту пору соавторы П. Е., некоторые вопросы осветили несколько формально, без учёта читательского восприятия. Имелось и определённое количество неточностей. Кроме того, мы доставили много хлопот П. Е., так как сдали свои главы в самый последний момент.

Больше П. Е. не отважился писать книги в соавторстве и в 1983 году решил выпустить более доступную книгу „Измерительная информация: сколько её нужно? Как её обрабатывать?“ (М.: Наука, 1983. 208 с.) Книга легко читается. В ней много интересных примеров и рассуждений. Иллюстрации на обложках обеих последних книг подготовила талантливая ученица П. Е. — Таня Тимохова (к сожалению, рано ушедшая из жизни).

Б. Ц. Бахшиян

МИССИЯ ВЕНЕРА-ГАЛЛЕЙ (ВЕГА)

В 1986 году должно было произойти явление возвращения в окрестность Солнца кометы Галлея, происходящее раз в 75–76 лет. Предварительными расчётами была показана возможность полёта космического аппарата к комете

¹ Энеев Тимур Магометович (род. 1924) — советский и российский учёный, автор фундаментальных трудов в области теоретической и прикладной космонавтики и космогонии, доктор физико-математических наук, академик РАН (1992).

² Поляк Борис Теодорович (род. 1935) — доктор технических наук, профессор.

³ Почукаев Владимир Николаевич — доктор технических наук, профессор.

с использованием гравитационного манёвра у Венеры. Поэтому было принято решение не упустить такой случай и направить к комете два космических аппарата — «Вега-1» и «Вега-2» — с целью исследовать её на минимальном расстоянии сближения. Поскольку «Веги» и комета Галлея двигались на встречных курсах, и скорость сближения превышала 70 км/с, то опоздание хотя бы на час превращалось в отклонение при сближении более сотни тысяч километров. Трудность состояла ещё и в том, что заранее невозможно было рассчитать траекторию движения кометы с необходимой точностью. Поэтому было очень важно провести оценку точности определения положения кометы по всей совокупности имеющихся наблюдений, чтобы уверенно сказать о возможностях достижения приемлемого для дистанционного изучения кометы расстояния. Вот здесь и получил практическую реализацию метод гарантирующего оценивания.

«У П. Е. была замечательная способность видеть в самой, казалось бы, никчёмной идее рациональное зерно, развивать эту идею и доводить до красивого законченного результата. Из каждой подхваченной им идеи получалась добротная научная работа. Так хороший грибник находит неприметный гриб, мимо которого прошли другие грибники, а хороший кулинар делает с помощью этого гриба отменное блюдо. П. Е. соединял в себе хорошего „грибника“ с хорошим „кулинаром“. Приведу лишь один пример.

В ходе работ по проекту ВЕГА я занимался под руководством П. Е. оценкой точности определения положения кометы Галлея по наземным наблюдениям. При этом использовал развитый при непосредственном участии П. Е. метод оптимального гарантирующего оценивания („метод бортика“). Этот метод предполагает наихудшую корреляцию между всеми наблюдениями кометы, однако наблюдения 1909—1911 и 1984—1986 годов явно слабо коррелированы между собой. Я разбил наблюдения на группы, внутри которых наблюдения коррелированы наихудшим образом, а между группами корреляция либо слабая, либо вообще отсутствует. П. Е. мгновенно подхватил эту идею, быстро развил её теоретически и в результате получил очень изысканную научную работу».

А. А. Суханов

«П. Е. написал работу, где предложил схему, в которой все измерения были разбиты на несколько групп. Внутри каждой группы коэффициенты корреляции ограничивались по модулю некоторой величиной, а коэффициенты наблюдения из разных групп были ограничены другой (обычно значительно меньшей величиной). Далее такая схема была обобщена на случай разбиения каждой группы на подгруппы. Для этой схемы были выведены простые формулы подсчёта гарантированной дисперсии оцениваемого параметра, которые были использованы для оценки возможности „поймать“ комету Галлея и сыграли большую роль в принятии решения о высокой вероятности успеха проекта».

Б. Ц. Бахшиян

Миссия ВЕНЕРА-ГАЛЛЕЙ (КА «Вега-1» и «Вега-2») явилась поистине эпохальной, поскольку она показала все возможности успешного выполнения космического проекта при высочайшей концентрации усилий на всех его этапах: проектирования орбиты, разработки научных приборов, разработки КА и его служебных систем, разработки телеметрических систем и системы сбора данных, наземных испытаний, управления движением (трасса полёта, манёвр у Венеры, юстировка платформ) и баллистической привязки полученных научных данных.

Сыграла свою особую роль в проекте и группа сотрудников под непосредственным руководством Элясберга, которая должна была провести уточнение положения кометы по измерениям с борта «Веги-1» и «Веги-2» с целью выдачи её координат в Европейский центр управления космическими полётами (ESOC) для обеспечения максимально возможного сближения с ней европейского зонда «Джотто». Эта задача получила название «Лоцман», и участвовали в её решении также баллистики ЦНИИмаш и ИПМ. Павлу Ефимовичу пришлось вспомнить все особенности оперативной работы, находясь в ИКИ вместе со своими сотрудниками при сеансах сближения «Веги-1» и «Веги-2» с кометой. Хотя ИКИ не являлся головным в этой работе, и основная ответственность ложилась на баллистические центры ЦНИИмаш и ИПМ, работа в три руки побуждала нас как можно быстрее предложить свой результат для окончательного выбора нужного решения. Мы буквально дневали и ночевали в ИКИ, когда проходили сеансы сближения КА и кометы. И мы старались получить решение первыми, ведь у нас были все основания для этого, так как в ИКИ имелись не только измерения, полученные от телевизионной системы, но и от механизма следящей платформы. Так оно и вышло, но полученное Сашей Сухановым решение оказалась ошеломительным: настолько близко проходил КА от кометы (порядка 3000 км), — что у П. Е. появились сомнения. Он уверенно заявил, что этого быть не может. Мы сообщили наши данные в ИПМ в группу Э. Л. Акима¹ и выяснили, что у них ещё нет результата, который они ожидали получить через час. А когда они его сообщили нам (порядка 8000 км), мы поняли, что в наших данных какая-то ошибка вкралась в привязку измерений по времени. Я тут же уточнил эту привязку с коллегами из ИПМ, и через 10 мин после пересчёта наши результаты полностью совпали. Я ругал себя за то, что полностью доверился Жоре Мерсову, который специально был послан в Центр управления в Евпатории, чтобы обеспечить привязку получаемых данных по времени. Оказывается, Жора не полностью проконтролировал на месте информацию из группы управления и принял время начала сеанса за время начала работы следящей телевизионной системы. Это расхождение и явилось причиной невязки наших результатов с ИПМ. Это был первый и единственный случай в моей жизни, когда по моей вине (хотя и косвенной) в группе сотрудников П. Е. были получены неверные результаты. Я привожу этот случай, чтобы подчеркнуть удивительную интуицию Павла Ефимовича и его ощущение реальной физической сущности события.

Дополнительные штрихи к портрету

«П. Е. обладал (подчас вполне детской — да простит он меня) живостью природы, непосредственностью и способностью всегда оставаться самим собой. Его крепкие выражения могли произвести шокирующее впечатление на тех, кто не был с ним знаком. Как-то раз я был свидетелем такой вполне типичной сцены. В вестибюле ИКИ на первом этаже П. Е. увидел одного из сотрудников Института, очень симпатичного человека, который в то время подвергался остракизму со стороны руководства (вскоре этому сотруднику пришлось уйти из ИКИ). П. Е. подошёл к нему, обнял

¹ Аким Эфраим Лазаревич (1929–2010) — учёный в области космической баллистики, профессор, член-корреспондент РАН, руководитель баллистического центра ИПМ им. М. В. Келдыша РАН.

в знак поддержки и громко произнёс: „Нас е..., а мы крепчаем!“, совершенно не обращая внимания на то, что кругом было полно народу, в том числе женщин. Но, несмотря на подобные сцены, это нисколько не убавляло уважения и любви к П. Е., настолько естественными и органичными были эти его порывы.

Удивительным и запоминающимся был голос П. Е. — живой, звонкий, иногда переходящий чуть ли не в фальцет. Невозможно забыть также его громкий заразительный смех. П. Е. заметно грассировал, некоторые слова произносил немного невнятно, и этот дефект речи иногда приводил к недоразумениям. Приведу один характерный эпизод, забавный, но поначалу очень меня напугавший.

Как-то раз я был у него в кабинете, и в это время раздался звонок телефона. П. Е. взял трубку: „Алло!.. Кардашёв? Какой Кардашёв?.. Зам. директора? Не знаю такого... Кто такой Кардашёв? Ах, Кардашёв! А мне послышалось Кардашёв...“ В продолжение всего разговора у меня глаза лезли на лоб, поскольку Николая Семёновича Кардашёва, который в то время был зам. директора ИКИ, П. Е. знал превосходно. Всё, крыша поехала, думал я. Положив трубку, П. Е. несколько смущённо объяснил, что ему послышалось „Тарташёв“, но в его произношении эти две фамилии звучали совершенно неразличимо.

А. А. Суханов

П. Е. Эльясберг был заядлым автомобилистом, он умел починить свою машину сам и прекрасно разбирался в моторе. Однажды, путешествуя в Карпатах, он увидел иностранную пару, кажется американцев, сиротливо стоявшую на дороге возле своей испортившейся машины. Остановившись, он спросил, чем мог бы им помочь. Естественно, те хотели узнать, как вызвать техничку. «А зачем?» — сказал П. Е. — «Я сам сейчас посмотрю, что у Вас случилось». Он быстро устранил поломку, и удивлённые американцы спросили: «Вы, видимо, механик по специальности?» — «Да, доктор наук, только по другой механике». У американцев вылезли глаза на лоб...

«Да и вообще всё, что делал П. Е., он делал добротнo и обязательно всё доводил до конца. Как-то раз, приехав к нему на недавно построенную дачу в Балабаново, я был поражён тем, как аккуратно, добротнo, продуманно он сделал сарай, и в каком порядке содержались в сарае инструменты.

Или вот такой случай: перед самым окончанием проекта ВЕГА наш бельгийский коллега и друг Поль де Брук подарил мне и П. Е. карманные компьютеры «Шарп», оснащённые встроенным Бэйсиком и довольно приличным (по тем временам) графическим дисплеем. Я был довольно опытным программистом, а у П. Е. такого опыта было явно недостаточно, и я самонадеянно подумал: „Уж здесь-то я его обставлю!“ Каково же было моё изумление, когда П. Е. быстро освоил все возможности этой „игрушки“ и сделал отличную, очень удобную программу расчёта различных орбитальных параметров с использованием графики. Мне ничего не оставалось, как мысленно прикусить язык».

А. А. Суханов

Его удивительная способность засыпать на различных заседаниях была известна всем. На семинаре кафедры в МГУ по обыкновению он периодически засыпал во время доклада, при этом его знаменитый клок волос на затылочной части головы откидывался назад, глаза закрывались, и иногда раздавалось похрапывание. Вдруг он внезапно просыпался, поправлял резким движением руки свой клок и задавал вопрос, который попадал в самую точку. Зная такую способность П. Е., я садился первое время рядом с ним и ста-

рался его каким-то образом растормошить, но затем понял, что этого делать не стоит. Хорошо помню, как Д. Е. Охоцимский, заметив, что П. Е. заснул, попросил меня разбудить его. Я ответил, что этого делать не надо, так как он проснётся сам в нужный момент. И когда это действительно произошло, Охоцимский, который, несомненно, знал это свойство П. Е., был совершенно потрясён. Было очевидно, что мозг П. Е. каким-то образом реагирует на интересные ему моменты и игнорирует те, которые играют второстепенную роль. П. Е. говорил, что эта его способность засыпать проявилась у него уже в начальной школе и вызывала ярость учителей. Видимо, этот фильтр спас его от многих дребедени общих собраний.

Однажды на заре формирования отдела Вика Прохоренко привела к нам одного сотрудника ЦНИИмаш, который хотел заинтересовать П. Е. задачами определения ориентации. Мы все вышли в коридор, оставив П. Е. с ним тет-а-тет в нашей маленькой комнате. Посетитель, видимо, так нудно и долго рассказывал П. Е. задачи, которыми они занимаются, что П. Е. заснул. Закончив своё изложение под лёгкий храп П. Е. и наш молчаливый смех в коридоре, несчастный вышел к нам и сказал, что не знает, что делать, — П. Е. спит. Мы рекомендовали ему вернуться и подождать, пока П. Е. проснётся. При этом постарались дать ему понять, что, по всей видимости, его усилия пропали даром, и П. Е. не интересуют эти проблемы, раз он вовремя не проснулся.

Отдельно об отношении к женщинам. Я никогда не слышал от него что-либо грубое или откровенно вульгарное о женщинах. Всех наших сотрудниц он называл по именам, чаще уменьшительно: «Леночка», «Любочка»... Вместе с тем он обладал сильным ироническим умом, придумывая подчас оригинальные эпитеты многим из них.

ПОСЛЕДНИЕ ГОДЫ

К сожалению, проект ВЕНЕРА-ГАЛЛЕЙ явился последним большим проектом, который был реализован при жизни Павла Ефимовича. Настали не самые лучшие времена в его жизни. Постепенно стали проявляться возрастные болячки. К тому же в это время назрели перемены в структуре руководимого им отдела: на его базе формировался новый отдел №81, который должен был объединить в себе все вопросы информационной поддержки научных проектов вместе с решениями задач по динамике полёта и баллистическому проектированию орбит. Происходил процесс омолаживания кадров в Академии наук. На должность заведующего отделом был назначен ученик Павла Ефимовича и его сотрудник Р. Р. Назиров. К сожалению, решения были приняты без предварительного согласования с П. Е., и он чувствовал себя обиженным. Ведь за 20 лет существования отдела под руководством Эльясберга никакие реорганизации, проходившие в ИКИ, не затрагивали его сотрудников. П. Е. умел отстоять своё мнение перед начальством и избавить сотрудников от необходимости выбора, с кем работать и как. Мы все это ценили и понимали, и главной нашей задачей было работать так, чтобы у П. Е. тоже не возникало проблем. В отделе ценилась самостоятельность и ответственность. Поэтому часть сотрудников-старожилов категорично заявили, что хотят работать только под непосредственным руководством Эльясберга, и директор

института академик Р. З. Сагдеев, уважая П. Е., сохранил за ним руководство отдельной группой 813 в составе отдела.

Тем не менее, болезнь прогрессировала. Усилились артритные боли. П. Е. с мужеством переносил болезнь, преодолевая боль, ходил на работу, считая, что только так можно преодолеть болезнь. Мы все очень переживали за него. Настал момент, когда он уже не смог приходить в ИКИ. Институт предоставил в его распоряжение персональный компьютер (тогда у нас они только появились), который П. Е. удивительно быстро освоил и сделал своим инструментом. В тот период Лена Чистякова приходила к нему домой, чтобы помогать ему в работе на компьютере (практически, была его руками). Вскоре ему пришлось лечь в академическую больницу.

«Последние годы Павла Ефимовича в ИКИ были омрачены тогдашним гонением на „стариков“ в Академии наук. Он пытался относиться к этому философски и обсуждал со мной иногда эту ситуацию, считая, видимо, что она меня тоже может коснуться. Я, как мог, успокаивал его. Такое отношение было очень несправедливо вообще, а по отношению к П. Е. — особенно. Он и в те годы оставался творческой и работоспособной личностью. Одна из последних его работ, относящаяся к исследованию движения в окрестности точки либрации, привлекла внимание известного учёного в области теоретической и прикладной математики В. И. Арнольда¹ как пример новой концепции в классической механике. Павел Ефимович очень гордился такой оценкой этой работы. Он по-прежнему сохранил способность быстро воспринимать новые веяния в технике. В это время впервые в ИКИ появились персональные компьютеры (ПК). П. Е. никогда прежде не работал на ЭВМ и не изучал программирование, хотя всю свою творческую жизнь руководил проектами, связанными с вычислениями на ЭВМ. Но ПК так увлекли Павла Ефимовича, что он очень быстро их освоил и научился писать программы, с удовольствием реализуя свои навигационные алгоритмы.

Погубила Павла Ефимовича вынужденная неподвижность. Он пытался преодолеть её, занимаясь лёжа гимнастикой и продолжая работать на компьютере. Последний раз я встречался с П. Е., когда мы с Мишей Пивоваровым провожали его в больницу, где он скончался. В больничном лифте мы расстались, понимая, что, возможно, видим его в последний раз. Прощаясь, П. Е., лёжа на каталке, стал спрашивать о моей диссертации. Да ладно, говорю, ерунда всё это! Хотел добавить: „Ваше здоровье для меня важнее!“ Но почему-то постеснялся. Жалею об этом до сих пор...»

Г. А. Мерсов

«Должен сознаться, что в то время, находясь „под крылом“ П. Е., я не очень-то представлял себе всё величие этого человека (как муравей рядом со слоном). Это в первую очередь объяснялось скромностью П. Е. и его простотой в общении. Пожалуй, впервые я почувствовал масштаб личности П. Е. в 1984 году, во время празднования его 70-летия. Я был поражён тем, как много народу из самых разных организаций приехало в ИКИ поздравить его с юбилеем. Среди них было много людей известных, — например, космонавт Гречко. Конференц-зал ИКИ был набит битком, все выступающие говорили много искренних тёплых слов об Эльясберге. Ответное его слово было кратким и мудрым: „Тут многие спрашивали, как мне уда-

¹ Арнольд Владимир Игоревич (1937–2010) — академик РАН, президент Московского математического общества, иностранный член Национальной академии наук США, Французской академии наук, Лондонского королевского общества, лауреат Ленинской и Государственной премий, премии имени Н. И. Лобачевского и др.

лось сохранить творческую активность. Секрет прост: я всю жизнь занимался только тем, что мне нравилось». Этот свой секрет он распространял и на своих учеников, предоставив нам свободу творчества.

Но и после этого я не до конца осознавал всю мощь этой выдающейся личности и в человеческом, и в научном отношении. Понимание пришло уже после того, как Павел Ефимович ушёл от нас, пришло постепенно и, как часто бывает, слишком поздно. Большое видится на расстоянии!

Стараниями его учеников поставлен памятник П. Е. На мой взгляд, памятник получился довольно удачным — в нём отражены скромность, простота и в то же время цельность и возвышенность натуры П. Е.

И всё-таки лучшим памятником П. Е. являются уважение и любовь его учеников и всех, кто его близко знал. Отрадно, что эти любовь и уважение с годами нисколько не померкли».

А. А. Суханов

«Последний раз я видел П. Е. за несколько дней до смерти в больнице. Мы пришли к нему с Колей Хавенсоном. Я тогда уходил из ИКИ в МАИ на преподавательскую работу. И когда Коля сказал: „Вот Боря покидает нас и Вас, своего Учителя“, П. Е. спокойно ответил: „Скоро ваш Учитель покинет вас...“ Мы, конечно, стали говорить, что это ерунда, что он выстоит. Да и не верили мы в то, что это вдруг может произойти. Ведь накануне П. Е. просил принести ему что-нибудь почитать, и я принёс 2-й том Ю. Трифонова с моей любимой повестью „Долгое прощание“».

Б. Ц. Бахшиян





Павла Ефимовича не стало 30 марта 1988 года. По какой-то случайности он умер в день рождения своего старшего брата Максима Ефимовича Эльясберга, известного конструктора станков, лауреата Сталинской премии 1948 года.

Пусть этот очерк будет нашим долгим прощанием с этим выдающимся, и в то же время удивительно скромным человеком, который останется для нас вечно живым.

О ПАВЛЕ ЕФИМОВИЧЕ ЭЛЬЯСБЕРГЕ

Р. Р. Назиров

Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

Очень хорошо помню день, когда я познакомился с П. Е., это было 1 сентября 1969 года. Это был первый учебный день, и у нас была первая лекция по курсу термеха, который на потоке механиков читал Эльясберг. Конечно, внешность у него была необычной: знаменитый чуб, вечно перепачканный мелом пиджак и тому подобное — об этом легенды ходят. Так вот — он нам всем, всему потоку, не понравился. Категорически. Это был первый день на первом курсе, и мы, хотя именовались механиками, все имели в основном математическое образование. И нам по духу были лекции в стиле Арнольда — чёткие формулировки, система аксиом, выводы и так далее. А тут было совершенно по-другому. И мы пошли на кафедру жаловаться и просить, чтобы нам заменили лектора. Врезалась в память реакция одного из преподавателей, который вёл у нас семинары: «Да вы что? Да вы просто не осознаёте, какой у вас лектор и что он читает! Вам ещё предстоит это понять!»

И действительно, понадобился почти целый год, чтобы мы поняли, что этот курс читается не так, как, например, линейная алгебра или аналитическая геометрия, а читается нам действительно большая наука — механика. Поняли мы это только к концу второго семестра.

Следующим переломным этапом для меня был конец второго курса, когда надо было решать вопрос о том, на какой кафедре учиться дальше. Я к тому времени был уже достаточно активным, было у меня много друзей среди старшекурсников, и я всё с ними советовался, как быть, что выбрать — аэромеханику, гидромеханику или ещё что-то? И вот один из друзей говорит: «Слушай, не валяй дурака. Неважно, какой наукой ты будешь заниматься, ты выбирай шефа! Выбирай такого научного руководителя, который тебя не бросит. Вот есть такой Эльясберг Павел Ефимович, он до сих пор не бросил ни одного своего ученика, какими бы они ни были».

И я, поскольку привык слушать советы старших, да и лекции П. Е. слушал уже два года, пошёл к нему. Стал ходить к П. Е. на его знаменитый семинар в ГЗ (главное здание МГУ), который проходил по вечерам. Много раз получалось после этого семинара вместе с П. Е. идти до метро, и это неформальное общение с ним было для меня просто бесценным. Кстати, примерно так же часто приходилось ходить до метро с Михаилом Львовичем Лидовым. Помню, кстати, как он рассказывал мне как-то раз, что нельзя обижаться на П. Е.: «Говорит мне Эльясберг, что где-то на КОСПАРе он доложил мой результат. Но так искренне говорит, что обижаться на него — невозможно!»

Помню, во время одного из этих походов до метро П. Е. спрашивает меня: «Равиль, а сколько Вы зарабатываете в стройотрядах?» И когда я назвал цифру, он в ответ поражённо: «А зачем же Вы к нам-то идёте? У нас в науке Вы таких денег получать не будете!» Или вот такая его фраза: «Равиль, ну неужели Вы хотите заниматься космической динамикой? Там же делать нечего, всё уже сделано! Неужели нельзя более интересную работу найти?»

Я специально говорю сейчас о П. Е. именно не как об учёном, а как о человеке — Человеке с большой буквы.

А со временем я убедился совершенно в том, что П. Е. никогда не бросает своих учеников. Было это так.

В 1972 или 1973 году было специальное постановление Политбюро о перекосе национальной политики на мехмате. Именно на мехмате. И стали политику исправлять. Причём таким образом — в августе 1973 года, за неделю или две до первого сентября, П. Е. получил письмо (не Охоцимский ему позвонил, а именно письмо!) о том, что он больше не является профессором мехмата. Переживал он страшно. Ну а потом, как всегда, — партсобрание факультета и резолюция, одобряющая «вымывание совместителей», так это тогда называлось. Я, помню, тогда встал и сказал, что, наверное, это решение неправильное и привёл в пример своего научного руководителя. Короче говоря, уже заготовленное парткомом решение не было принято. Как вы понимаете, такие вещи просто не проходят, и за неделю до распределения, в марте, у меня отзывают рекомендацию в аспирантуру. А всё уже было подготовлено — формальным моим руководителем должен был быть Лидов, а неформальным — П. Е. Учёный совет также дал все рекомендации. А партком за неделю до распределения принял решение — отозвать. Тогда, помню, я ходил всюду — пошёл и к Садовничему, который был тогда заместителем декана, а он говорит: «Равиль, ну что я могу сделать? Это решение парткома». А в чём была игра? Я как отличник и коммунист однозначно попал бы в НИИ-88, или в Саров, или ещё куда-нибудь в этом роде. И тогда П. Е. пошёл к Сагдееву, тот пошёл в Президиум АН СССР, и мне буквально за два дня сделали путёвку в Академию наук. В этом был весь П. Е. — иначе он поступить не мог.

И ещё несколько слов о другом. В диссертации П. Е. последний пункт назывался «расчёты с применением электронных машин». Так вот, об электронных машинах. Хорошо помню, кстати, как П. Е. со смехом рассказывал, что его сотрудницы на «Рейнметаллах» считают быстрее, чем Ястребов на «Стреле».

1985-86 год. Только-только появились первые персональные компьютеры. П. Е. в то время уже был серьёзно болен, ему было трудно ходить, и он работал в основном дома. Мы купили ему самый современный на то время персональный компьютер (ещё с монохромным дисплеем), на котором можно было программировать. И П. Е. погрузился в работу, за короткое время освоил компьютер и программирование, кажется, на Паскале. Несмотря на болезнь, он буквально целыми днями сидел и решал научные задачи — например, самостоятельно рассчитал массу кометы Галлея (это была работа с Морозом). Вот таким он в нашей памяти и остался.

ВОСПОМИНАНИЯ О ПАВЛЕ ЕФИМОВИЧЕ ЭЛЬЯСБЕРГЕ

В. Н. Почукаев

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИмаш)

Я очень хорошо знал Павла Ефимовича. Он был человеком чрезвычайно скромным и о своём прошлом говорил обычно лишь в общих чертах. Мне очень хорошо запомнилось, как однажды П. Е. сказал: «Надо же, как устроена жизнь! Вот наказали меня, направили служить солдатом для охраны армян от турков, а практически все мои соученики, получившие офицерские звания, погибли в битве под Киевом. Практически никого не осталось...» Да, и в самом деле судьба распорядилась так, что мы имели счастье видеть этого удивительнейшего человека, которого я считаю в определённой степени близкого к гению, и общаться с ним.

Своё образование Павел Ефимович получил ещё до войны, а война, как известно, может выбить из мозгов всё, что в них есть, поскольку главная проблема там — выжить. И в этом отношении как-то даже удивительно, что после таких тяжелейших испытаний вновь воспрял дух Павла Ефимовича, видимо, что-то в нём было заложено генетически, что он превратился в блестящего математика и замечательного учёного. Учёного, сочетавшего в себе глубокое практическое понимание сути тех проблем, над которыми он работал, и большой талант математика, сумевшего отстоять свои взгляды, доказать их правильность.

Хочу подробнее рассказать о личных качествах Павла Ефимовича. Однажды познакомившись с ним, я сразу как-то принял его, попал под обаяние его личности и испытал счастье от этого знакомства и общения с ним. Среди учёных часто встречаются очень умные, талантливые люди, но при этом им часто не хватает чисто человеческих качеств. А Павел Ефимович как раз был не только выдающимся учёным, но и обладал прекраснейшими человеческими качествами, и именно поэтому особенно сильно врезался в память тех, кто с ним был знаком, что, безусловно, повлияло на формирование общества баллистиков, которые тогда работали.

Павел Ефимович был уникальным явлением. Его открытость и способность идти навстречу даже малознакомым людям я испытал на себе. Помню такой случай. Я решил написать кандидатскую диссертацию. Она получилась совершенно небывалого объёма — 750 страниц! Два толстых тома. Читать её, а тем более быть официальными оппонентами на защите отказывались практически все. Согласились двое — А. В. Брыков и Павел Ефимович. Он, как ни странно, всё прочитал, чем я, не скрою, был поражён. А через два года я писал докторскую. И, разумеется, снова пошёл к Павлу Ефимовичу с просьбой быть официальным оппонентом. Эта диссертация уже была в пределах нормы — около трехсот страниц. «Ну что там у тебя? — спросил П. Е. — Теперь, небось, полторы тыщи страниц?» — «Да нет, Павел Ефимович, всего триста». — «Ну ладно, триста страниц я прочту». И он снова прочитал всю работу внимательнейшим образом.

Почукаев Владимир Николаевич — доктор технических наук, профессор, лауреат Государственной премии СССР, главный учёный секретарь ЦНИИмаш

После этих событий (защита диссертаций) моё взаимодействие с Павлом Ефимовичем стало более тесным, и я всегда получал огромное удовольствие от общения с ним. Например, как-то раз мы с ним были оппонентами в одной диссертационной работе и специально приходили на час-два раньше соискателя, чтобы обсудить её. Помню, мне казалось тогда, что я разобрался в этой работе, но после разговора с Павлом Ефимовичем я осознал, что понимал в ней процентов тридцать, не больше.

И вот ещё интересная деталь. Не помню, то ли сын, то ли племянник П. Е. поступал в университет и сдавал математику. И на экзамене вместо пятёрки получил четвёрку. Павел Ефимович взял эти задачи, все их прорешал, пошёл в комиссию, показал там своё решение и доказал, что абитуриент был прав. И справедливость была восстановлена. Этот случай, который П. Е. рассказал мне лично, также прекрасно характеризует его как человека отзывчивого и способного прийти на помощь.

Мне кажется, такая отзывчивость была в целом характерна для того поколения — поколения, прошедшего войну. Поколения, которое было несказанно радо просто тому, что оно живо. И особенно радо это поколение было тому, что, выжив, они вернулись на мирную работу и стали заниматься невиданными раньше проблемами — такими как проблема освоения космического пространства. И эту свою радость они передавали нам, молодому поколению. Война выработала в них особый опыт, понимание истинных ценностей. И это они смогли передать нам не просто в виде статей и монографий, но в личном общении, в стиле своей работы, в отношении к делу, в отношении к подчинённым. Я знаю, что начальство не очень-то любило Павла Ефимовича из-за его прямоты и смелости. И помню, как пытался П. Е. вырваться из цепких «лап» Министерства обороны, чтобы заняться своим любимым делом, которому он хотел посвятить жизнь, — наукой.

Придя в ИКИ, Павел Ефимович не просто создал коллектив, который работал и получал отличные результаты. Он, фактически, повлиял на формирование российской баллистической школы в целом. Надо сказать, что времена, в которые создавался коллектив баллистиков в ИКИ, были удивительными, я бы сказал, романтическими. Тогда в космическую науку, и особенно в баллистику, которая считалась чрезвычайно сложной наукой, пришло множество талантливых молодых учёных, и вот Павел Ефимович сумел так их организовать, что получился прекрасный коллектив, в котором у каждого раскрывались его творческие и научные способности. Павел Ефимович был душой коллектива, оказывал огромное влияние на сотрудников не только своими книгами, но и своей личностью, своим примером. Многие молодые сотрудники пришли к П. Е. после окончания университета, и они обладали прекрасными теоретическими знаниями, легко обращались с дифференциальными уравнениями, с различными теоретическими выводами, которые использовались при решении задач. Много было и практиков, окончивших, например, Московский авиационный институт, где в то время был создан особый факультет, готовивший специалистов для ракетостроения, который окончил в своё время и я.

Вот характерная деталь. Это было самое начало шестидесятых годов, и литературы у нас в то время практически никакой не было, достать книгу по баллистике в то время было практически невозможно. Вот, например, появилась у нас книга Левантовского «Ракетой к Луне», а в ней — короткая вы-

держка из книги Егорова «Полёт к Луне», в которой были приведены некоторые формулы. В целом же книга Левантовского была скорее популярной, а не научной. И вот на основании той скудной информации, которую мы смогли «выловить» из книги Левантовского, мы стали пытаться создавать теорию полёта в космосе. Тогда мы все буквально болели идеей освоения космического пространства и работали самоотверженно. И вот на основании таких очень скудных знаний мы вывели огромное количество своих формул и соотношений, описывающих движение в космическом пространстве, и оказались способны весьма неплохо решать очень сложные баллистические задачи.

Или вот ещё один случай вспоминается. Был примерно 1962-й год. Нам на одни сутки дали книгу Субботина. На одни сутки! Эта книга нас потрясла. В ней было изложено то, над чем мы так долго до этого бились самостоятельно, что приходилось выводить наугад. Как жалели мы, что не попалась нам эта книга на годик раньше! Если сегодня в распоряжении специалистов есть десятки, сотни книг, в том числе зарубежных, то тогда ничего этого не было и в помине. Но зато было горячее желание работать. И вот за одну ночь мы умудрились создать шесть копий книги Субботина, в которых в качестве страниц были фотографии. То есть за одну ночь мы пересняли все страницы этой книги и отпечатали шесть комплектов фотографий всех страниц! Причём каждая копия состояла из шести толстенных томов в переплёте. И всё это было сделано как бы между прочим. Так у нас появилась база, на основании которой наша работа пошла значительно быстрее.

Вот в каких условиях мы работали. Поэтому можете себе представить, каким событием было появление знаменитой книги Павла Ефимовича «Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли!» Это была подлинная революция. Сегодня открываешь эту книгу и кажется, что всё так просто и понятно. Ничего подобного! Эта книга была уникальной и имела, ещё раз повторю, огромное значение. Дальше были ещё другие книги Павла Ефимовича, но значение этой переоценить невозможно. Мы и сейчас, когда к нам приходят молодые специалисты, не знакомые с теорией движения ИСЗ, начинаем с того, что даём им эту книгу. В ней сочетается прекрасное понимание физической сути решаемых задач и очень тщательное, аккуратное, культурное и правильно оформленное математически изложение всех тех задач, решать которые должен уметь хороший баллистик. Человека, прочитавшего и понявшего эту книгу, уже можно считать баллистиком. И это поразительно!

Павел Ефимович у нас, конечно, был легендой. Вот такой пример можно привести. Выпуск каждого отчёта по баллистике у нас обсуждался на научном семинаре, аналогичном нынешнему Научно-техническому совету. Туда приглашали различных учёных. Непременно приходил и Павел Ефимович. Это было с его стороны проявлением большого уважения к нам, молодым ещё и неопытным учёным. Он понимал, что мы хотим работать и нам надо помочь. И делал это. И эта черта — способность идти навстречу простым людям — отличала его всю жизнь. Нам, молодым и ничем ещё не отличившимся специалистам, он отдавал все свои знания и опыт, прививал своё отношение к работе, свой стиль, своё понимание. И это невероятно сильно на нас влияло. После каждого такого семинара мы подолгу были под впечатлением даже не обсуждавшихся там результатов, а поведения Павла Ефимовича. А поведение у него было своеобразным. Он приходил на семинар, ему давали самый

лучший стул, который у нас был. Он садился на этот стул, хватал рукой свой чуб и... засыпал. Голова его при этом падала, но кулак он не разжимал и крепко держал себя за чуб. Шло горячее обсуждение, выступали то за, то против, потом, наконец, заканчивали. Тут просыпался Павел Ефимович. И «размазывал» результаты полностью! Совершенно непонятно было, как он мог во сне воспринимать всё происходившее, да ещё с такой поразительной ясностью. Вот говорят, во сне можно английский язык изучать. А Павел Ефимович во сне воспринимал научные результаты. Это было поразительно, интереснейший эффект! Мы, конечно, всюду рассказывали о таком поведении П. Е., и потом даже многие приходили на наши семинары, чтобы убедиться в нашей правоте. И убеждались в том, что дело было именно так.

Мне кажется, что те семинары оказывали огромное влияние на нас, формировали понимание, подход к решению обсуждавшихся там баллистических задач.

У нас в ЦНИИмаш был создан большой и сильный коллектив баллистиков, около двухсот человек. Было получено много важных результатов, об этом можно судить по количеству защит, которые тогда проходили. По честности подхода к решениям задач всё было без жульничества и обмана. Приходили молодые ребята, которые уже через 2-3 года должны были решать большие и сложные задачи. А тогда намечались полёты к Луне и т. п.

После создания отдела в ИКИ Павел Ефимович организовал там научный семинар, куда приходили все желающие. И мы очень ценили возможность побывать на этом семинаре, которым руководил Павел Ефимович, и наше начальство всегда нас туда отпускало. Там мы прошли целую школу. Это ещё одна страница в формировании сообщества баллистиков, которые решали все основные задачи, ибо как сказал С. П. Королёв «Любой космический проект начинается с баллистики и ею же кончается». Д. Е. Охочимский в своей книге приводит эти слова Сергея Павловича, которые он услышал от него. Те, кто занимаются баллистикой, понимают, что на неё, как на «кость», натягиваются «мускулатура» и «тело» любого космического проекта. И настоящий главный конструктор не мог не быть баллистиком, поскольку при создании проекта сначала грубо, приближённо решались основные баллистические задачи, и лишь после этого проект начинал разрабатываться более детально. Если посмотреть, как работал Георгий Николаевич Бабакин, то все детали полёта к Марсу он вначале просчитывал сам, в отличие от теперешних конструкторов-менеджеров.

Павел Ефимович был прекрасным руководителем, настоящим лидером. Мы все знаем, что большое количество людей без руководителя — это толпа. А руководитель превращает эту толпу в организованный коллектив, способный решать сложные задачи. И вот как раз таким руководителем был П. Е. Благодаря не только своему таланту учёного, но и своим замечательным личным качествам, он оказал огромное влияние не только на свой коллектив, но и на очень большое количество молодых учёных, которые смогли приобрести новые знания, развить их, и в конце концов превратились в крупных учёных, внёсших большой вклад в развитие своей отрасли.

О Павле Ефимовиче нельзя вспоминать без трепета. Он относится к категории людей, о которых просто нельзя помнить только формально. Думая о Павле Ефимовиче, понимаешь, что это тот уровень, которого, быть может, ты не достигнешь никогда просто хотя бы потому, что ты не прошёл той жиз-

ненной школы, что была у Павла Ефимовича. А я уверен, что психологический, моральный настрой человека, и открытия, сделанные им, взаимосвязаны. Не думаю, что существуют великие открытия, сделанные плохими людьми. По крайней мере, для себя я в этом убедился. И Павел Ефимович — тому яркое подтверждение. Его масштаб как учёного вполне соответствует масштабу его личности, а его вклад в развитие науки вполне сопоставим с его вкладом в формирование целого поколения молодых учёных, знавших его и продолживших дело его жизни.

ВЗГЛЯД НА 1960-е ГОДЫ

Л. В. Докучаев

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения
(ЦНИИмаш)

Приводятся воспоминания автора, приуроченные к 100-летию со дня рождения Павла Ефимовича Эльясберга — пионера отечественной космической баллистики и 90-летию со дня рождения Бориса Исааковича Рабиновича — крупнейшего учёного в области динамики ракетно-космической техники.

Ключевые слова: баллистика, динамика, деформируемость, жидкое топливо, система управления, воспоминания.

В 1954 году как школьник-медалист, поступаю на мехмат МГУ на Ленинских горах. Я — на отделение механики, а на соседнее отделение — математики — Володя Арнольд, будущий крупнейший академик-математик. Мы ничего не слышали о первых баллистических ракетах С. П. Королёва и для нас неожиданностью стал запуск первого спутника Земли.

На 4-м курсе я перехожу во вновь созданную спецгруппу для обеспечения ракетно-космической отрасли молодыми специалистами. Здесь я впервые слушаю спецкурс В. П. Мишина¹, сподвижника С. П. Королёва. Нам, студентам, избалованным лекциями университетских педагогов, его речь не понравилась. Здесь я узнал, что наши профессора — Г. И. Петров²,

¹ Мишин Василий Павлович — преемник С. П. Королёва на посту генерального конструктора и начальника ОКБ-1 (ныне РКК «Энергия»), академик РАН, Герой социалистического труда, лауреат Ленинской и Государственной премий, заведовал кафедрой в МАИ.

² Петров Георгий Иванович (1912–1987) — советский учёный-механик, специалист в области гидроаэромеханики и газовой динамики, вместе с С. П. Королёвым и М. В. Келдышем стоявший у истоков космонавтики, академик АН СССР, доктор технических наук, лауреат Сталинской премии первой степени (1949) и Государственной премии СССР (1979), Герой Социалистического Труда (1961). Возглавлял Институт космических исследований РАН. Заведовал кафедрой гидроаэромеханики и газовой динамики МГУ.

Докучаев Лев Викторович — начальник сектора, доктор технических наук, профессор, doklev@mail.ru.

А. А. Ильюшин¹, Х. А. Рахматулин², А. Ю. Ишлинский³ — тесно связаны с ракетно-космической промышленностью.

В 1959 году я получаю распределение в НИИ-88 в Подлипках. Институт был образован в 1946 году и состоял из КБ-1, КБ-2, отделов аэродинамики, прочности, материаловедения, измерительной техники. Первые два КБ выросли в самостоятельные предприятия: РКК «Энергия» им. С. П. Королёва и КБхиммаш им. А. И. Исаева, а два последних — в НПО «Композит» и НПО измерительной техники. Остальные составили современную основу теоретико-экспериментальной базы ЦНИИмаш. Я поступаю на работу во вновь созданный в 1957 году отдел динамики полёта № 10, возглавляемый А. Г. Пилютиком⁴ [Докучаев, Клишев, 2012].

Мой непосредственный начальник сектора баллистики — И. С. Ковнер, занимающийся разработкой вероятностной модели рассеивания и теории возмущающих воздействий [Ковнер, 2012]. К этому времени баллистикой занимались всюду, кроме НИИ-88, такие учёные как С. С. Лавров⁵,

¹ Ильюшин Алексей Антонович (1911–1998) — российский советский учёный в области механики сплошных сред, член-корреспондент АН СССР (1943), действительный член Академии артиллерийских наук (1947), труды по теории упругости и пластичности, газодинамике, лауреат Сталинской премии первой степени (1948). Заведовал кафедрой упругости МГУ.

² Рахматулин Халил Ахмедович (1909–1988) — член президиума Национального комитета по теоретической и прикладной механике, Герой Социалистического труда, кавалер четырёх орденов Ленина, ордена Трудового Красного Знамени. Лауреат Государственных премий СССР, премии им. М. В. Ломоносова, академик АН УзССР. По постановлению ЦК КПСС и СМ СССР был организатором и научным руководителем работ в НИИ-88 по аэрогазодинамике первых баллистических ракет и спускаемых аппаратов. Основатель кафедры волновой и газовой динамики МГУ.

³ Ишлинский Александр Юльевич (1913–2003) — советский и российский учёный-механик, организатор науки и педагог. Герой Социалистического Труда (1961), академик АН СССР (1960) и АН УССР (1948), иностранный член Польской АН (1977), Чехословацкой АН (1977), почётный член Международной академии истории наук (1981). Возглавлял Институт проблем механики РАН. Заведовал кафедрой прикладной механики МГУ.

⁴ Пилютик Анатолий Григорьевич (1915–1989) — доктор технических наук, профессор, специалист в области устойчивости движения, динамики и управления полётом космических аппаратов.

⁵ Лавров Святослав Сергеевич (1923–2004) — российский учёный в области прикладной математики и вычислительной техники, член-корреспондент АН СССР (1966), лауреат Ленинской премии.

Д. Е. Охоцимский, Р. Ф. Аппазов¹, Н. Н. Красовский². В НИИ-4 трудятся П. Е. Эльясберг, Г. А. Колегов³. От них в 10-й отдел перешёл Г. Р. Успенский⁴.

Мне И. С. Ковнер поручает самостоятельную работу по движению ракеты в шахте, запускаемой из погруженной подводной лодки. Двигатель запускается в затопленную морской водой шахту. Мне удалось создать какую-то модель гидрогазодинамического процесса, позволяющего определять скорость выхода ракеты из шахты и возникающие пики давления. Численное интегрирование производилось в секторе молодых расчётчиц, стучащих на клавишах «Рейнметалл». Каждый вариант траектории просчитывался в две руки методом Адамса и методом Рунге-Кутты в течение нескольких дней.

В это время М. А. Казанский⁵ вводит в строй первую цифровую вычислительную машину (ЦВМ) «Урал» производительностью 100 операций в секунду. Для проведения вычислений необходимо было программировать в кодах ЦВМ. Она явилась прародительницей вычислительных центров в НИИ-88, выросшего в современный центр управления полётами (ЦУП). Я оказался одним из первых пользователей этой машины. Расчёты проводились значительно быстрее, но время отнимало программирование и отладка программ. Результаты моей работы были отосланы В. П. Макееву⁶ в Миасс. Там её стали использовать в инженерной практике. Позже по подводному старту была издана в Оборонгизе брошюра ограниченного пользования.

¹ Аппазов Рефат Фазылович (1920–2008) — доктор технических наук, профессор (член правления землячества крымских татар Москвы), известный конструктор ракетной техники, работавший вместе с Сергеем Королёвым, один из создателей комплекса «Энергия-Буран», лауреат Государственной премии СССР, кавалер орденов «Знак Почёта», Ордена Трудового Красного Знамени и Ордена Ленина.

² Красовский Николай Николаевич (1924–2012) — советский и российский учёный в области математики и механики, основатель крупной научной школы по теории оптимального управления и дифференциальных игр, академик АН СССР и РАН, Герой Социалистического Труда (1974).

³ Колегов Григорий Афанасьевич — лауреат Государственной премии, главный научный сотрудник по космической баллистике в ЦНИИмаш.

⁴ Успенский Георгий Романович (род. 1932) — учёный в области системного проектирования перспективных космических комплексов, лауреат Государственной премии СССР (1986), Заслуженный деятель науки Российской Федерации (1996), награждён орденом Трудового Красного Знамени, медалями «За доблестный труд. В ознаменование 100-летия со дня рождения В. И. Ленина», «Ветеран труда», «В память 850-летия Москвы» (1997), Почётной грамотой Росавиакосмоса (2001).

⁵ Казанский Михаил Александрович — лауреат Ленинской премии, организатор и первый начальник Вычислительного Центра в НИИ-88, послужившего основой современного Центра управления полётами в ЦНИИмаш.

⁶ Макеев Виктор Петрович (1924–1985) — создатель научно-конструкторской школы морского стратегического ракетостроения Советского Союза и России, генеральный конструктор. Доктор технических наук (1965), академик АН СССР (1976), член-корреспондент АН СССР (1968), дважды Герой Социалистического Труда (1961, 1974), лауреат Ленинской (1959) и Государственных премий (1968, 1978, 1983).



Главный «модельер» укрощения
жидкости в динамике ракет с ЖРД
Георгий Нариманов



Участник эпопеи по укрощению
жидкости Борис Рабинович

В 1959 году в НИИ-88 приходит директором Г. А. Тюлин¹, который работал в НИИ-4, прекрасно знал П. Е. Эльясберга, И. К. Бажинова, Г. А. Колегова и др. Он преодолевает сопротивление министерства обороны и принимает на работу многих сослуживцев. В том числе Б. И. Рабиновича, который в 10-м отделе создаёт сектор. Его обаяние и красноречие покорило всех сотрудников и сотрудниц отдела. Я соглашаюсь на его предложение работать с ним. Через него я знакомлюсь с П. Е. Эльясбергом, Г. С. Наримановым в НИИ-4, а также с Д. Е. Охочимским, В. А. Сарычевым², В. В. Белецким³ в ИПМ (Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук).

¹ Тюлин Георгий Александрович (1914–1990) — советский учёный в области ракетно-космической техники, доктор технических наук (1958), профессор, генерал-лейтенант инженерно-технической службы. Вёл исследования по механике полёта и аэродинамике ракет и искусственных спутников Земли, по теории измерений траекторий и орбит и обработке результатов.

² Сарычев Василий Андреевич (род. 1931) — советский механик и математик, доктор физико-математических наук, профессор. Основные труды по математическим методам в аналитической механике. Государственная премия СССР (1970). Премия им. С. А. Чаплыгина (1979, совместно с Ю. А. Садовым).

³ Белецкий Владимир Васильевич (род. 1930) — советский и российский учёный в области небесной механики, автор трудов по теории вращательных движений искусственных и естественных небесных тел. Член-корреспондент РАН (1997), действительный член Международной академии астронавтики (1992) и Российской академии космонавтики им. К. Э. Циолковского (1994).

Дело в том, что при испытаниях первых отечественных баллистических ракет Р-1 и Р-2 была зафиксирована неустойчивость их полёта в «малом» (не приводившая к опасным последствиям). Как показал Г. С. Нариманов¹, она была обусловлена колебаниями жидкого топлива в баках. На ракете Р-5 (с большей дальностью полёта) эти колебания приобрели опасный для устойчивости её полёта характер. В связи с этим почти одновременно Д. Е. Охоцимский, Г. С. Нариманов, Б. И. Рабинович создают несколько разные модели колебаний свободной поверхности жидкости в цилиндрическом подвижном баке. Учёт этой модели в уравнениях движения ракеты позволил воспроизвести колебательный характер телеметрических кривых.

В ходе создания ракет С. П. Королёва Р-1, Р-5 автомат их стабилизации (АС) проектировался в предположении, что ракета представляет собой твёрдое тело, и всё внимание было сосредоточено на разработке теории автоматического регулирования. Однако нежелательные автоколебания ракеты, связанные с плесканием больших масс жидкости в топливных баках, заставили конструкторов уточнить её математическую модель. Введя в схему «твёрдого тела» дополнительные осцилляторы, соответствующие низшим тонам колебаний жидкого топлива в баках, проектантам удалось скорректировать параметры АС таким образом, что в последующих полётах подобные автоколебания практически не наблюдались.

Однако в 1950-х годах начались лётно-конструкторские испытания первой советской межконтинентальной баллистической ракеты (МБР) тандемной схемы М. К. Янгеля² Р-16, «многостральной» ракеты. При предстартовой проверке электрических цепей на стартовом столе произошло самопроизвольное включение двигателя 2-й ступени. Тогда в пожаре погибли сотни людей, включая маршала М. И. Неделина³. Янгеля спасло то, что он пошёл покурить в бункер. При следующем пуске Р-16, хотя автомат стабилизации был спроектирован с учётом подвижности жидкости, автоколебания привели к аварии — вторая ступень МБР потеряла управление и улетела в сторону Китая. Интенсивные исследования по выявлению причин аварии показали, что параметры АС выбирались при недостаточно точных значениях гидродинамических характеристик математической модели ракеты. Неустойчивость полёта МБР была вызвана её «нестабилизируемостью», т. е. противоречивостью требований, предъявляемых к фазочастотной характеристике автомата

¹ Нариманов Георгий Степанович (1922–1983) — профессор, лауреат Ленинской премии, генерал-майор инженерно-технической службы (1968), один из ведущих отечественных учёных в области космических исследований, при его участии были осуществлены успешные запуски искусственных спутников Земли серий «Космос», «Прогноз», автоматических универсальных орбитальных станций, исследовательских ракет «Вертикаль», внёс весомый вклад в осуществление программ доставки на Землю лунного грунта станции «Луна-16» и длительного испытательного полёта в автоматическом и пилотируемом режимах первой в истории космонавтики долговременной орбитальной научной станции «Салют».

² Янгель Михаил Кузьмич (1911–1971) — советский учёный, конструктор в области ракетно-космической техники, академик АН СССР (1966), дважды Герой Социалистического Труда (1959, 1961), Лауреат Ленинской и Государственной премии, генеральный конструктор КБ «Южное».

³ Неделин Митрофан Иванович (1902–1960) — советский военачальник, Главный маршал артиллерии (1959), Герой Советского Союза (1945).

стабилизации на очень близких частотах колебаний жидкого окислителя и горючего. Впервые обнаружилась также «негрубость» динамических свойств рассматриваемых ракет, т. е. резкое изменение характеристик объекта управления при малых изменениях его конструктивных параметров. Мне было поручено создать гидродинамическую модель бака окислителя II-й ступени, имеющего сложную конфигурацию из конических, цилиндрических и сферических оболочек. Такие краевые задачи гидродинамики руками расчётчиц решить было невозможно, и пришлось «побираться» ночным временем на ЭВМ в вычислительных центрах Московского государственного университета (МГУ), ИПМ, где уже появились первые М-20.

В ЦНИИмаш было создано экспериментально-теоретическое подразделение динамики, в задачи которого входили определение параметров колебаний жидкого топлива, а также исследования устойчивости полёта упругих объектов [Дорожкин, 2012].

Для предотвращения динамической неустойчивости МБР Р-16 были предложены механические демпферы колебаний жидкости, что позволило в кратчайшие сроки с минимальными доработками ликвидировать аварийные полётные режимы. С тех пор демпферы колебаний жидкости стали использоваться практически на каждом изделии.

Результатом совместных работ с Г. С. Наримановым по колебаниям жидкого топлива появилась монография в издательстве «Машиностроение» [Нариманов и др., 1977].

Конструкторы часто используют гироскопические свойства вращающихся тел для обеспечения неизменной ориентации оси спутника в инерциальном пространстве. Такой способ был применён для ориентации спутников «Тирос», «Эсса», «Телестар», «Синком», некоторых спутников серии «Эксплорер», АТС, НАТО, «Геос» и др. Если вращение свободного твёрдого тела осуществляется относительно его оси, соответствующей максимальному моменту инерции, то вращение устойчиво. Однако вращение реального ИСЗ, конструкция которого содержит различные упругие элементы, не всегда бывает устойчивым даже при большом превышении величины момента инерции относительно продольной оси над значением моментов инерции около поперечных осей.

Уже первый американский спутник «Эксплорер-1» (Explorer I), имеющий вытянутую форму, напоминающую карандаш, был снабжён четырьмя гибкими штыревыми антеннами, расположенными вдоль его поперечных осей. Антенны действовали как центробежные маятники, резонирующие на частоте, близкой к частоте прецессии спутника. Возникающее в результате этого рассеяние энергии вызывало переход спутника в режим кувыркания за время, меньшее одного периода его обращения по орбите. Неустойчивость спутника «Эксплорер-1» оказалась неожиданной, так как он считался абсолютно жёстким телом. Спутник «Эксплорер-3» имел аналогичную конфигурацию, но без антенн. Лишь через неделю после запуска ось его вращения стала совершать заметные нутационные колебания.

Аналогичное явление наблюдалось в 1967 году при запуске днепрпетровского спутника «Космос-142». Вместо того чтобы совершать стационарное вращение, он довольно быстро начал кувыркаться. Он имел пять антенн, четыре из которых расположены крестообразно перпендикулярно к продольной оси, а пятая направлена вдоль неё. Эти антенны, образованные из

предварительно напряжённой ленты, намотанной на барабан и распускаемой на орбите, представляли собой штыри большого удлинения с малой изгибной жёсткостью.

Результаты анализа неустойчивости вращения спутников с упругими антеннами свидетельствуют о том, что снижение величины жёсткости антенн, увеличение их длины и скорости закрутки обуславливают сужение области устойчивости подобных объектов. Если антенны расположены перпендикулярно к оси вращения космического аппарата, то при некотором превышении продольного момента инерции над поперечным скорость закрутки КА может быть неограниченной. Если же антенны расположены по оси закрутки аппарата, то всегда ограничивается сверху скорость быстрого его вращения.

В отличие от абсолютно жёсткого тела, устойчивость вращения которого подчиняется правилу «большой оси», вращение объекта с упругими штырями относительно оси наибольшего момента инерции не всегда будет устойчивым. Для обеспечения устойчивости вращения аппарата необходимо, чтобы момент инерции относительно продольной оси КА превышал момент инерции относительно поперечной его оси на некоторую величину, определяемую упругими свойствами стержней.

В 2000 году на орбиту были запущены два зонда по проекту ИНТЕРБОЛ. Первый, хвостовой зонд, имел четыре штыревые антенны, перпендикулярные продольной оси КА, являющейся осью его закрутки. Продольный момент инерции хвостового зонда намного превышал поперечный. Конструкция зонда обладала такими упругими свойствами, что свободное вращение относительно продольной оси носило устойчивый характер при любых скоростях закрутки. Случайные остаточные возмущения под влиянием диссипативных сил асимптотически затухали. Как показали результаты телеметрических измерений кинематических параметров движения хвостового зонда в реальном полёте, каких-либо существенных уходов его продольной оси от направления на Солнце не происходило. Совершенно иная картина наблюдалась при движении аврорального зонда, аналогичного первому, но имеющего на борту девять стержневых антенн, причём одна из них расположена на продольной оси. Учитывая, что габаритные размеры аврорального зонда в раскрытом положении на орбите достигают десятков метров, а его штыревые антенны образуются в космосе из фольги в виде спиралевидной ленты, в земных условиях практически невозможно определить частоты упругих колебаний этих антенн и величину их демпфирования. Несмотря на то, что продольный момент инерции зонда превышает почти в два раза поперечные, существует узкая полоса неустойчивости его вращения. Здесь конструкторы опять наступили на «грабли». Оказалось, что параметры зонда попали в эту полосу. В реальном полёте он стал прецессировать с всё большим углом нутации. Для парирования постоянных уходов продольной оси космического аппарата от Солнца приходилось тратить больше рабочего тела активной системы управления ориентацией КА [Докучаев и др., 2000]. Некоторое увеличение изгибной жёсткости штыревой антенны и снижение скорости вращения зонда позволило повысить его динамические характеристики — они оказывались в устойчивой зоне, и исключались значительные уходы.

Для обеспечения динамической устойчивости объектов ракетно-космической техники необходимо при их проектировании использовать нелинейную математическую модель космического аппарата с учётом упругости его

элементов и подвижности жидкого наполнителя, а также уметь определять упругие и гидродинамические характеристики КА в условиях космического полёта [Докучаев, 1987].

ЛИТЕРАТУРА

- [Докучаев, 1987] *Докучаев Л. В.* Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. М.: Машиностроение, 1987. 232 с.
- [Докучаев, Клишев, 2012] *Докучаев Л. В., Клишев О. П.* Десятый отдел — кузница научных кадров НИИ-88 // Космонавтика и ракетостроение. 2012. Вып. 2. № 67. С. 21–25.
- [Докучаев и др., 2000] *Докучаев Л. В., Назиров Р. Р., Рабинович Б. И., Ульяшин А. И.* О согласовании математической модели нутации спутника «Интербол-2» с лётным экспериментом // Космич. исслед. 2000. Т. 38. № 5. С. 454–462.
- [Дорожкин, 2012] *Дорожкин Н. Я.* Отдел динамики НИИ-88. Страницы истории // Космонавтика и ракетостроение. 2012. Вып. 2. № 67. С. 28–39.
- [Ковнер, 2012] *Ковнер И. С.* В Десятом и вместе с Десятым. Оглядываясь назад // Космонавтика и ракетостроение. 2012. Вып. 2. № 67. С. 26–27.
- [Нариманов и др., 1977] *Нариманов Г. С., Докучаев Л. В., Луковский И. А.* Нелинейная динамика летательного аппарата с жидкостью. М.: Машиностроение, 1977. 208 с.

LOOKING BACK AT 1960s

L. V. Dokuchaev

Central Research Institute of Machine Building (TSNIIMASH)

This report presents the author's memories associated with 100th anniversary of the pioneer of national space ballistics Pavel Efimovich El'yasberg and the 90th anniversary of the outstanding scientist in the field of the rocket and space dynamics Boris Isaakovich Rabinovich.

Keywords: ballistics, rocket dynamics, deformability, liquid fuel, flying control.

Dokuchaev Lev Viktorovich — chief of section, doctor of technical sciences, professor, doklev@mail.ru

ПАВЕЛ ЕФИМОВИЧ ЭЛЬЯСБЕРГ — УЧЁНЫЙ И ПЕДАГОГ

М. А. Вашковьяк

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук
(ИПМ им. М. В. Келдыша РАН)

Впервые о П. Е. Эльясберге как об известном баллистике я услышал в 1964 году на одной из лекций по определению орбит небесных тел, которую нам, студентам 5-го курса ГАИШ, читал профессор астрономического отделения физического факультета МГУ Б. М. ЩигOLEV. С тех пор работы Павла Ефимовича, вместе с учебниками Г. Н. Дубошина и М. Ф. Субботина, прочно вошли в круг моего научного чтения. Появившееся в 1965 году замечательное «Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли», естественно, стало моей настольной книгой.

Мне довелось неоднократно присутствовать на заседаниях научного семинара кафедры теоретической механики МГУ, одним из руководителей которого был профессор П. Е. Эльясберг, а после поступления в Институт прикладной математики — докладывать ему о своих работах, так что я очень счастлив считать себя учеником Павла Ефимовича. Его априорно доброжелательное отношение к докладчикам органично сочеталось с необычайной глубиной восприятия работ и строгой требовательностью к их научному содержанию. Помню, как однажды с моим научным руководителем и непосредственным учителем профессором М. Л. Лидовым мы обсуждали одну работу по небесной механике, в которой предлагалось учесть очень незначительный возмущающий фактор в весьма грубой динамической модели. По словам М. Л. Лидова, Павел Ефимович в подобных случаях давал автору образный совет «не наводить стрелку на грязные брюки». Мне приятно вспоминать о Павле Ефимовиче ещё и потому, что позднее он, не колеблясь, откликнулся на просьбу быть оппонентом моей докторской диссертации. И очень дорогого стоил доброжелательный отзыв такого известного и общепризнанного учёного как Павел Ефимович Эльясберг.

Символично, что в творчестве двух упомянутых выдающихся учёных отчётливо проявилась общность их многогранных тематических научных интересов. Теория и практика космических полётов поставила множество различных задач. Можно указать, в частности, определение параметров верхней атмосферы по наблюдениям за движением ИСЗ, создание быстродействующих методов прогнозирования движения КА, анализ эволюции орбит самых различных классов, исследование перспективных проектов вывода КА в окрестность коллинеарных точек либрации и, конечно, получение априорных оценок точности определения параметров движения КА. В исследовании этих и многих других задач и Павел Ефимович, и Михаил Львович достигли замечательных результатов. Своим творчеством они фактически создали научные школы, собрали вокруг себя талантливых учеников, многие из которых и поныне продолжают и развивают идеи своих учителей.

Однако, мне кажется, что много общего проявлялось у этих двух выдающихся людей и в их мироощущении. И у Павла Ефимовича, и у Михаила

Вашковьяк Михаил Александрович — ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук, vashkov@keldysh.ru

Львовича были очень трудными детские и последующие годы. Оба они воевали в действующей армии во время Великой Отечественной войны. Всё это формировало независимый характер с прочными жизненными устоями — «не лги, не бойся, не проси». Естественно, поэтому, что их отношения с начальством складывались отнюдь не безоблачно. На механико-математическом факультете МГУ и Павел Ефимович, и Михаил Львович, кроме руководства семинаром, в течение ряда лет читали свои оригинальные курсы лекций по теоретической механике, и оба они, к несчастью (для Университета!), были незаслуженно отстранены от преподавания. Что касается Михаила Львовича, то мне вспоминается лишь его единственный косвенный намёк на непростые отношения с руководством. После одного из выступлений Лидова на семинаре, где он рассказывал о своей работе, Павел Ефимович сказал: «Михаил Львович, вы получаете очень интересные результаты. Почему Вы не напишете книгу? Я бы на Вашем месте написал книгу». На это Михаил Львович мрачновато ответил: «Павел Ефимович, если бы Вы были на моём месте, Вы бы ничего не написали».

Как Павел Ефимович, так и Михаил Львович внесли огромный вклад в решение многих задач космической баллистики, их научные заслуги по достоинству оценены нашей страной, а мои краткие воспоминания о Павле Ефимовиче Эльясберге, приуроченные к 100-летию со дня его рождения, — скромная дань светлой памяти этому замечательному учёному и человеку.

P. S. На фоне воспоминаний о деловых научных встречах с Павлом Ефимовичем совершенно отчётливо видится его красивый внешний облик. Я помню, как после докторской защиты Евгения Петровича Аксёнова на банкете в ресторанном зале заиграла танцевальная музыка. И многие присутствующие дамы явно позавидовали Алле Генриховне Масевич, которую элегантно и улыбчиво повёл в танце Павел Ефимович.

КОММЕНТАРИИ УЧЕНИКА О НЕКОТОРЫХ ВАЖНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ П. Е. ЭЛЬЯСБЕРГА

А. И. Назаренко

Научно-технологический центр «КОСМОНИТ» Открытого акционерного общества «Российская корпорация ракетно-космического приборостроения и информационных систем»

На основе многолетнего знакомства и сотрудничества с Павлом Ефимовичем Эльясбергом автор делится комментариями о некоторых важных результатах его исследований в области космической баллистики. Рассмотрены следующие вопросы: определение возмущений элементов орбит в результате влияния сжатия Земли и торможения в атмосфере; интегрирование уравнений движения; построение матрицы частных производных текущего вектора состояния по начальным условиям; построение динамической модели плотности атмосферы; уточнение орбит по измерениям.

По материалам анализа сделан вывод, что результаты П. Е. Эльясберга внесли существенный вклад в развитие современной космической баллистики.

Ключевые слова: элементы орбит, возмущения, уравнения движения, интегрирование, вектор состояния, начальные условия, плотность атмосферы, модель, измерения, уточнение орбит.

ВВЕДЕНИЕ

Я познакомился с П. Е. Эльясбергом 50 лет назад и на протяжении последующих лет много раз «пересекался» с ним в самых разных условиях: на конференциях и семинарах, у него дома в Болшеве и в Москве и даже в собственном гараже. П. Е. был оппонентом по моей докторской диссертации. Дискуссии с ним по разным вопросам (и научным, и политическим, и житейским) были очень поучительными. Хотя формально П. Е. не был моим учителем, он таковым является по существу.

Дело в том, что П. Е. был основоположником решения тех задач, которые мне довелось рассматривать в области космической баллистики за прошедшие годы. Это интегрирование уравнений движения спутников, учёт торможения в атмосфере, построение динамической модели плотности атмосферы, расчёт матриц частных производных текущего вектора состояния по начальным условиям, определение орбит по измерениям, оценка точности орбитальных параметров. После ухода П. Е. в 1988 г. прошло 26 лет. За это время космическая баллистика продолжала развиваться. Поэтому обсуждение влияния результатов П. Е. на последующее развитие соответствующих методов представляется полезным.

При анализе научных результатов П. Е. надо учитывать условия его работы в те годы. А именно, с 1947 по 1968 г. он работал в 4-м НИИ МО, который является основоположником развития в СССР ракетно-космической техники. Работы по этой тематике были секретными. Результаты исследований «просачивались» в открытую печать с большими ограничениями и с запозданием.

Назаренко Андрей Иванович — главный научный сотрудник, доктор технических наук, профессор, anazarenko32@mail.ru

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ В РЕЗУЛЬТАТЕ ВЛИЯНИЯ СЖАТИЯ ЗЕМЛИ И ТОРМОЖЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

Эти задачи детально рассмотрены в монографии П. Е. Эльясберга (1965). В главе XIII «Влияние второго члена разложения потенциала земного притяжения в ряд по сферическим функциям на движение искусственных спутников Земли» им выведены соответствующие формулы. Для примера рассмотрим формулу (13.10) для возмущения долготы восходящего узла за виток

$$\delta\Omega \approx -\pi \left(\frac{a_e}{r} \right)^2 \alpha \cos i. \quad (1)$$

Здесь геоцентрическое расстояние до спутника $r = p/(1 + e \cos v)$.

В современных публикациях соответствующая более точная формула для возмущения первого порядка имеет вид

$$\delta\Omega = -\pi \left(\frac{a_e}{p} \right)^2 (-3c_{20}) \cos i. \quad (2)$$

Очевидно, что формула П. Е. отличается от (2) членами, пропорциональными эксцентриситету e , и обозначением константы $\alpha = -3c_{20}$.

В качестве другого примера рассмотрим формулу (13.60) для расчёта драконического периода по оскулирующим элементам орбиты a, e, i, ω в восходящем узле. Она имеет вид

$$P_\Omega = P'_\Omega \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 \alpha \left[3 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right] - e \cos \omega \cdot (1 - 5 \sin^2 i) \right\}. \quad (3)$$

В современных публикациях приведена более точная формула:

$$P_\Omega = P'_\Omega \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{a_e}{p} \right)^2 c_{20} \left[2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right] \frac{\sqrt{(1-e^2)^3}}{(1+e \cos \omega)^2} - \frac{(1+e \cos \omega)^3}{1-e^2} \right\}. \quad (4)$$

Можно показать, что при пренебрежении в этой формуле степенями эксцентриситета e^2 и более она превращается в формулу (3).

Комментарий

Выведенные П. Е. формулы для рассмотренных возмущений первого порядка являются упрощёнными, но верными. В многочисленных дальнейших публикациях разных авторов они были уточнены на основе учёта эллиптичности орбит, а также влияния других членов разложения геопотенциала по полиномам Лежандра. Для вековых возмущений в трудах Института теоретической астрономии (1960) имеется более ранняя публикация И. Д. Жонголовича [Жонголович, 1960].

Однако всё это никак не умаляет фундаментального вклада П. Е. в развитие космической баллистики.

В главе XV «Влияние сопротивления воздуха на движение по эллиптической орбите» приведены формулы для вековых возмущений элементов орбиты. Например, для возмущения большой полуоси за виток приведена формула (15.50) в виде разложения в ряд по степеням эксцентриситета

$$\delta a = -4\pi c r a^2 \exp(-\nu) [I_0(\nu) + 2eI_1(z) + \dots]. \quad (5)$$

Здесь c — баллистический коэффициент; a , p и e — большая полуось, параметр орбиты и эксцентриситет; ρ — плотность атмосферы в перигее; $\nu = a \cdot e / H$; H — так называемая шкала высот; $I_j(\nu)$ — функции Бесселя мнимого аргумента порядка j .

Комментарий

Имеются более ранние публикации формул вида (5) [King-Hele, 1956; Охочимский и др., 1957; Эльясберг, 1958]. Сейчас трудно сказать, кто из этих авторов первым вывел рассмотренные формулы для расчёта атмосферных возмущений. Тем не менее, нет сомнения, что П. Е. внёс фундаментальный вклад в развитие соответствующей теории.

Формулы вида (5) являются приближёнными. Они не учитывают влияние «вздутия» атмосферы и отличие реальной орбиты от эллипса. Величина этих погрешностей имеет порядок 10 %. Кроме того, исходные значения c и ρ также имеют существенные погрешности. Эти вопросы детально рассматривались в последующих публикациях разных авторов.

2. ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

В монографии [Эльясберг, 1965] в главе XI «Влияние возмущающих ускорений на элементы орбиты» приведён вывод дифференциальных уравнений для элементов орбит \mathcal{E} спутников

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = f(\mathcal{E}, S, T, W, t), \quad (6)$$

где S , T , W — проекции вектора возмущающих ускорений. Это известные уравнения. Их происхождение связано с именами классиков небесной механики Ньютона и Лагранжа. Для вывода уравнений (6) Ж. Л. Лагранж применил разработанный им метод вариации произвольных постоянных. Имеется несколько публикаций, в которых рассматриваются результаты аналитического интегрирования уравнений (6) для искусственных спутников Земли [Кислик, 1960; Brouwer, Clemance, 1961; Kaula, 1966; Kozai, 1959 и др.]. Они характерны тем, что в них учитываются только гравитационные возмущения, порождённые потенциальной функцией Земли:

$$U = \frac{\mu}{r} + \delta U_{Earth}, \quad (7)$$

и что все решения являются приближёнными. При учёте атмосферных возмущений решение задачи усложняется. Приемлемых по точности аналитических решений, по-видимому, не существует.

Рассмотренные в п. 1 аналитические формулы для расчёта возмущений за виток использовались в 1960-е годы в НИИ-4 МО (где работал П. Е.) для прогнозирования движения спутников на основе численного решения разностных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}(N+1) &= \mathcal{E}(N) + \delta\mathcal{E}(\mathcal{E}(N)), \\ t(N+1) &= t(N) + T(N). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь N — номер витка; t — время пересечения экватора; T — драконический период. Возмущения $\delta\mathcal{E}$ рассчитываются по аналитическим формулам.

Алгоритм (8) называют методом повиткового суммирования возмущений. Характерные особенности этого численно-аналитического метода заключаются в том, что он, являясь экономным по затратам машинного времени, корректно учитывает вековые и долгопериодические возмущения параметров орбиты (без короткопериодических составляющих). Эти особенности были весьма ценными в первые годы освоения космического пространства, когда вычислительная техника только начала развиваться.

Комментарий

В рассматриваемой монографии в главе XV приведены результаты построения аналитических решений для определения времени существования спутников Земли. В основу положены дифференциальные уравнения вида

$$\frac{d\mathcal{E}(N)}{dN} = \delta\mathcal{E}_a^{(1)}(\mathcal{E}(N)), \quad (9)$$

где в правой части учитываются атмосферные возмущения первого порядка за виток. Опыт применения решения уравнений (9) показал, что они пригодны только для ориентировочных оценок.

В публикации автора [Назаренко, 1973] на основе применения метода усреднения показано, что корректное дифференциальное уравнение для прогнозирования элементов орбиты в восходящем узле («по экватору») с учётом возмущений первого и второго порядка имеет вид

$$\frac{d\mathcal{E}(N)}{dN} = \delta\mathcal{E}^{(1)}(\mathcal{E}(N)) + \delta\mathcal{E}^{(2)}(\mathcal{E}(N)) - 0,5 \frac{\partial\delta\mathcal{E}^{(1)}(\mathcal{E}(N))}{\partial\mathcal{E}(N)} \delta\mathcal{E}^{(1)}(\mathcal{E}(N)). \quad (10)$$

Здесь элементы орбиты $\mathcal{E}(N)$ имеют смысл средних элементов ($\bar{\mathcal{E}}$), в которых отфильтрованы короткопериодические возмущения.

Б. В. Кугаенко (ученик П. Е.) применил уравнение (10) для построения аналитической модели движения почти круговых орбит ИСЗ под влиянием зональных гармоник [Кугаенко, Эльясберг, 1968]. Для этих условий им построено точное решение.

Комментарий

В последующие годы ряд авторов (М. Л. Лидов, А. И. Назаренко, В. С. Юрасов, Г. М. Соловьёв, Р. Сefola и др.) разработали численно-аналитические модели движения спутников с учётом разных возмущений. Они основаны на составлении правых частей дифференциальных уравнений для средних элементов

$$\frac{d\bar{\mathcal{E}}}{dt} = f(\bar{\mathcal{E}}, t). \quad (11)$$

Во всех этих работах при учёте атмосферных возмущений в основу положены формулы вида (5). Уравнения (11) интегрируются численно. По сравнению с применением аналитических решений достигается существенно более высокая точность.

Таким образом, результаты П. Е. внесли существенный вклад в создание современных численно-аналитических моделей движения спутников.

3. ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦЫ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТЕКУЩЕГО ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ ПО НАЧАЛЬНЫМ УСЛОВИЯМ

По-видимому, в отечественной литературе рассматриваемый вопрос впервые был изложен в публикации В.И. Чарного (1963) и в монографии П. Е. Эльясберга (1965). Наиболее полное решение проблемы представлено в монографии (п. 10.11 «Частные производные от текущих характеристик по начальным условиям движения в прямоугольной системе координат (при $t = \text{const}$)»). В этом пункте излагаются методика и результаты построения матрицы частных производных в орбитальной системе координат (рис. 1). Начало этой системы совпадает с текущим положением точки (D). Ось $D\rho$ направлена по радиусу, соединяющему притягивающий центр с точкой D , ось Dn лежит в плоскости орбиты и направлена по движению рассматриваемого объекта (по трансверсали), ось $D\xi$ параллельна нормали к плоскости орбиты (направлена по бинормали).

В монографии приведены формулы для всех компонентов матрицы (12):

$$\left\| \frac{\partial(\rho, n, \xi, v_\rho, v_n, v_\xi)}{\partial(\rho_0, n_0, \xi_0, v_{\rho_0}, v_{n_0}, v_{\xi_0})} \right\|_t = U(t, t_0)_{\mathcal{D}} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & u_{15} & u_{16} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} & u_{25} & u_{26} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} & u_{35} & u_{36} \\ u_{41} & u_{42} & u_{43} & u_{44} & u_{45} & u_{46} \\ u_{51} & u_{52} & u_{53} & u_{54} & u_{55} & u_{56} \\ u_{61} & u_{62} & u_{63} & u_{64} & u_{65} & u_{66} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

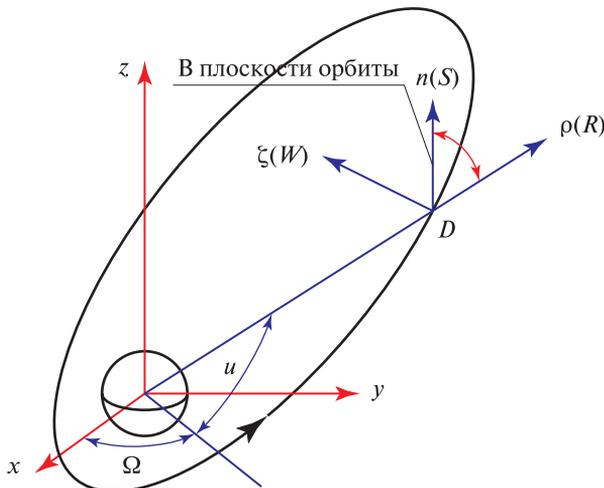


Рис. 1. Положение орбитальной системы координат

IAC-06-C1.6.08

STATE TRANSITION MATRIX OF RELATIVE MOTION FOR THE NONCIRCULAR ORBIT. RELATION WITH PARTIAL-DERIVATIVE MATRIX IN THE SATELLITE COORDINATE SYSTEM

Andrey I. NAZARENKO

Space Observation Center, Russia

nazarenko@iki.rssi.ru

ABSTRACT

The analytical formulas for the partial-derivative matrix $U(t, t_0)_{RSW}$ in the satellite coordinate system were derived by the Russian experts P.E. Elyasberg [1] and V.I. Charniy [2] at the beginning of sixties. This matrix includes the effect due to the reference orbit eccentricity. The relation between state vector variations at some time instant in geocentric celestial (x, y, z) and satellite coordinate system (R, S, W) is appeared by the orthogonal transformation matrix G

$$\begin{bmatrix} \partial(x, y, z, v_x, v_y, v_z) \\ \partial(R, S, W, V_R, V_S, V_W) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}.$$

It is shown in this paper that the mentioned matrix $U(t, t_0)_{RSW}$ can be serve as the basis for calculating the state transition matrix of relative motion for a non-circular orbit. The derived fomulas

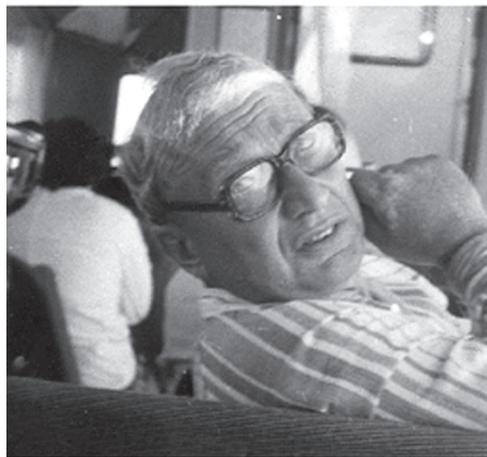
$$U(t, t_0)_{rel} = L(t) \cdot U(t, t_0)_{RSW} \cdot L(t_0)^{-1},$$

$$L(t) = \begin{bmatrix} E & 0 \\ -G^T \dot{G} & E \end{bmatrix},$$

being rather simple in appearance, represent generalization of the well known solution of the Clohessy-Wiltshire equations, suitable for circular orbits only.

This paper presents as well the results of the matrix $U(t, t_0)_{rel}$ calculation by using the developed method and their comparison with results of numerical integration and application of the solution of the Clohessy-Wiltshire equations for circular orbits.

1. RESULTS OF P.E. ELYASBERG



Pavel E. Elyasberg, 1914-1988

Apparently, in the Russian literature, the case under consideration was stated for the first time in the monograph by P.E. Elyasberg [1] and in the publication by V.I. Charniy [2]. The solution of the problem is presented in P.E. Elyasberg's monograph

(Section 10.11 «Partial-derivative matrix of the current characteristics under the initial motion data in the rectangular coordinate system (at $t=\text{const}$)») in the most complete form.

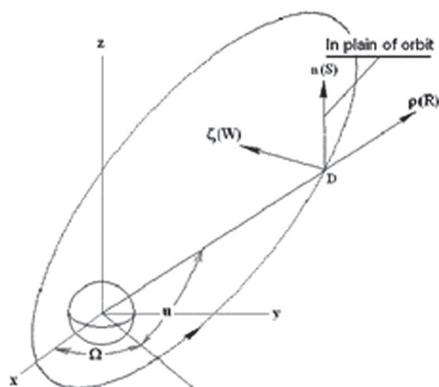


Figure 1. The orbital coordinate system

The technique and results of the partial-derivative matrix construction in the orbital coordinate system

Значение приведённого результата состоит не только том, что он позволяет качественно и количественно оценить влияние погрешности выведения спутника на орбиту на его последующее движение по траектории. По нашему мнению, не менее важное прикладное значение построенных соотношений состоит в том, что на их основе были разработаны аналитические формулы для вычисления матрицы частных производных измеряемых параметров по начальным условиям, которые применяются в алгоритмах дифференциального уточнения начальных условий по измерениям.

Комментарий

Опубликованные 40 лет назад результаты П.Е. Эльясберга по расчёту матрицы частных производных текущего вектора состояния по начальным условиям могут быть положены в основу расчёта аналогичной матрицы для относительного движения двух спутников. На этой основе автором построена формула

$$U(t, t_0)_{rel} = L(t)U(t, t_0)_g L(t_0)^{-1}. \quad (13)$$

Здесь L — достаточно простая матрица. Результаты были доложены на International Astronautical Congress (IAC-06) в 2006 г. [Nazarenko, 2006] (рис. 2). Имея достаточно простой вид, формула (13) является обобщением известного решения уравнений Clohessy-Wiltshire, пригодного только для круговых орбит. Факт, что формулы типа (12) не упоминаются в многочисленных современных публикациях, свидетельствует о недостаточном внимании к трудам классиков космической баллистики, к которым, несомненно, принадлежит Павел Ефимович Эльясберг.

4. ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЛОТНОСТИ АТМОСФЕРЫ

В настоящее время наиболее известными являются три динамические модели плотности атмосферы [Jaschia, 1970; Picone et al., 2002; ГОСТ Р 25645.166-2004, 2004].

Приведённая модель ГОСТ [ГОСТ Р 25645.166-2004, 2004] является результатом многолетнего труда П.Е. и его учеников. В 1960 г. была опубликована статья П.Е. и В.Д. Ястребова [Эльясберг, Ястребов, 1960]. Это, по-видимому, одна из первых публикаций на данную тему. В начале 1969 г. Павел Ефимович инициировал работы по исследованию пространственно-временных вариаций плотности верхней атмосферы и разработке динамической модели. Результаты построения первой отечественной динамической модели были опубликованы в журнале «Космические исследования» в 1973 г. [Войсковский и др., 1973]. По мере уточнения и совершенствования модели была подготовлена серия ГОСТов (1978, 1984, 1990, 2004). После ухода П.Е. работу по этой проблеме возглавил его ученик И.И. Волков. Он продолжает это дело до сих пор.

Плотность атмосферы ρ является пространственно-временной функцией

$$\rho = f(h, \alpha, \delta, F_{10,7}, A_p, t, C_i, i = 1, 2, \dots). \quad (14)$$

Основными аргументами динамических моделей верхней атмосферы являются следующие величины: h — высота точки над поверхностью Земли; α , δ — сферические координаты точки в геоцентрической инерциальной системе координат (ГИСК); $F_{10,7}$ — индекс солнечной активности, равный интен-

сивности радиоизлучения Солнца ($1 \text{ Solar Flux Units (SFU)} = 10^{-22} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$) на длине волны $10,7 \text{ см}$); A_p (или K_p) — индекс, характеризующий геомагнитную активность; t — время, которое используется в выражении (14) при вычислении полугодового эффекта; C_i — параметры модели.

По результатам применения современных моделей верхней атмосферы опубликовано бесчисленное множество статей. Хотя зарубежные специалисты обычно используют свои модели, российская модель также известна. Перевод текста ГОСТа на английский выполнили Р. Cefola (МТИ) и В.С. Юрасов. Подробное описание модели содержится в монографии [Vallado, 2013].

По результатам сравнения характеристик современных моделей плотности атмосферы можно сделать следующие выводы.

1. Точность всех моделей одинакова. СКО относительных погрешностей расчёта плотности $\sim 10\%$. Наибольшие погрешности возникают в периоды сильных вариаций солнечной и геомагнитной активности.
2. Российская модель является самой простой и самой экономной по затратам машинного времени.
3. За последние 20–30 лет точность динамических моделей улучшить не удалось.

Комментарий

Отмеченные выше высокие характеристики российской модели плотности атмосферы являются заслугой П.Е. Он удивительным образом совмещал в себе качества опытного практика и теоретика. Ему и его ученикам удалось выбрать наилучшую форму модели. Факт, что точность динамических моделей улучшить не удаётся, объясняется следующим обстоятельством. Все модели построены по измерительной информации, накопленной на большом предшествующем интервале времени. Поэтому по содержанию они являются моделями климата. Очевидно, что погода (и в нижней, и в верхней атмосфере) не совпадает с данными климата.

Автор настоящей работы много лет занимается изучением вариаций плотности атмосферы. Им была разработана методика оперативной оценки вариаций плотности по данным о торможении всех низких каталогизированных спутников.

Для примера на рис. 3 представлены нормированные отклонения оценок баллистических коэффициентов от среднего значения для 477 спутников, полученные при вторичной обработке орбитальных данных в форме TLE за 2002 г. [Nazarenko, Yurasov, 2003]. Приведены также данные о солнечной активности. В процессе определения оценок S_b при обработке исходных измерений в модели движения учитывались текущие данные о солнечной и геомагнитной активности. Чётко виден периодический характер изменения полученных оценок и индексов солнечной активности с периодом около 1 мес. Наибольшие вариации (до 60 %) наблюдались с 17 по 22 августа 2002 г. Как раз на этом интервале наблюдался и максимум солнечной активности. Однако во многих других случаях вариации S_b и по уровню и по фазе не согласуются с вариациями солнечной активности. Из данных рис. 3 очевидно, что наблюдаемые вариации торможения существенно отличаются от расчётных значения торможения.

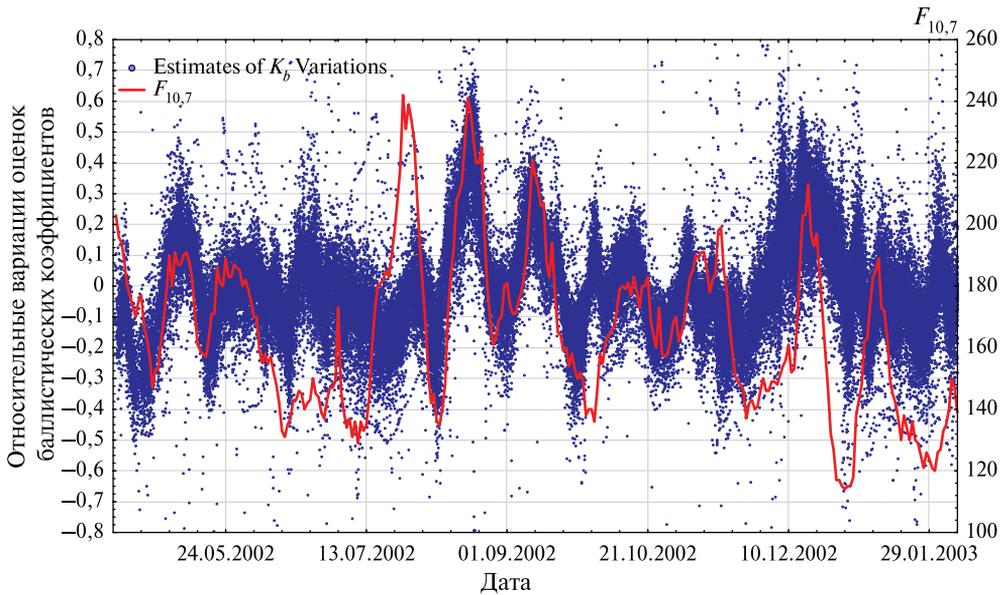


Рис. 3. Относительные вариации оценок баллистических коэффициентов

Среднеквадратические отклонения вариаций баллистических коэффициентов представлены в таблице. Из данных таблицы видно, что оценки СКО вариаций баллистических коэффициентов, рассчитанные по всем космическим объектам (КО), составляют 0,1669. По эталонным КО, форма которых близка к сферической, эта величина равна 0,1256.

Статистические характеристики вариаций

Все КО		Эталонные КО	
Число реализаций	СКО	Число реализаций	СКО
106706	0,1669	14418	0,1256

5. УТОЧНЕНИЕ ОРБИТ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ

После перехода П. Е. на работу в ИКИ он интенсивно занимался проблемой определения параметров орбит по измерениям. По результатам этих исследований П. Е. опубликованы три монографии [Бахшиян и др., 1980; Эльясберг, 1976, 1983].

П. Е. подарил мне эти монографии с дарственной надписью (рис. 4). Они посвящены развитию гарантирующего подхода к определению движения, при котором задаётся множество законов распределения вероятностей ошибок. В результате строится оптимальная стратегия определения движения.

Тем самым П. Е. заложил основы нового метода определения параметров орбит по измерениям.



Рис. 4. Дарственная надпись

Комментарий

Число известных методов определения параметров орбит по измерениям можно пересчитать по пальцам. Это методы: наименьших квадратов, максимального правдоподобия, наименьших модулей и фильтр Калмана.

Каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки. Метод, развитый П.Е., ориентирован на применение в баллистическом обеспечении полёта уникальных объектов, когда очень важно гарантировать решение поставленной задачи.

В настоящее время уточнение параметров орбит по измерениям стало рутинной задачей. Ежедневно в мире выполняется ~100 000 уточнений. В этих условиях наибольшее распространение получил метод наименьших квадратов.

Имеется ряд рутинных задач, при решении которых достигнутый уровень точности является недостаточным и совершенствование методов уточнения орбит по измерениям является актуальным. К ним относятся: определение времени и места падения опасных спутников, предсказание столкновений КА с другими объектами, эксплуатация навигационных спутников, каталогизация мелких фрагментов космического мусора и др.

Необходимость повышения точности особенно остро проявляется по отношению к объектам, подверженным влиянию торможения в атмосфере.

В 1972 г. вместе с Л.Г. Марковой мы подготовили и сделали на семинаре у П. Е. доклад на тему «Методы определения и прогнозирования орбит при наличии погрешностей в математическом описании движения». П. Е. включил этот доклад в известный сборник «Прикладные задачи космической баллистики» [Эльясберг и др., 1973].

Для меня было неожиданностью узнать, что в 1974 г. NASA организовало перевод этого доклада на английский и поместило его в своей базе данных (рис. 5).

Изложенная в этом докладе методика была применена для решения ряда прикладных задач. Показана возможность существенного повышения точности при решении оперативных задач на относительно небольших интервалах прогноза. Эффект достигается на основе придания последним измерениям большего веса по сравнению с предшествующими.

Данный пример ещё раз свидетельствует о замечательном качестве П.Е. — редком умении понять и поддержать новые идеи. Большое ему спасибо.

NASA TECHNICAL REPORTS SERVER (NTRS)

+ Visit NASA.gov
+ Contact NASA

+ ABOUT NTRS - SEARCH NTRS + NTRS NEWS + HELP + FEEDBACK + ORDER NASA INFO.

+ Home

Search NTRS

NAVIGATION SEARCH OPTIONS
Collection > NASA

Author > Markova, L. G.
Author > Nazarenko, A. I.

NASA Center > NASA (non Center Specific)

Publication Year > 1971-1980 > 1974

Subject > S-U > Space Sciences

Availability Options > Order From CASI > CD-ROM, DVD, Print

Item/Media Type > Technical Report

Note: Start a new navigation search by selecting a link above

SEARCH NTRS

+ Back to Results
+ Printer Friendly

Title: Methods for determining and predicting Artificial Earth Satellite (AES) orbits with errors present in the mathematical description of the motion

Author(s): Nazarenko, A. I.; Markova, L. G.

Abstract: The problem of determining and predicting AES trajectory parameters from the measurements under the conditions, when the first parts of the integrated equations of motion are calculated approximately is considered. Two methods for determining the estimates of the trajectory parameters are constructed on the basis of using the criterion of maximum a posteriori probability. The first method is based on concurrent analysis of the available measurements. The second method, is a generalization of the filtration algorithm of Kalman-Bussell. An approach to the solution of the formulated problem based on the introduction of supplementary refineable parameters and the expansion of the state vector is also investigated.

NASA Center: NASA (non Center Specific)

Publication Date: Apr 1, 1974

Document Source: CASI

No Digital Version Available: [Go to Tips On Ordering](#)

Document ID: 19740020179

Accession ID: 74N28292

Publication Information: Appl. Probl. of Space Ballistics (NASA-TT-F-15412), p 52-95, Number of Pages = 44

Price Code: A03

Related Information: Transl. into ENGLISH from the book "Prikladnyye Zadachi Kosmicheskoy Ballistik" Moscow, Nauka Press, 1973 p 36-68

Keywords: EQUATIONS OF MOTION; ORBIT CALCULATION; PREDICTION ANALYSIS TECHNIQUES; CELESTIAL MECHANICS; ERRORS; TRAJECTORY ANALYSIS;

Notes: In its Appl. Probl. of Space Ballistics (NASA-TT-F-15412) p 52-95 (SEE N74-28287 17-30)

Accessibility: Unclassified; No Copyright; Unlimited; Publicly available;

Updated/Added to NTRS: 2004-11-03

+ Back to Top

Рис. 5. Данные о переводе статьи в НАСА (Markova L. G., Nazarenko A. I. Methods for determining and predicting Artificial Earth Satellite (AES) orbits with errors present in the mathematical description of the motion // Applied Problems of Space Ballistics, P.Ye. El'yasberg, et al., editors, NASA Technical Translation NASA-TTF-15412, April 1974)

ЛИТЕРАТУРА

- [Бахшиян и др., 1980] Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е. Определение и коррекция движения (гарантирующий подход). М.: Наука, 1980. 362 с.
- [Войковский и др., 1973] Войковский М. И., Волков И. И., Грязев Н. И., Кугаенко Б. В. и др. Несферическая модель плотности верхней атмосферы // Космические исследования. 1973. Т. 11. Вып. 1.
- [ГОСТ Р 25645.166-2004, 2004] ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полётов искусственных спутников Земли. М.: Госстандарт РФ, 2004.

- [Жонголович, 1960] *Жонголович И. Д.* Возмущения искусственного спутника в гравитационном поле Земли // Бюллетень Института теоретической астрономии. 1960. Т. 7. № 10. С. 743–756.
- [Кислик, 1960] *Кислик М. Д.* Движение искусственного спутника в нормальном гравитационном поле Земли // Искусственные спутники Земли. 1960. Вып. 4.
- [Кугаенко, Эльясберг, 1968] *Кугаенко Б. В., Эльясберг И. Е.* Эволюция почти круговых орбит ИСЗ под влиянием зональных гармоник // Космические исследования. 1968. Т. 6. Вып. 2.
- [Назаренко, 1973] *Назаренко А. И.* О составлении усреднённых уравнений движения искусственных спутников Земли // Современные проблемы небесной механики и астродинамики: Труды Конференции по общим вопросам небесной механики и астродинамики, Москва, 23–29 марта 1967. М.: Наука, 1973. С. 148–154.
- [Назаренко, Маркова, 1973] *Назаренко А. И., Маркова Л. Г.* Методы определения и прогнозирования орбит при наличии погрешностей в математическом описании движения // Прикладные задачи космической баллистики. М.: Наука, 1973. С. 36–67.
- [Охоцимский и др., 1957] *Охоцимский Д. Е., Энеев Т. М., Таратынова Г. П.* Определение времени существования искусственного спутника Земли и исследование вековых возмущений // Успехи физ. наук. 1957. Т. 63. № 1а.
- [Чарный, 1963] *Чарный В. И.* Об изохронных производных // Искусственные спутники Земли. 1963. Вып. 16.
- [Эльясберг, 1958] *Эльясберг П. Е.* Зависимость вековых изменений элементов орбит от сопротивления воздуха // Искусственные спутники Земли. 1958. Вып. 1. С. 21.
- [Эльясберг, 1965] *Эльясберг П. Е.* Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965.
- [Эльясберг, 1976] *Эльясберг П. Е.* Определение движения по результатам измерений. М.: Наука, 1976. 416 с.
- [Эльясберг, 1983] *Эльясберг П. Е.* Измерительная информация: сколько её нужно? и как её обрабатывать? Наука, 1983. 208 с.
- [Эльясберг, Ястребов, 1960] *Эльясберг П. Е., Ястребов В. Д.* Определение плотности верхней атмосферы по результатам наблюдений за полётом третьего советского искусственного спутника Земли // Искусственные спутники Земли. 1960. Вып. 4. С. 112.
- [Эльясберг и др., 1973] *Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Мерсов Г. А., Бахшиян Б. Ц.* (ред.) Прикладные задачи космической баллистики. М.: Наука, 1973. 144 с.
- [Brouwer, Clemance, 1961] *Brouwer D., Clemance G.* Methods of Celestial Mechanics. N. Y.: Academic Press, Inc., 1961.
- [Jacchia, 1970] *Jacchia L. G.* New Static Models of the Thermosphere and Exosphere with Empirical Temperature Profiles: Tech. Rep. SAO Special Report N. 313. Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge. Smithsonian Institution Astrophysical Observatory. 1970.
- [Kaula, 1966] *Kaula W.* Theory of Satellite Geodesy. Waltham MA: Blaisdal Publishing Co, 1966.
- [King-Hele, 1956] *King-Hele D. G.* The descent of an Earth-satellite through the upper atmosphere // J. British Interplanetary Society. 1956. V. 15. P. 314.
- [Kozai, 1959] *Kozai Y.* The motion of a Close Earth Satellite // Astronautical J. 1959. V. 64. P. 1274.
- [Nazarenko, 2006] *Nazarenko A.* State transition matrix of relative motion for the non-circular orbit. Relation with partial-derivative matrix in the satellite coordinate system // 57th International Astronautical Congress (IAC-06). Spain, Valencia, 2006. IAC-06-C1.6.08. doi: 10.2514/6.IAC-06-C1.6.08.

- [Nazarenko, Yurasov, 2003] *Nazarenko A. I., Yurasov V.S.* Atmospheric Density Correction Using Real Orbital Data // 17th International Symposium on Space Flight Dynamics. Moscow, June 2003.
- [Picone et al., 2002] *Picone J. M., Hedin A. E., Drob D. P., Aikin A. C.* NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues // *J. Geophysical Research*. 2002. V. 107. N. A12. P. 1468. doi: 10.1029/2002JA009430.
- [Vallado, 2013] *Vallado D.A.* Fundamentals of Astrodynamics and Applications. Microcosm, Hawthorne CA, 2013. ISBN: 978-188188318-0.

COMMENTARIES ON SOME IMPORTANT RESULTS BY P. E. ELJASBERG

A. I. Nazarenko

Scientifically-technological Centre KOSMONIT of Open joint-stock company
"The Russian corporation of space-rocket instrument making and information systems"

On the basis of the long-term acquaintance and cooperation with Pavel Efimovich Eljasberg, the author shares his opinion on some important results of his research in the field of the space ballistics. The following questions are discussed: the definition of perturbations of orbital element as a result of the influence of the Earth's oblates and atmospheric drag; integration of the equations of motion; the construction of the matrix of partial derivatives for a current state vector under initial conditions; the construction of the dynamic model of the atmosphere density; the determination of orbits on measurements. The analysis of the above question demonstrates a significant contribution of P. E. Eljasberg's results to the development of modern space ballistics.

Keywords: Orbital elements, perturbations, atmosphere density, model, measurements, determination of orbits.

Nazarenko Andrey Ivanovich — chief researcher, doctor of technical sciences, professor, anazarenko32@mail.ru

ФОТОГРАФИИ ИЗ СЕМЕЙНОГО АРХИВА П.Э. ЭЛЬЯСБЕРГА





СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ П. Е. ЭЛЬЯСБЕРГА

- Бахшиян Б. Ц., Эльясберг П. Е.* О гарантированных характеристиках точности определения параметров движения космических аппаратов // Космические исследования. 1977. Т. 15. Вып. 4. № 6.
- Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Влияние немоделируемых возмущений на точность определения орбит // Космические исследования. 1978. Т. 16. Вып. 5. С. 651.
- Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Влияние немоделируемых ускорений на точность определения орбит: Препринт. Пр-433. М.: ИКИ АН СССР, 1978.
- Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Определение и коррекция движения (гарантирующий подход). М.: Наука, 1980. 362 с.
- Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Оценка орбит при неполном знании математического ожидания и матрицы ковариации ошибок: доклад // 28-й Конгресс МАФ. Прага, сентябрь 1977.
- Бахшиян Б. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Оценки орбит при неполном знании математического ожидания и матрицы ковариации ошибок: Препринт. Пр-360. М.: ИКИ АН СССР, 1977.
- Бахшиян Б. Ц., Хавенсон Н. Г., Эльясберг П. Е.* Исследование траекторий полёта с использованием гравитационного поля Юпитера: Тезисы доклада на МАФ. Бельгия, Брюссель, сентябрь 1971.
- Бахшиян Б. Ц., Эльясберг П. Е., Назиров Р. Р.* Оптимизация гарантированной надёжности определения параметров орбиты в условиях неопределённости // Космические исследования. 1977. Т. 15. Вып. 6.
- Бахшиян В. Ц., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Оптимизация определения орбиты при неполном знании ковариационной матрицы и математического ожидания ошибок // Космические исследования. 1977. Т. 15. Вып. 5. № 4. С. 658–667.
- Войсковский М. И., Дзесов Р. А., Жуков В. Н., Королёва О. М., Назиров Р. Р., Семенов В. Н., Эльясберг П. Е., Ястребов В. Д.* Навигационное обеспечение полёта ИСЗ «Интеркосмос-Болгария-1300» при повышенных требованиях к точности // Труды 6-х Научных чтений по космонавтике. М.: Наука, 1983.
- Войсковский М. И., Кугаенко Б. В., Сеницын В. М., Эльясберг П. Е.* Некоторые результаты определения суточных и полугодовых вариаций плотности верхней атмосферы по данным торможения ИСЗ серии «Космос»: Тезисы доклада на 13-й сессии КОСПАР. Россия, Ленинград, май 1970. Д-18.
- Войсковский М. И., Кугаенко Б. В., Сеницын В. М., Эльясберг П. Е.* Определение плотности верхней атмосферы по торможению ИСЗ серии «Космос»: Доклад на 14-й сессии КОСПАР. США, Сиэтл, 23–29 июня 1971. Д-80.
- Королёва О. М., Назиров Р. Р., Смирнова Р. Ф., Эльясберг П. Е.* Обработка и анализ лазерных и фотографических наблюдений спутника ИКБ-1300 за период с 13.08.81 по 12.08.82: Препринт. Пр-823. М.: ИКИ АН СССР, 1983.
- Королева О. М., Назиров Р. Р., Тихонов А. А., Эльясберг П. Е.* Обработка данных лазерных наблюдений ИСЗ «ИК-Б-1300» // Научно-экспериментальная программа оптических наблюдений спутника «ИК-Б-1300». М.: АС АН СССР, 1982.
- Королёва О. М., Тихонов А. А., Назиров Р. Р., Эльясберг П. Е.* Результаты обработки данных лазерных наблюдений ИСЗ «ИК-Б-1300» // Наблюдения ИСЗ. 1983. № 21.
- Кугаенко Б. В., Кузьминых В. А., Мерсов Г. А., Назиров Р. Р., Хавенсон Н. Г., Хацкевич И. Г., Эйсмонт Н. А., Эльясберг П. Е.* Алгоритмы расчёта навигационной информации: Препринт. Пр-251. М.: ИКИ АН СССР, 1975.

- Кугаенко Б. В., Эльясберг П. Е. Долгосрочный прогноз движения ИСЗ по почти круговым орбитам с учётом произвольного числа зональных гармоник // Математические методы моделирования в космических исследованиях. М.: Наука, 1971. С. 106–119.
- Математическое обеспечение космических экспериментов / Ред. П. Эльясберг. М.: Наука, 1978. 280 с.
- Назирев Р. Р., Тихонов А. А., Эльясберг П. Е. Навигационная привязка космической информации в эксперименте «Интеркосмос-Болгария-1300»: Препринт. Пр-959. М.: ИКИ АН СССР, 1984.
- Назирев Р. Р., Эльясберг П. Е. К вопросу использования априорной информации при обработке данных высокоточных наблюдений ИСЗ: Препринт. Пр-795. М.: ИКИ АН СССР, 1983.
- Прикладные задачи космической баллистики / Отв. ред. Эльясберг П. Е.; ред. Кугаенко Б. В., Мерсов Г. А., Бахшиян Б. Ц. М.: Наука, 1973. 140 с.
- Сагдеев Р. З., Эльясберг П. Е., Мороз В. И. Оценка массы и плотности ядра кометы Галлея // Письма в Астрономический журнал: Астрономия и космическая астрофизика. 1987. Т. 13. № 7. С. 621.
- Тимохова Т. А., Эльясберг П. Е. Использование нестационарных моделей атмосферы при описании движения ИСЗ ИКБ-1300: Препринт. Пр-916. М.: ИКИ АН СССР, 1984.
- Эльясберг П. Е., Бахшиян Б. Ц. Выбор оптимальной стратегии определения орбиты // Автоматика и телемеханика. 1970. № 3.
- Эльясберг П. Е. Априорная гарантированная оценка точности определения орбиты КА методом наименьших квадратов // Космические исследования. 1984. Т. 12. Вып. 5. С. 643–650.
- Эльясберг П. Е. Введение в теорию полёта ИСЗ. М.: Наука, 1965. 538 с.
- Эльясберг П. Е. Влияние мешающих параметров на решение задачи совместного определения фигуры и внешнего гравитационного поля Земли: Доклад. Д-221. М.: ИКИ АН СССР, 1975. 16 с.
- Эльясберг П. Е. Влияние флуктуаций плотности атмосферы на точность определения и прогнозирования орбиты искусственных спутников Земли: Доклад на КОСПАР. Д-286. М.: ИКИ АН СССР, 1980.
- Эльясберг П. Е. Влияние флуктуаций плотности атмосферы на точность определения и прогнозирования орбит ИСЗ // Космические исследования. 1981. Т. 19. Вып. 6. С. 803–812.
- Эльясберг П. Е. Вопросы обработки, хранения и обмена информации, получаемой с космических аппаратов по программе «Интеркосмос»: доклад на Совещании. Венгрия, Будапешт, июнь 1972. Д-145.
- Эльясберг П. Е. Гарантированная оценка точности определения движения космических аппаратов // Космические исследования. 1974. Т. 12. Вып. 1.
- Эльясберг П. Е. Зависимость вековых изменений элементов орбит от сопротивления воздуха // Искусственные спутники Земли. Вып. 3. М.: Изд-во АН СССР, 1959.
- Эльясберг П. Е. Измерительная информация: сколько её нужно? Как её обрабатывать? М.: Наука, 1983. 208 с. (в 2011 г. переиздана издательством Либроком).
- Эльясберг П. Е. К вопросу об изменении подъёмной силы крыла аэроплана // Научные записки КГУ. 1939. Т. 4. Вып. 5; ДАН СССР. 1939. Т. 24. № 7.
- Эльясберг П. Е. Краткое описание программы математического обеспечения космических экспериментов в рамках программы ИНТЕРКОСМОС: Препринт. Пр-431. М.: ИКИ АН СССР, 1978.
- Эльясберг П. Е. Неклассический подход к оценке точности определения орбит // Наблюдения МСЗ. 1975.

- Эльясберг П. Е.* О состоятельности оценок параметров движения космических объектов // Космические исследования. 1974. Т. 12. Вып. 2. С. 171–178.
- Эльясберг П. Е.* Об оптимальных формулах численного дифференцирования экспериментальных функций // Труды МО СССР. 1960, 1961. Вып. 10.
- Эльясберг П. Е.* Об устойчивом и гарантированном прогнозировании: доклад (анотированный) // Всесоюзн. научно-технич. конф. «Теория и практика прогнозирования в отраслях народного хозяйства. Ташкент. 1978.
- Эльясберг П. Е.* Об устойчивости характеристик точности определения орбит по результатам измерений // Космические исследования. 1978. Т. 16. Вып. 5. С. 643–650.
- Эльясберг П. Е.* Определение движения по результатам измерений. М.: Наука, 1976. 416 с. (в 2011 г. переиздана издательством Либроком).
- Эльясберг П. Е.* Определение орбиты по двум положениям // Искусственные спутники Земли. 1962. Вып. 13.
- Эльясберг П. Е.* Определение орбиты по двум положениям // Проблемы движения искусственных небесных тел. 1963.
- Эльясберг П. Е.* Определение параметров математической модели явления по данным измерений: Тезисы доклада на Секции обработки информации рабочей группы «Космическая физика» по программе «Интеркосмос». Россия, Москва, март 1973.
- Эльясберг П. Е.* Определение плотности верхней атмосферы по вековым изменениям элементов орбит первых двух искусственных спутников Земли // Искусственные спутники Земли. Вып. 1. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
- Эльясберг П. Е.* Подготовка и выдача навигационной информации, используемой при обработке данных научных измерений в космосе: Доклад на Совещании соцстран по обработке научной информации, получаемой с объектов «Интеркосмос». Венгрия, Будапешт, 6–11 декабря 1971. Д-120.
- Эльясберг П. Е.* Приближённые формулы для определения времени существования ИСЗ // Космические исследования. 1964. Т. 2. Вып. 2.
- Эльясберг П. Е.* Программа IV Международной конференции, секции 8 «Обработка информации рабочей группы по космической физике: Программа. П-5. М.: ИКИ АН СССР, 1978.
- Эльясберг П. Е.* Программа Международного семинара «Методы навигационного обеспечения космических экспериментов»: Программа. П-6. М.: ИКИ АН СССР, 1979.
- Эльясберг П. Е.* Современные проблемы построения эллиптических моделей атмосферы Земли // Наблюдения ИСЗ. Будапешт, 1983. № 2. С. 55–60.
- Эльясберг П. Е.* Современный подход к задачам определения физических параметров по результатам измерений // Обработка информации, получаемой по программе ИНТЕРКОСМОС. М.: Наука, 1982. С. 160–188.
- Эльясберг П. Е.* Современный подход к задаче определения физических параметров по результатам измерений: Препринт. Пр-429. М.: ИКИ АН СССР, 1978.
- Эльясберг П. Е.* Функция распределения вероятностей суммы линейных и квадратических отклонений // Труды МО СССР. 1961. Вып. 10.
- Эльясберг П. Е., Алексахин Е. П., Хавенсон Н. Г.* Методы расчёта навигационной информации для космических аппаратов «Мара»: Препринт. Пр-127. М.: ИКИ АН СССР, 1972.
- Эльясберг П. Е., Бахшиян Б. Ц., Хавенсон Н. Г.* Выбор траекторий полётов с использованием гравитационного поля Юпитера: докл. // 22-й Конгресс МАФ. 1971.
- Эльясберг П. Е., Бахшиян Б. Ц.* Определение траектории полёта космического аппарата при отсутствии сведений о законе распределения ошибок измерений // Космические исследования. 1969. Т. 7. № 1.

- Эльясберг П. Е., Бахшиян Б. Ц., Хавенсон Н. Г.* Анализ траекторий перелёта с использованием гравитационного поля Юпитера // Прикладные задачи космической баллистики. М.: Наука. 1973.
- Эльясберг П. Е., Вингардт П. М.* О поддержании трассы ИСЗ // Тр. Объединённых научных чтений. 1979.
- Эльясберг П. Е., Вингардт П. М.* Об оптимизации программы определения траекторий космического объекта при наличии ошибок модели движения: Препринт. Пр-217. М.: ИКИ АН СССР, 1974.
- Эльясберг П. Е., Вингардт П. М.* Оценка точности определения коэффициентов модели плотности верхней атмосферы по торможению ИСЗ // Определение движения космических аппаратов. М.: Наука. 1975.
- Эльясберг П. Е., Вингардт П. М.* Оценка точности построения модели плотности верхней атмосферы по торможению ИСЗ: Препринт. Пр-218. М.: ИКИ АН СССР, 1974.
- Эльясберг П. Е., Вингардт П. М.* Солнечно-синхронные и кратные орбиты: Препринт. Пр-542. М.: ИКИ АН СССР, 1979.
- Эльясберг П. Е., Вингардт П. М.* Условия солнечной синхронности и кратности орбит // Тр. объединённых научных чтений. 1979.
- Эльясберг П. Е., Вингардт П. М., Эйсмонт Н. А.* О поддержании трассы ИСЗ // Научные проблемы авиации и космонавтики: История и современность: сб. статей / Отв. ред. Б. В. Раушенбах. М.: Наука, 1985. 200 с.
- Эльясберг П. Е., Войковский М. И., Волков И. И., Грязев Н. И., Кугаенко Б. В.* Несферическая модель плотности верхней атмосферы // Космические исследования. 1973. Т. 11. Вып. 1.
- Эльясберг П. Е., Войковский М. И., Кугаенко Б. В., Сеницын В. М.* Определение плотности верхней атмосферы по результатам наблюдения за движением ИСЗ: докл. // 14-я Сессия КОСПАР. 1971.
- Эльясберг П. Е., Волков И. И., Грязев Н. И., Кугаенко Б. В., Сеницын В. М., Войковский М. И.* Оценка точности прогнозирования короткопериодических изменений плотности атмосферы: доклад // 23-й Конгресс МАФ. Австрия, Вена, 8–15 октября 1972; Прикладные задачи космической баллистики. М.: Наука, 1973.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В.* Влияние нестационарности верхней атмосферы на движение искусственных спутников Земли: Доклад на 18-й сессии КОСПАР. Болгария, Варна, 29 мая – 9 июня 1975.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В.* Влияние суточного эффекта в распределении плотности атмосферы на торможение ИСЗ // Математические методы моделирования в космических исследованиях. М.: Наука, 1971.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В.* Навигационная привязка научных измерений: доклад // Совещание секции «Обработка информации» по программе ИНТЕРКОС-МОС. 1973.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В.* Об эволюции орбит искусственных спутников Земли с малыми эксцентриситетами в течение длительных интервалов // Современные проблемы небесной механики и астродинамики. М.: Наука, 1973.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В.* Эволюция почти круговых орбит ИСЗ под влиянием зональных гармоник // Космические исследования. 1968. Т. 6. Вып. 2.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Войковский М. И.* Влияние короткопериодических вариаций плотности атмосферы на точность расчёта низких орбит ИСЗ: Препринт. Д-187. М.: ИКИ АН СССР, 1974.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Войковский М. И.* Влияние короткопериодических вариаций плотности атмосферы на точность расчёта низких орбит искусственных спутников Земли // Обработка космической информации. М.: Наука, 1976.

- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Войсковский М. И.* Оценка точности расчёта положения центра масс ИСЗ серии «Интеркосмос»: доклад // Секция обработки информации рабочей группы «Космическая физика» по программе «Интеркосмос». Россия, Москва, март 1973.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Волков И. А.* Влияние вариаций плотности атмосферы на точность расчёта орбит // Наблюдения искусственных небесных тел. № 74. М.: Астросовет, 1977.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Сеницын В. И.* Алгоритмы расчёта навигационной информации о положении спутника: Препринт. Пр-102. М.: ИКИ АН СССР, 1972.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Сеницын В. И., Соколов В. Е.* Алгоритм расчёта ориентации спутника. Значения гравитационных постоянных: Препринт. Пр-118. М.: ИКИ АН СССР, 1972.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Сеницын В. М.* Оценка точности краткосрочного прогнозирования плотности атмосферы: доклад // 23-й Конгресс МАФ. Австрия, Вена, 8–15 октября 1972.
- Эльясберг П. Е., Кугаенко Б. В., Сеницын В. М., Войсковский М. И.* Оценка ошибок прогнозирования плотности атмосферы и их влияние на точность расчёта движения низких ИСЗ: доклад // 26-я Сессия КОСПАР. Румыния, Констанца, май 1973.
- Эльясберг П. Е., Назиров Р. Р.* Исследование задачи оценивания параметров движения космических объектов при некотором виде ошибок траекторных измерений // Космические исследования. 1976. Т. 19. Вып. 1. № 157.
- Эльясберг П. Е., Назиров Р. Р., Королёв О. М., Тихонов А. А.* Возможности повышения точности навигационной привязки научной космической информации и прогноза движения ИСЗ (по результатам эксперимента «Интеркосмос-Болгария-1300»: Препринт. Пр-714. М.: ИКИ АН СССР, 1982.
- Эльясберг П. Е., Пивоваров М. Л.* Методика определения фактической ориентации ИСЗ «Интеркосмос-Болгария-1300» // Космические исследования. 1983. Т. 21. Вып. 5. С. 690–696.
- Эльясберг П. Е., Покрас В. М.* Обработка данных, получаемых с космических аппаратов // Сборник по программе ИНТЕРКОСМОС. М.: Машиностроение, 1976.
- Эльясберг П. Е., Сеницын В. М., Тимохова Т. А.* Исследование движения космического аппарата в окрестности коллинеарного центра либрации: Препринт. Пр-995. М.: ИКИ АН СССР, 1985.
- Эльясберг П. Е., Суханов А. А.* О гарантированной точности определения орбиты кометы Галей // Космические исследования. 1983. Т. 21. Вып. 6. С. 868–875.
- Эльясберг П. Е., Тимохова Т. А.* Выбор и поддержание ограниченной орбиты в окрестности коллинеарного центра либрации в ограниченной эллиптической задаче трёх тел: Препринт. Пр-1012. М.: ИКИ АН СССР, 1985.
- Эльясберг П. Е., Тимохова Т. А.* Использование несферических моделей атмосферы при анализе движения ИСЗ «Интеркосмос-Болгария-1300» // Наблюдения искусственных небесных тел. М., 1985. № 81.
- Эльясберг П. Е., Тимохова Т. А.* Коррекция орбиты космического аппарата в окрестности коллинеарного центра либрации: Препринт. Пр-1003. М.: ИКИ АН СССР, 1985.
- Эльясберг П. Е., Тимохова Т. А.* Поддержание полёта в окрестности центра либрации (Доклад на симпозиуме, Дармштадт, ФРГ): Препринт. Пр-1157. М.: ИКИ АН СССР, 1986.
- Эльясберг П. Е., Тимохова Т. А.* Управление движением космического аппарата в окрестности коллинеарного центра либрации в ограниченной эллиптической задаче трёх тел: доклад // 6-й Всесоюз. съезд по механике. Ташкент. 1986.

- Эльясберг П. Е., Тимохова Т. А.* Управление движением космического аппарата в окрестности коллинеарного центра либрации в ограниченной эллиптической задаче трёх тел // Космические исследования. 1986. Т. 24. № 4. С. 497.
- Эльясберг П. Е., Эйсмонт Н. А.* Использование последовательных торможений в атмосфере планеты для перехода с высокоэллиптической на круговую орбиту: доклад // 21-й Конгресс МАФ. ФРГ, Мюнхен, октябрь 1970. Д-42.
- Эльясберг П. Е., Эйсмонт Н. А.* Об использовании траекторий касания для понижения высокоэллиптических орбит ИСЗ // Тр. 1-х Цандеровских чтений. Москва-Рига. 1972.
- Эльясберг П. Е., Эйсмонт Н. А.* Об использовании траекторий касания для понижения высокоэллиптических орбит искусственных спутников планет // Ф. А. Цандер и современная космонавтика. М.: Наука. 1976.
- Эльясберг П. Е., Эйсмонт Н. А., Назиров Р. Р.* О потребных точностях наведения для перехода с гиперболической траектории на орбиту спутника планеты с помощью аэродинамического торможения в атмосфере: доклад // 23-й Конгресс МАФ. Австрия, Вена, 8–15 октября 1972.
- Эльясберг П. Е., Ястребов В. Д.* Определение плотности верхней атмосферы по результатам наблюдений за полётом третьего советского искусственного спутника Земли // Искусственные спутники Земли. Вып. 4. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
- Bakhshian B. T., Eljasberg P. E.* Optimal Strategy Selection for Orbit Determination // Proc. 20 Intern. Astronautical Congress: Selected Papers. Mar del Plata, Argentina, Oct. 1969. / Eds. P. Contensou, G. N. Juboshin, W. F. Hilton. P 523–550.
- Bakhshian B. T., Nazirov R. R., Elyasberg P. E.* Orbit determination when the knowledge of error expectation and covariance matrix is incomplete // Acta Astronautica. 1979. V. 6. Iss. 5. P. 593–602.
- Bakhshian B. T., Nazirov R. R., Elyasberg P. E.* Unmodeled perturbation effect on the orbit determination accuracy // Acta Astronautica. 1981. V. 8. P. 25–29.
- Bakhshian B. J., Nazirov R. R., Sukhanov A. A., Eliasberg P. E.* Optimal strategy of comet Halley — Ephemeris improvement // Intern. Astronautical Federation, 31st Intern. Astronautical Congress. Tokyo, Japan, Sept. 22–28, 1980. 9 p.
- Eliasberg P. E., Kugaenko B. V.* Effect of Upper Atmospheric Density Variations of Artificial Earth Satellite Orbits // Space research XVI; Proceedings of the Open Meetings of Working Groups on Physical Sciences, May 29 – June 7, 1975, and Symposium and Workshop on Results from Coordinated Upper Atmosphere Measurement Programs, Varna, Bulgaria, May 29 – 31, 1975. (A77-23951 09-88) Berlin, East Germany, Akademie-Verlag GmbH, 1976. P. 175–185.
- Elyasberg P. E.* The Use of AES Orbit Evolution Data: докл. // 12-я Сессия КОСПАР. 1969.
- Elyasberg P. E., Kugaenko B. V., Voiskovsky M. I., Sinitsin V. M.* Upper Atmosphere Density Determination // Space Research. Iss. 12. Berlin: Academic-Verlag, 1972.
- Elyasberg P. E., Sukhanov A. A., Morley T., Hechler F.* Orbit Determination for Comet Halley by means of Optimally Selected Observations // ESA J. 1984. V. 8.
- Elyasberg P. E., Voiskovsky M. I., Kugaenko B. V., Sinitsin V. M.* Determination of Diurnal and Semiannual Variations in the Density of the Upper Atmosphere // Space Research. Berlin: Academic-Verlag, 1971.
- Elyasberg P. E., Kugaenko B. V., Voiskovsky M. I., Sinitsin V. M.* The Estimation of Accuracy of Short-term Atmosphere Density Prediction // Actronautical Research. 1973.
- Sagdeev R. Z., Elyasberg P. E., Moroz V. I.* Is the Nucleus of Comet Halley a Low Density Body? // Nature. 1988. V. 331.
- Sagdeev R. Z., Skuridin G. A., Galeev A. A., Moroz V. I., Shevchenko V. I., Shapiro V. D., Novikov V., Avanesov H. A., Chugariniva G. A., Sukhanov A. A., Rodionov S. N., Elyas-*

berg P. E. On Encounter with Comet Halley in 1986 (Strategy and Studying) // 32nd Intern. Astronautical Federation Congress (AF). Rome, Italy, Sept. 1981. Preprint IAF-81 200.

Sukhanov A. A., Elyasberg P. E. On autonomous tracking of a minor celestial body // Acta Astronautica. 1984. V. 11. Iss. 5. P. 247–250. doi: 10.1016/0094-5765(84)90007-9.

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ СРОЧНОГО ВОЗВРАЩЕНИЯ К ЗЕМЛЕ ПРИ ПИЛОТИРУЕМЫХ ПОЛЁТАХ К ЛУНЕ

А. К. Платонов, А. Г. Тучин, Ю. Г. Сихарулидзе, Г. С. Заславский, Д. А. Тучин

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН)

Выполнен баллистический анализ задачи срочного возвращения на Землю пилотируемого транспортного корабля (ПТК) с обеспечением условий его входа в атмосферу Земли. Предложено и исследовано множество канонических траекторий безопасно-го возвращения космонавтов. Подробно рассмотрены четыре способа формирования траекторий возвращения к Земле в любой момент процесса полёта ПТК к Луне. Сделаны оценки требуемых затрат характеристической скорости, длительностей обратного полёта и получаемых районов движения в атмосфере Земли.

Ключевые слова: полёт к Луне, возвращение на Землю, канонические траектории, угол входа, скорость входа, импульс торможения, время полёта, координаты посадки.

ВВЕДЕНИЕ

В процессе номинального полёта пилотируемого транспортного корабля (ПТК) к Луне, как это показал и опыт «Аполлона-13» [Еbсер, 1969], в некоторых (нештатных) случаях может возникнуть необходимость прерывания полёта к Луне и возвращения корабля на Землю. При этом нужно подчеркнуть, что к известным рискам космического полёта — сложности техники¹ [Paige, 1966] и уровням психологической и физиологической нагрузок на организм человека² следует добавить и серьёзные баллистические риски. Они связаны с необходимостью точного выполнения в процессе полёта к Луне 7-8 орбитальных манёвров и 3-5 траекторных коррекций. Для их реализации нужны большие объёмы траекторных измерений, причём — в условиях отсутствия отечественных средств наблюдения ПТК при его движении в южной небесной полусфере.

¹ Командный модуль «Аполлона» содержал 2 000 000 функциональных блоков (автомобиль — 3000), система жизнеобеспечения имела 180 блоков и 23 функции (домашний холодильник — 8 и 5).

² Имеются в виду невесомость в длительных условиях изоляции в тесном замкнутом пространстве кабины с различными запахами, шумами и вибрацией.

Платонов Александр Константинович — главный научный сотрудник, доктор физико-математических наук, профессор, akp31@mail@gmail.com

Тучин Андрей Георгиевич — заведующий сектором, доктор физико-математических наук, tag@kiam1.rssi.ru

Сихарулидзе Юрий Георгиевич — главный научный сотрудник, доктор технических наук, профессор, sikh@kiam1.rssi.ru.

Заславский Георгий Симонович — ведущий научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, tag@kiam1.rssi.ru

Тучин Денис Андреевич — старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, phobos.den@yandex.ru

Поэтому задача срочного возвращения космонавтов на Землю, направленная на уменьшение технических и физиологических рисков лунного полёта, неизбежно добавляет баллистические риски. Например, приведённый ниже анализ покажет, что в каждый момент времени полёта существует континуум выбираемых орбит обратного полёта к Земле и для каждой выбранной орбиты существуют четыре способа одноимпульсного перевода ПТК на траектории возврата (ТВ). Выбор нужной ТВ зависит от ряда критериев и алгоритм такого выбора в каждом конкретном случае — свой. Эти проблемы требуют отдельного предполётного анализа.

Сложными проблемами баллистического обеспечения безопасности лунного полёта ПТК Баллистический центр (БЦ) ИПМ им. М.В. Келдыша занимается уже ряд лет. В отчётах¹ ИПМ им. М.В. Келдыша и в работах [Евдокимов и др., 2012, 2013, 2014], содержащих подробное описание методов и результатов численного решения краевых задач для формирования траекторий и управления манёврами пилотируемого полёта к Луне, были, в частности, рассмотрены и численные методы решения краевых задач срочного возвращения экипажа ПТК на Землю. В частности, в отчёте² приведён предварительный анализ проблемы аварийного прерывания полёта к Луне. Построенные примеры нештатных траекторий срочного возврата ПТК к Земле, как на этапах его полёта от Земли к Луне, так и на орбите искусственного спутника Луны (ИСЛ), показали, что параметры траекторий возвращения в сильной степени связаны с положением Луны относительно Земли в момент сближения с Луной.

Задачей настоящей работы являлось построение полуаналитической методики *массовой* оценки баллистических возможностей выбранного представительного множества траекторий срочного возвращения на геоцентрическом участке полёта ПТК к Луне. Выбор такого множества анализируемых ТВ реализован из условий обеспечения безопасного для космонавтов автоматически управляемого движения возвращаемого аппарата (ВА) в земной атмосфере.

¹ Аким Э.Л. и др. Исследование способов навигации при межпланетных перелётах. 2010. 184 с.; Сихарулидзе Ю.Г., Корчагин А.Н. Разработка концепции алгоритма управления траекторией спуска ВА в атмосфере Земли при возвращении от Луны. 2012. 177 с.; Сихарулидзе Ю.Г., Корчагин А.Н. Анализ концептуальной возможности реализации управления с однократным и двукратным погружением в атмосферу Земли при возвращении от Луны. 346 с.; Сихарулидзе Ю.Г., Корчагин А.Н. Совершенствование алгоритмов управления движением центра масс и угловым движением ВА в атмосфере Земли для обеспечения спуска с околопараболической скоростью входа. 2013. 289 с.; Сихарулидзе Ю.Г., Корчагин А.Н. Анализ точности приведения ВА на космодром «Восточный» в зависимости от характеристик навигационных приборов ТИУС, БИЛУ и АСН. 2013. 272 с.; Тучин А.Г. и др. Баллистический анализ полёта пилотируемого транспортного корабля (ПТК) на орбиту вокруг Луны и возвращения корабля с обеспечением условий входа в атмосферу Земли. 2012. 288 с.

² Тучин А.Г. и др. Баллистический анализ полёта пилотируемого транспортного корабля на орбиту вокруг Луны и возвращения корабля с обеспечением условий входа в атмосферу Земли. 2012. 288 с.

В приближении задачи двух тел анализируются следующие параметры ТВ:

- требуемые затраты характеристической скорости манёвра возврата;
- получаемая длительность времени обратного полёта;
- возможные координаты посадки ВА.

При анализе продолжительности времени обратного полёта к Земле были исследованы варианты как оптимального по затратам топлива, так и наискорейшего способа формирования возвратной траектории.

На выбор ТВ основное влияние оказывают получаемые значения критериев реализации времени возвращения и координат мест приземления ВА с учётом критерия ресурсных ограничений энергетики маневрирования. Противоречивость критериев в рассматриваемой многокритериальной задаче выбора траектории возвращения ПТК к Земле требует построения множества Парето, обладающего, как известно [Соболь, Статников, 1981], свойством принципиального отсутствия формального способа оптимального выбора и связанной с этим необходимостью выполнения *волевого выбора* в пользу одного из критериев («*главного*» для обстоятельств выбора). Именно необходимость построения парето-областей противоречивости трёх названных критериев на всём множестве возможных ТВ и диктовала целесообразность разработки полуаналитической методики массовых приближённых расчётов. Такая методика полезна для использования как на стадии предполётного анализа особенностей всех моментов проектируемого полёта, так и непосредственно в момент принятия решения в процессе реализуемого полёта — для сужения области ТВ, анализируемых затем точными методами численного интегрирования.

ЗАДАЧА БАЛЛИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА СПОСОБОВ РЕАЛИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ СРОЧНОГО ВОЗВРАТА ПИЛОТИРУЕМОГО ТРАНСПОРТНОГО КОРАБЛЯ К ЗЕМЛЕ

Баллистический анализ способов перевода ПТК с орбиты полёта к Луне на траекторию возврата с её торможением в атмосфере Земли должен ответить на вопросы о требуемом числе и параметрах включений реактивной тяги в зависимости от момента возникновения подобной необходимости возвращения.

Исходные данные для решения этих задач:

- параметры запаса характеристической скорости двигательных установок (ДУ) в конструкции ПТК;
- номинальная схема полёта ПТК к Луне;
- допустимые параметры безопасного входа ВА в атмосферу Земли;
- параметры достижимой дальности движения ВА в атмосфере Земли.

Серьёзным является то обстоятельство, что к моменту написания этой статьи такие данные окончательно ещё не были определены (а некоторые из них могут зависеть и от её результатов). В связи с этим задачи получения требуемых параметров, способов и траекторий срочного возврата ПТК

с его штатной орбиты полёта решаются параметрически — с возможностью уточнения оценок после уточнения исходных данных. Решение ищется для импульсной постановки задач маневрирования в рамках задачи двух тел с возможностью последующих расчётов по точным методикам численного интегрирования ТВ, описанным ранее в отчёте¹. Импульсная постановка позволяет с достаточной точностью на этапе предварительного анализа определить требуемые моменты включения ДУ и оценки величины и направления импульсов скорости в орбитальной системе координат. Баллистический анализ разных обстоятельств возврата на всём множестве возможных траекторий полёта к Луне и условий входа ВА в атмосферу Земли позволяет оценить требуемый суммарный запас характеристической скорости ДУ для всех возможных способов формирования возвратных траекторий.

Выбранные для анализа траектории полёта пилотируемого транспортного корабля к Луне

Достаточно очевидно, что на получаемые места приземления при срочном возвращении ПТК к Земле по выбранной ТВ важное влияние оказывает параметр величины склонения Луны в момент встречи с ней в штатном полёте. Чем ниже целевое склонение Луны, тем севернее может быть достижимая широта места приземления в процессе возврата.

В свою очередь, требование видимости Луны в момент штатного сближения с ней диктует близкую к полусуточной дискретность выбираемых времён полёта до Луны в диапазоне 1,5...4,5 сут. С точки зрения практической значимости по параметру точности реализации наиболее быстрыми (энергетически «сильными») являются 2,5-суточные траектории полёта в апогей лунной орбиты, в то время как наиболее медленные (энергетически «слабые») траектории с их наиболее широкой областью рассеивания получаются при полёте в перигей лунной орбиты в течение 4,5 сут.

Для задачи возврата наиболее сложны полёты к Луне в районе её максимального склонения (в этом случае труднодостижимы северные широты посадки) по быстрым 2,5-суточным траекториям, требующим увеличенных импульсов торможения и оставляющим мало времени для траекторных наблюдений. В связи с этим из упомянутого отчёта² для анализа наихудшего случая срочного возврата была выбрана траектория полёта к Луне с максимальным значением её целевого склонения. Параметры выбранной штатной траектории (ШТ) показаны в таблице на рис. 1.

По результатам указанного отчёта запасы топлива для ДУ ПТК определяют максимально допустимый размер импульса возврата, равный ~1800 м/с. Такая величина складывается из полученных двух значений характеристической скорости: необходимой для перехода на орбиту ИСЛ (~900 м/с) и манёвра возвращения к Земле с орбиты ИСЛ (~900 м/с).

Расчёты траекторий срочного возврата были выполнены для показанных в табл. 1 следующих моментов времени и истинной аномалии выбранной штатной траектории.

¹ Тучин А. Г. и др. Там же.

² Он же.

Параметры штатной траектории полёта к Луне

Начало траектории перелёта	2025/08/17 06:44:15.059
Полуось [тыс. км]	256,9298626
Эксцентриситет	0,974391
Период [мин]	21601,385
Наклонение [град]	50,66
Долгота восходящего узла [град]	313,15
Аргумент перицентра [град]	331,59
Высота перицентра [км]	201,6188
Высота апоцентра [тыс. км]	500,9018343
Момент времени периселения	2025/08/19 22:30:00.0.
Высота периселения [км]	100,0
Наклонение пролётной гиперболы к плоскости экватора Луны [град]	2,3

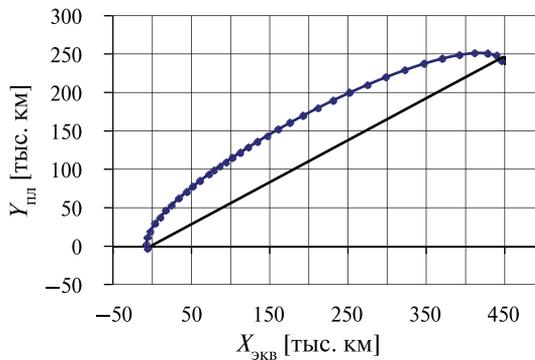


Рис. 1. Вид штатной траектории в плоскости орбиты с осью X вдоль линии пересечения плоскости орбиты с плоскостью экватора

Таблица 1. Параметры штатной траектории в точках возврата

Время от перигея t [мин, ч, сут]	Истинная аномалия ϑ [град]	Геоцентрический радиус R [км]	Геоцентрическая скорость [км/с]	Трансверсальная скорость [км/с]	Радиальная скорость [км/с]
8,8 ^m	45	7690	10,104	9,358	3,816
47,0 ^m	110	19480	6,274	3,693	5,072
2,59 ^h	139	49100	3,832	1,466	3,541
8,21 ^h	154	104580	2,464	0,688	2,366
12,04 ^h	158	134540	2,091	0,535	2,022
23,42 ^h	164	205050	1,528	0,351	1,488
1,855 ^d	169	298600	1,058	0,241	1,030

Параметры траекторий безопасного движения пилотируемого транспортного корабля в атмосфере Земли

В работах [Евдокимов и др., 2012, 2013, 2014] и в отчётах¹ БЦ ИПМ была исследована проблема торможения ВА в атмосфере Земли и построен алгоритм терминального управления его движением для широкого множества возможных траекторий возвращения и разного состояния атмосферы. Алгоритм обеспечивает управление аэродинамическими силами для посадки ВА в заданном районе с погрешностью не хуже 1,6 км. Для случаев, когда районы посадки на территории России лежат севернее широты наклона орбиты, алгоритм обеспечивает выполнение достижимого бокового манёвра с одновременным устранением продольного и бокового промахов — при выдерживании заданного ограничения по перегрузке.

В результате для заданных значений максимальной перегрузки торможения $n_{\max} = 3...5$ и аэродинамического качества ВА порядка $k_{BA} = 0,28...0,35$ (на балансировочных углах атаки для околозвуковых и сверхзвуковых скоростей) с учётом тепловых ограничений режима торможения были получены параметры достижимых значений максимальной сферической дальности вдоль трассы управляемого движения на атмосферном участке ТВ. Эти значения зависят от величины модуля вектора скорости в этот момент $V_{\text{вх}}$ входа в атмосферу Земли и величины модуля угла возвышения $\vartheta_{\text{вх}}$ этой скорости над местным горизонтом скорости на границе атмосферы (далее просто — «скорости входа» и «угла входа»). При спутниковых скоростях входа около 8 км/с и их углах возвышения в диапазоне $-1,2...-1,9^\circ$ сферическая дальность управляемого атмосферного торможения составляет величину порядка 1200 км. Для траекторий возвращения с околопараболическими скоростями входа и требованиями реализации большой угловой дальности от точки входа ВА в атмосферу Земли до точки посадки ВА необходимо использовать «рикошетирующую» траекторию (рис. 2) с тремя участками:

- I — участок первого погружения в атмосферу;
- II — внеатмосферный участок для обеспечения требуемой дальности;
- III — участок второго погружения в атмосферу.

Соответственно: B_1 — точка первого входа в атмосферу, B_0 — начало баллистического участка, B_2 — точка второго входа в атмосферу, и сферическая дальность управляемого атмосферного торможения $L_{\Sigma} = L_1 + L_2 + L_3$ составляет величину порядка 1200 км. Найденный в работе [Евдокимов и др., 2012] вариант управления, обеспечивающий реализацию максимальной дальности

¹ Сихарулидзе Ю. Г., Корчагин А. Н. Разработка концепции алгоритма управления траекторией спуска ВА в атмосфере Земли при возвращении от Луны. 2012. 177 с.; Сихарулидзе Ю. Г., Корчагин А. Н. Анализ концептуальной возможности реализации управления с однократным и двукратным погружением в атмосферу Земли при возвращении от Луны. 2012. 346 с.; Сихарулидзе Ю. Г., Корчагин А. Н. Совершенствование алгоритмов управления движением центра масс и угловым движением ВА в атмосфере Земли для обеспечения спуска с околопараболической скоростью входа. 2013. 289 с.; Сихарулидзе Ю. Г., Корчагин А. Н. Анализ точности приведения ВА на космодром «Восточный» в зависимости от характеристик навигационных приборов ТИУС, БИЛУ и АСН. 2013. 272 с.; Тучин А. Г. и др. Баллистический анализ полёта пилотируемого транспортного корабля (ПТК) на орбиту вокруг Луны и возвращения корабля с обеспечением условий входа в атмосферу Земли. 2012. 288 с.

управляемого спуска из диапазона 6000...9600 км, показан в подрисуночной подписи рис. 2.

Одним из результатов упомянутых работ является приведённый в них коридор безопасности $\{\vartheta_{\text{вх min}}(V_{\text{вх}}) - \vartheta_{\text{вх max}}(V_{\text{вх}})\}$ при входе ВА в атмосферу на её условной границе ($h = 100$ км) для разных значений модуля вектора скорости в этот момент $V_{\text{вх}}$ и угла возвышения $\vartheta_{\text{вх}}$ этой скорости. На рис. 3 построенный коридор безопасности показан двумя чёрными линиями.



Рис. 2. Схема рикошетирующей траектории атмосферного торможения ВА. Важный пример: $V_{\text{вх}} = 11$ км/с, $\vartheta_{\text{вх}} = -5,29^\circ$, $L_1 = 1900$ км, $L_2 = 5740$ км, $L_3 = 1960$ км, $L_\Sigma = 9600$ км

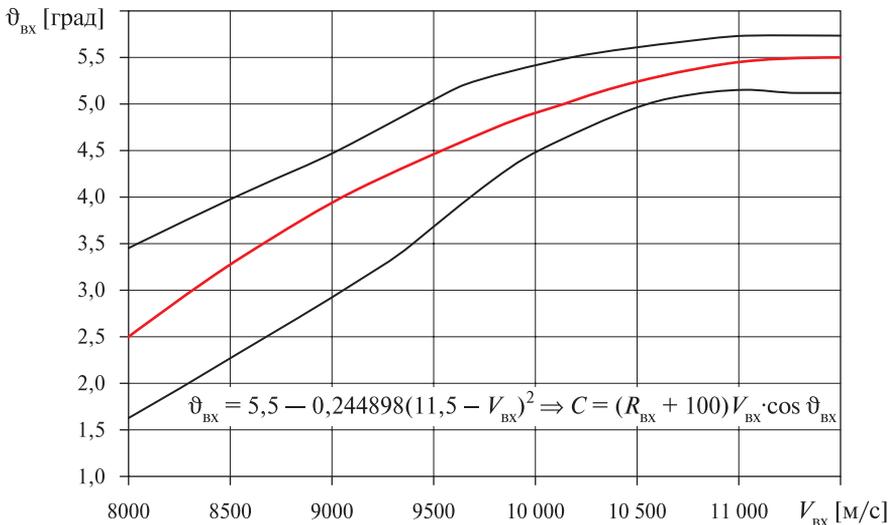


Рис. 3. Коридор безопасности и множество в середине коридора траекторий возвращения ПТК в атмосферу Земли

Выбор канонического множества траекторий возвращения пилотируемого транспортного корабля на Землю

В основу настоящей работы положена идея выбора для анализа способов возвращения ПТК к Земле представительного множества траекторий входа в атмосферу, принадлежащего коридору безопасности. На рис. 3 красной линией показана одна из возможных параболических функций 2-го порядка $\vartheta_{\text{вх}}(V_{\text{вх}})$, проходящая посередине коридора безопасности:

$$\vartheta_{\text{вх}} = 5,5 - 0,244898(11,5 - V_{\text{вх}})^2. \quad (1)$$

Эта функция достаточно хорошо аппроксимирует условия безопасного входа как для эллиптических, так и для гиперболических траекторий сближения с Землёй со скоростями входа выше скорости спутника при $h = 100$ км.

Поскольку каждой точке красной кривой однозначно соответствуют интеграл энергии $h = V_{\text{вх}}^2 - 2\mu_{\text{вх}}/R_{100}$ и постоянная площадей $C = R_{100}V_{\text{вх}} \cos \vartheta_{\text{вх}}$, то в рамках Кеплерового приближения на плоскости $\{h, C\}$ функция (1) является отображением выделенного подмножества траекторий возвращения ПТК к Земле из множества всех безопасных траекторий торможения в атмосфере Земли. Такое отображение удобно тем, что квадратичная функция величины угла входа $\vartheta_{\text{вх}}(V_{\text{вх}})$ описывает зависимость постоянной площадей $C(V_{\text{вх}})$ в первом приближении линейным законом вида (рис. 4):

$$C(V_{\text{вх}}) = A + BV_{\text{вх}}, \quad (2)$$

где $A = 673,883 \text{ км}^2/\text{с}$; $B = 6380,7233 \text{ км}$.

Выбранное множество траекторий возврата к Земле (далее — просто «траекторий возврата») достаточно глубоко находится внутри коридора входа, что позволяет использовать его элементы в качестве параметров прицеливания при формировании ТВ в условиях отсутствия точного знания получаемых параметров движения.

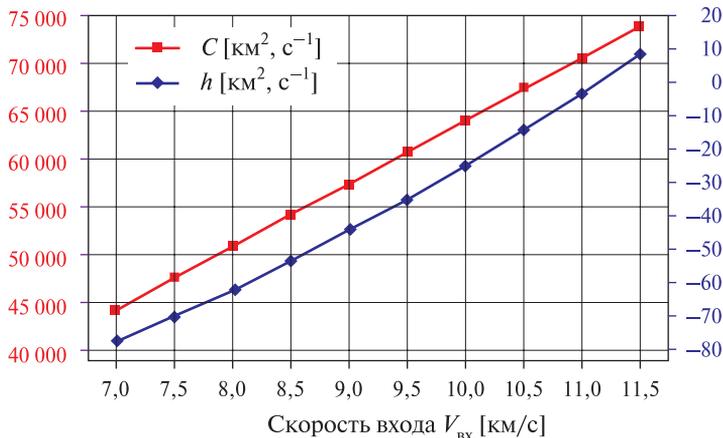


Рис. 4. Линейная зависимость постоянной площадей C и слабоквадратичная зависимость интеграла энергии h от величины скорости входа на выбранном множестве траекторий срочного возвращения ПТК к Земле

Поэтому ниже параметры функции (1) и соответствующие им траектории сближения с Землёй (рис. 5 и табл. 2) канонизированы (выделены) в качестве анализируемого множества номинальных целевых параметров срочного возврата ПТК на Землю из любой его позиции в процессе движения ПТК по штатной траектории полёта.

АНАЛИЗ СВОЙСТВ ВОЗВРАТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Параметры эллиптических траекторий возвращения

Для анализа обстоятельств скорейшего возврата ПТК к Земле в приближении задачи двух тел легко получить, используя зависимость (1), баллистические характеристики всего множества возможных траекторий возвращения. Эти характеристики показаны в табл. 2 и 3 и на рис. 5. Одним из важных параметров ТВ являются радиусы их апогея, поскольку им соответствуют те максимальные расстояния, с которых возможно возвращение к Земле с выбранными параметрами входа в атмосферу. С размерами периметров и полуосей эллипсов ТВ связано их отличие от окружности. В табл. 2 показано, что по мере удаления от Земли размеры полуосей ТВ увеличиваются в 30 раз (что соответствует расстоянию до Луны в 60 радиусов Земли), в то время как величины их периметров лишь удваиваются. Таким образом, множество канонических ТВ состоит из совокупности эллипсов, фокальные высоты которых при возвращении к Земле лежат в диапазоне величины радиуса Земли. При возвращении к Земле с расстояний более половины расстояния до Луны измерение параметров движения на высоте радиуса Земли (в районе фокальной высоты ТВ — на угле 90° к её линии апсид) может служить средством автономной настройки системы управления торможением в земной атмосфере.

Ещё одним важным параметром, необходимым для анализа возможных координат точек посадки ВА, является истинная аномалия точек входа ТВ в атмосферу Земли, значения которой выделены в табл. 2.

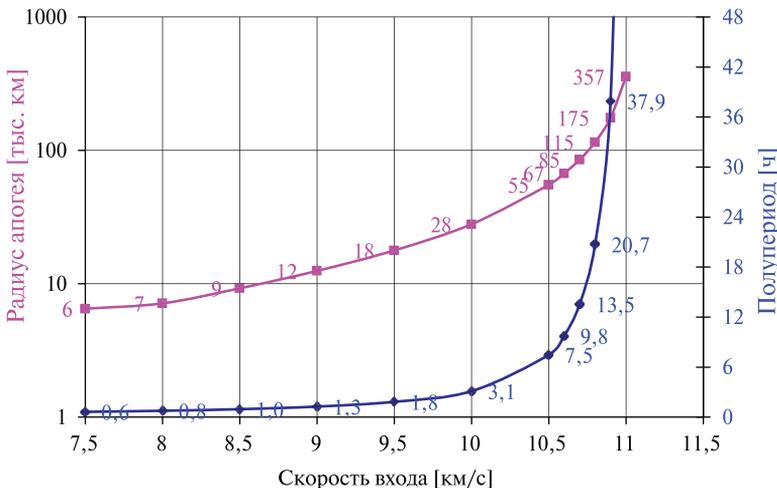


Рис. 5. Полупериод и размеры эллиптической части множества целевых ТВ

Таблица 2. Параметры канонического множества траекторий возврата

$V_{вх}$ [км/с]	$\vartheta_{вх}$ [град]	C [км ² /с]	h [км ² /с ²]	a [км]
8,0	2,5000	51719,67	-59,1937	6733,835
8,5	3,2959	54913,52	-50,9437	7824,336
9,0	3,9694	58100,35	-42,1937	9446,924
9,5	4,5204	61284,39	-32,9437	12099,453
10,0	4,9490	64469,93	-23,1937	17185,739
10,5	5,2551	67661,14	-12,9437	30795,000
11,0	5,4388	70861,84	-2,1937	181704,516
11,5	5,5000	74075,25	9,0563	-44013,480

$V_{вх}$ [км/с]	P [км]	e	$\vartheta_{вх}$ [град]	$R_{твх}$ [км]	$V_{пвх}$ [км/с]
7,5	5904,898	0,09105577	163,93	5412,096	8,964
8,00	6710,792	0,05849832	50,72	6339,917	8,158
8,50	7565,207	0,1819846	21,71	6400,428	8,580
9,00	8468,759	0,3217813	16,39	6407,081	9,068
9,50	9422,409	0,4703758	14,17	6408,165	9,563
10,00	10 427,415	0,6270980	12,86	6408,596	10,060
10,50	11 485,262	0,7918594	11,90	6409,689	10,556
10,60	11 703,314	0,8257798	11,73	6410,036	10,655
10,70	11 923,559	0,8600245	11,56	6410,431	10,754
10,80	12 146,008	0,8945942	11,40	6410,876	10,853
10,90	12 370,677	0,9294899	11,23	6411,372	10,953
11,00	12 597,578	0,9647124	11,08	6411,920	11,052
11,05	12 711,870	0,9824465	11,00	6412,213	11,101
11,06	12 734,796	0,9860031	10,98	6412,274	11,111
11,07	12 757,744	0,9895631	10,97	6412,334	11,121
11,08	12 780,715	0,9931263	10,95	6412,396	11,131
11,09	12 803,709	0,9966928	10,94	6412,458	11,141
11,10	12 826,725	1,0002626	10,92	6412,520	11,151
11,50	13 766,023	1,1457610	10,30	6415,450	11,546

Рисунок 5 и табл. 2 показывают, что рассматриваемое множество ТВ разделено на гиперболические и эллиптические траектории лишь вблизи его границы допустимых скоростей входа. Из табл. 3 и графика на рис. 5 хорошо видно, что подмножество целевых траекторий содержит эллиптические траектории, которые охватывают орбиту Луны.

Иными словами, из любой области околоземного или окололунного пространства практически возможно возвращение к Земле по эллиптическим

траекториям, причём продолжительность обратного полёта от Луны по таким траекториям может достигать 5 сут (см. табл. 3). Подобные траектории возвращения на Землю с лунных расстояний, оставаясь эллиптическими, имеют, тем не менее, скорости входа, близкие к гиперболическим скоростям. Последняя догиперболическая эллиптическая орбита в табл. 2 с её скоростью входа, равной 11,09 км/с, формально имеет апогей за границами сферы действия Земли на расстоянии 3900 тыс. км. Практически значимые эллиптические ТВ с лунными расстояниями их апогея заканчиваются на скоростях входа, равных 11,02 км/с (см. табл. 3).

Таблица 3. Размеры эллиптических траекторий возврата

$V_{\text{вх}}$ [км/с]	$\vartheta_{\text{вх}}$ [град]	R_{α} [тыс. км]	V_{α} [км/с]	$T/2$ [ч]
7,50	1,5816	6,496	7,468	0,6351
8,00	2,5000	7,128	7,256	0,7638
8,50	3,2959	9,248	5,938	0,9566
9,00	3,9694	12,487	4,653	1,2692
9,50	4,5204	17,791	3,445	1,8396
10,00	4,9490	27,963	2,306	3,1141
10,50	5,2551	55,180	1,226	7,4696
10,60	5,3016	67,175	1,017	9,7549
10,70	5,3433	85,183	0,809	13,5466
10,80	5,3800	115,231	0,604	20,7328
10,90	5,4213	175,445	0,400	37,8990
11,00	5,4453	356,997	0,198	107,0600
11,01	5,4475	397,526	0,178	125,4599
11,02	5,4496	448,281	0,158	149,8341

Сравнение величин и направлений штатных и возвратных скоростей движения играет важную роль для выбора манёвра перехода на возвратную траекторию. У ТВ с апогеями, близкими к лунным расстояниям, скорости движения, с их углами возвышения, близкими к нулю в окрестности апогея, составляют величины 200...400 м/с, что заметно меньше скорости штатного движения на этих расстояниях. При снижении скоростей входа ТВ всего на 1 км/с (с 11 до 10 км/с) и апогейных дальностей до 28 тыс. км апогейные скорости ТВ растут до 2 км/с, по-прежнему оставаясь примерно вдвое ниже соответствующих штатных скоростей полёта ПТК (см. табл. 1). Это приводит к большим величинам импульсов торможения, нужным для перехода на ТВ.

В другой стороны, эллиптические траектории с малыми скоростями входа, полезные с точки зрения снижения перегрузок и температур в процессе атмосферного торможения, имеют очень короткие времена возвращения и малые апогейные расстояния. Их использование возможно лишь в самом начале штатной траектории полёта к Луне, в условиях невидимости ПТК из российских пунктов наблюдения в первые часы полёта. Из табл. 3 и рис. 5

видно, что если скорости входа становятся меньше, чем 9 км/с, то время возвращения не превышает двух часов. Но разница величин штатных и возвратных скоростей на таких ТВ достигает нескольких километров в секунду, а время возвращения, быстро изменяясь, в конце канонического множества достигает многих суток.

На рис. 5 также видно, что после достижения эллипсом ТВ апогейного расстояния 100 тыс. км (а это лишь 12 ч полёта), скорость входа в атмосферу (а следовательно, и — дальность торможения) практически не изменяется. При этом становится возможным использовать алгоритмы рикошетируемого управляемого торможения в атмосфере со сферической дальностью 6...9 тыс. км.

Параметры гиперболических траекторий возвращения

Последние строки табл. 2 и 3 соответствуют гиперболическим скоростям входа в атмосферу Земли с практически одинаковым углом входа, равным $5,5^\circ$. У ТВ с гиперболическими скоростями входа на дальностях полёта, близких к лунным расстояниям, скорости движения составляют величины порядка значения геоцентрической параболической скорости, равного на расстоянии лунной орбиты 1,440 км/с. При этом, в отличие от эллиптических ТВ, углы возвышения гиперболических ТВ близки к -90° . Это приводит к заметному отличию чисто тормозного манёвра для возврата по гиперболической ТВ от практически поворотного-тормозного манёвра для возвращения по эллиптической ТВ.

Важно также отметить, что в условиях крутых углов входа истинные аномалии ϑ точки входа от условного перигея у гиперболических ТВ весьма малы — около $12...10^\circ$ (см. табл. 2). Этот параметр, как уже было сказано, имеет значение для определения диапазона возможных мест приземления ВА при реализации параметров обстоятельств срочного возвращения ПТК к Земле из разных позиций на штатной траектории полёта к Луне.

Вместе с этим, с точки зрения упомянутых выше критериев выбора параметров, гиперболические траектории возвращения могут оказаться полезными уже в середине полёта, а в процессе движения ПТК по штатной траектории гиперболические ТВ становятся единственно возможными после удаления ПТК на расстояния от Земли, близкие к расстояниям до Луны. Эти обстоятельства исследуются ниже.

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ РЕАЛИЗАЦИИ ВОЗВРАТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Для анализа способов и параметров обстоятельств срочного возвращения ПТК на Землю была использована полученная ранее [Тучин и др., 2012] и показанная выше на рис. 1 штатная траектория полёта к Луне со стартом в 6h45m 15s,059 17 августа 2025 г. с промежуточной 200-км орбиты спутника с его наклоном $i = 50,66^\circ$.

Для такой траектории на рис. 6 в плоскости движения $\{X_{\text{эКВ}}, Y_{\text{ПЛ}}\}$ изображены в приближении задачи двух тел выбранное для анализа множество точек принятия решения о срочном возвращении на Землю.

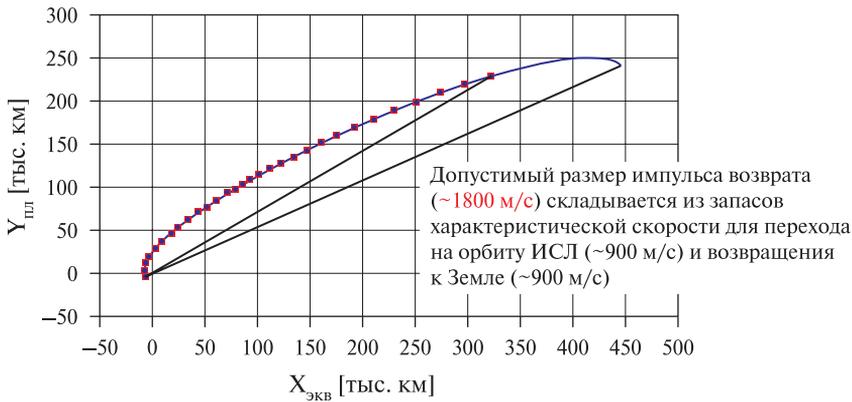


Рис. 6. Расчётные точки возврата в плоскости штатной траектории

Выбранные точки равномерно заполняют геоцентрические расстояния вдоль штатной траектории вплоть до расстояния около сферы действия лунного притяжения. Ниже с каждой выбранной точкой ШТ связывается удвоенное множество всех канонических ТВ с четырьмя способами их импульсной реализации.

В каждой выбранной точке траектории рассматриваются все способы реализации импульса возврата и всё множество канонических траекторий возвращения.

Способы формирования траекторий возвращения в точках штатных траекторий

Сначала рассмотрим ТВ с минимальной скоростью входа в атмосферу Земли. Они интересны и как пример простейшего случая реализации ТВ, и своими значениями достижимых минимумов скоростей входа.

Построение траекторий возвращения с минимальной скоростью входа в атмосферу

Условие формирования траекторий возвращения с минимальной скоростью входа в атмосферу (рис. 7) заключается в том, что в результате действия импульса торможения получаемая скорость полёта должна быть направлена ортогонально направлению на Землю.

В этом случае равен нулю угол Φ отклонения линии апсид ТВ от радиуса-вектора точки возврата на ШТ. Хорошо видно, что здесь возможны варианты «прямого» ($\theta = 0^\circ$) или «обратного» ($\theta = 180^\circ$) способов возвращения на Землю с их разными размерами импульсов скорости манёвра $V_{имп}$ и одинаковыми временами полёта до входа в атмосферу $T_{возвр}$ (рис. 8). Эти разные способы изменения скорости полёта обеспечивают движение по двум ТВ в прямом (ТВ_{пр}) и обратном (ТВ_{обр}) направлениях их орбитального углового вращения вокруг Земли (по сравнению с движением ПТК по ШТ). Обе такие траектории имеют разные направления движения, но геометрически они

симметрично принадлежат одному эллипсу с его линией апсид, коллинеарной радиус-вектору $R_{\text{ШТ}}$ точки возврата на ШТ. Соответственно и точки входа $\text{ТВ}_{\text{пр}}$ и $\text{ТВ}_{\text{обр}}$ в атмосферу Земли на высоте 100 км (они на рис. 7 обозначены как «вх») располагаются симметрично относительно экватора и направления северного полюса N. Углы $\vartheta_{\text{вх}}$ истинных аномалий у обеих точек входа для таких симметричных траекторий имеют одинаковую величину.

К сожалению, анализ таких ТВ показывает, что они мало возможны для практического использования. Действительно, в точках ШТ из всего множества рассматриваемых канонических ТВ для возврата нужно выбирать лишь те из них, у которых апогейное расстояние совпадает с текущим расстоянием ШТ до центра Земли. Иными словами, условия безопасности атмосферного торможения определяют в каждой точке ШТ для возврата из всего канонического множества единственную ТВ и её скорость входа.

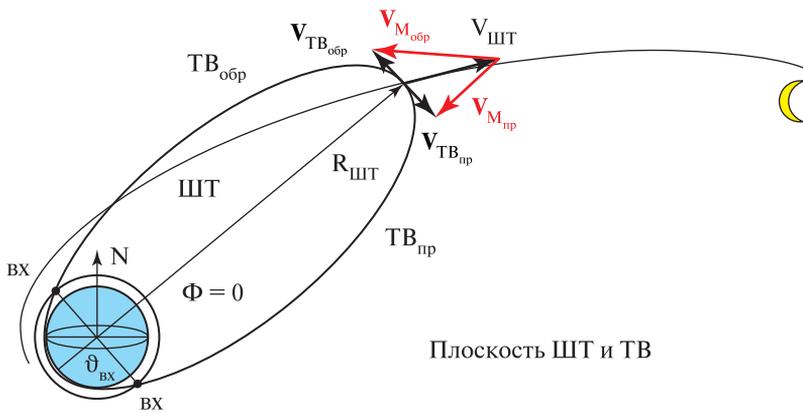


Рис. 7. Способ формирования траекторий возвращения с минимальной скоростью входа в атмосферу

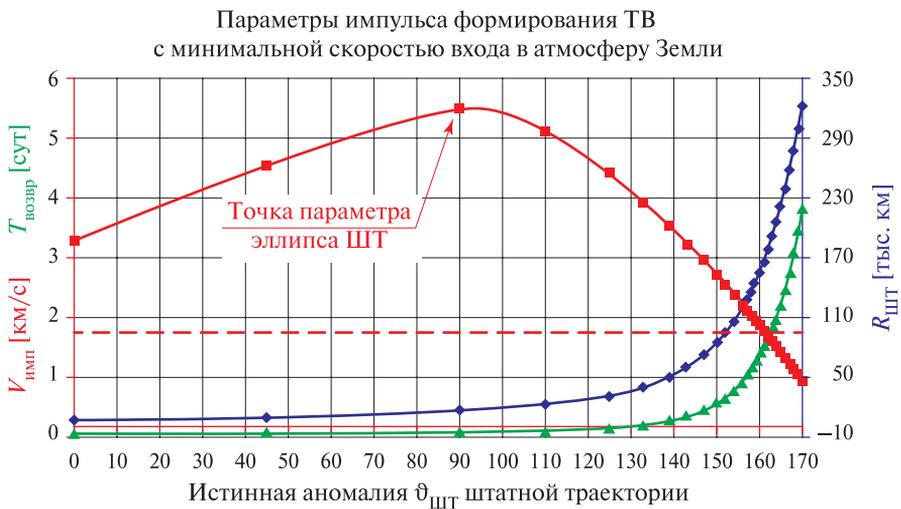


Рис. 8. Характеристики канонических ТВ с минимальной энергией движения

Для определения параметров такого подмножества канонических траекторий удобно воспользоваться линейной зависимостью (2) их постоянных площадей S от скоростей входа. При выбранном расстоянии точки возврата на ШТ и условии $\vartheta_{ТВ} = 180^\circ$ однозначно определяются элементы и параметры эллипса с апогейным расстоянием в нужной точке на ШТ. Тогда на рис. 8, построенном этим способом, хорошо видно, что на искомом подмножестве энергетически оптимальных ТВ величина характеристической скорости минимального из двух возможных импульсов возврата (с его углом возвышения $\vartheta = 0^\circ$) становится ниже величины её допустимого предела, равного 1,8 км/с, лишь начиная с расстояний от Земли $R_{ШТ} \approx 170$ тыс. км.

На рис. 8 также видно, что после двух суток полёта к Луне по выбранной ШТ (см. табл. 1) длительности возможного возвращения по таким ТВ занимают не меньше 3 сут, и это время быстро растёт до 5 сут на участке полёта по ШТ до входа в сферу действия Луны.

Четыре схемы прямых и обратных манёвров формирования траекторий возврата

Менее большие по величине векторов $V_{имп}$ манёвры возвращения (см. рис. 9 и 10) приводят к несимметричным частям общего эллипса для $ТВ_{пр}$ и $ТВ_{обр}$. Линия апсид оптимального эллипса прямых и обратных траекторий возвращения уже не совпадает с радиус-вектором $R_{ШТ}$ точки манёвра возвращения на ШТ и отклонена от неё на угол Φ .

Здесь следует отметить важное обстоятельство, хорошо понятное из рис. 10: поскольку углы входа весьма малы ($2...5^\circ$), то точки входа в атмосферу имеют малые углы $\vartheta_{вх}$. Это приводит к слабым отличиям координат точек входа для прямого и обратного движений у ТВ. Если же и угол Φ мал, то все четыре варианта расположения точек входа лежат близко к линии радиус-вектора $R_{ШТ}$.

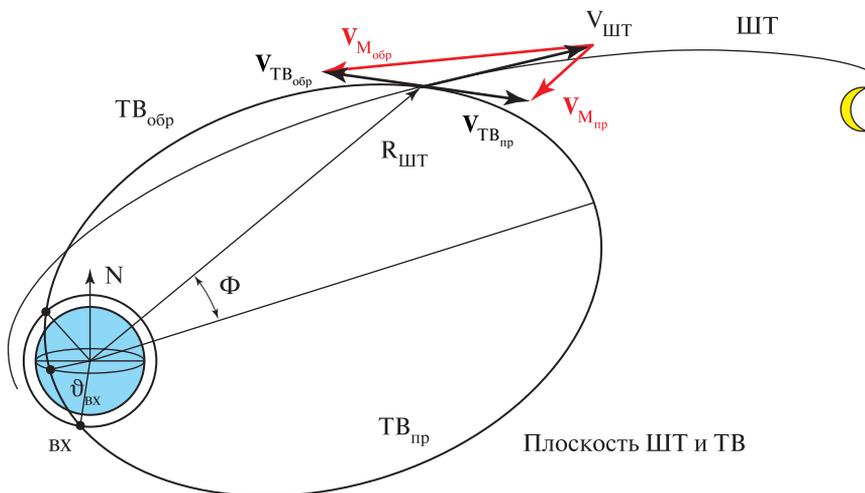


Рис. 9. Способы формирования ТВ — «прямо-вверх» и «обратно-вниз»

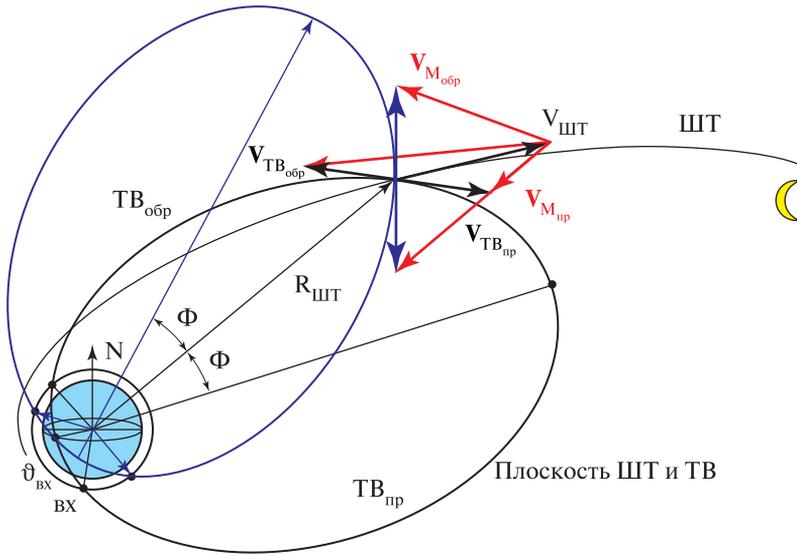


Рис. 10. Симметричное относительно линии $R_{шт}$ отображение эллипса ТВ добавляет ещё две возможные ТВ — «прямо-вниз» и «обратно-вверх»

Требуемые размеры импульсов формирования ТВ

Характеристические скорости четырёх способов формирования множества канонических ТВ на геоцентрическом участке ШТ показаны на рис. 11–14.

На рис. 13 и 14 видно, что в точках манёвров с минимальными импульсами происходит почти касание ШТ и ТВ. Поэтому минимальные импульсы здесь равны разностям скоростей ШТ и ТВ, а симметричные отображения эллипсов ТВ вокруг радиус-векторов точек возврата на ШТ приводят к практически небольшому изменению треугольников скоростей, измеряемых видимыми на рисунках малыми углами между радиус-векторами точек возврата и скоростями ШТ в этих точках (дополнениями до 90° углов возвышения последних). При этом прямые и обратные манёвры с направлениями скоростей ТВ в сторону продолжения полёта («вверх») «прямо» или «обратно» (см. рис. 10) отличаются необходимостью поворота скорости именно на этот угол. По мере удаления от Земли этот угол уменьшается и оба варианта движения «вверх» сближаются друг с другом, что подтверждает сравнение графиков на рис. 13 и 14.

В то же время необходимость такого поворота на угол $90^\circ - \vartheta$ у прямых и обратных манёвров «вниз» влияет на величину импульса возврата намного меньше, чем необходимость практически двойного изменения скорости ШТ для тормозящего формирования обратного движения «вниз». Поэтому эти два варианта «вниз» (см. рис. 13 и 14) мало отличаются друг от друга, а величина их импульса уменьшается вместе с уменьшением скорости ШТ по мере удаления от Земли.

Может возникнуть вопрос, почему не видно в полученных результатах упомянутого случая минимальных скоростей входа? Такие ТВ должны были бы проявиться одинаковыми значениями прямых и обратных импульсов возврата с пересечениями их четырёх кривых в двух точках.

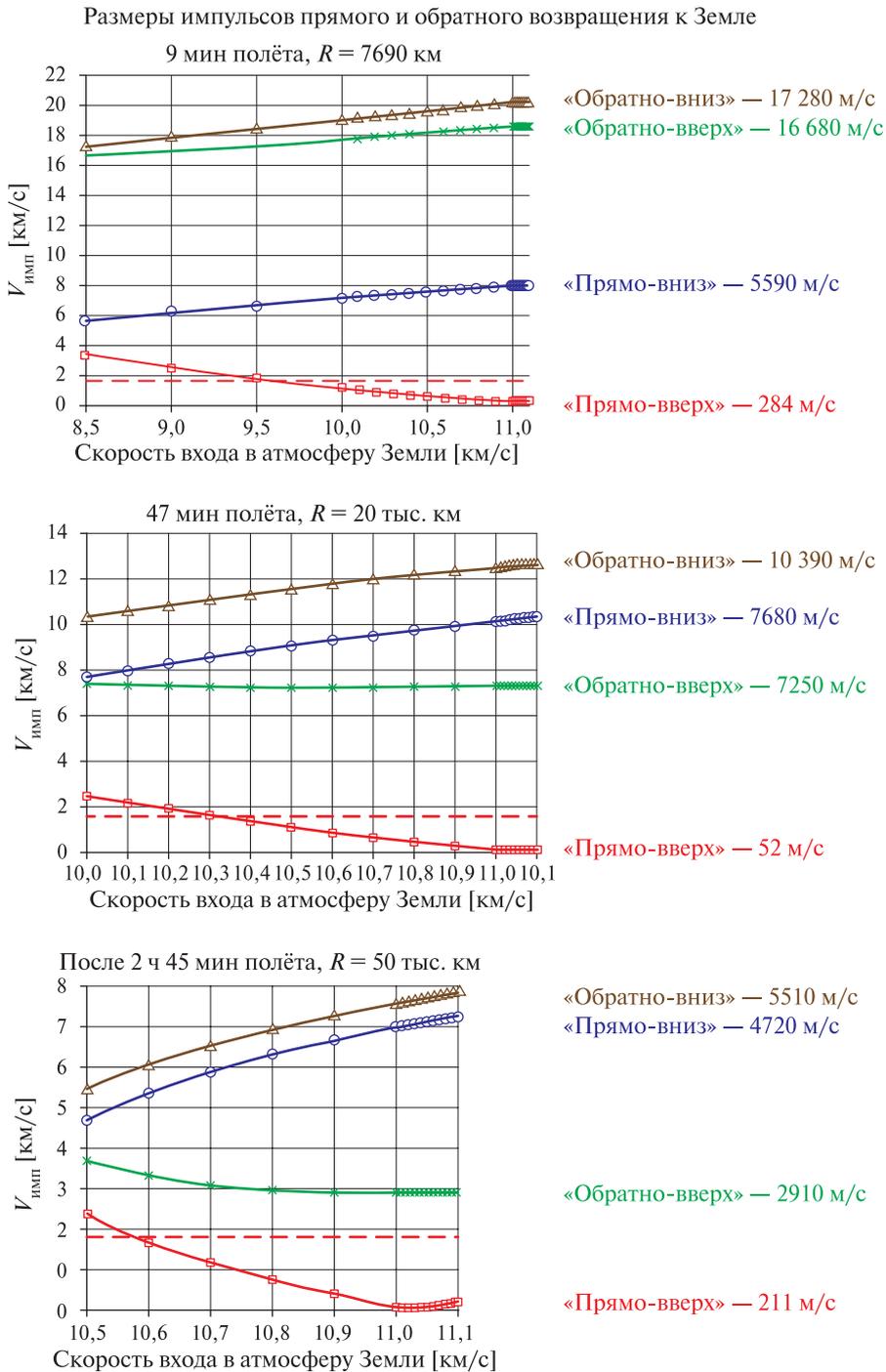


Рис. 11. Требуемые размеры импульсов возврата в первые часы полёта

Импульсы для прямого и обратного возвращения к Земле
(после 8 ч полёта, $R = 100$ тыс. км)

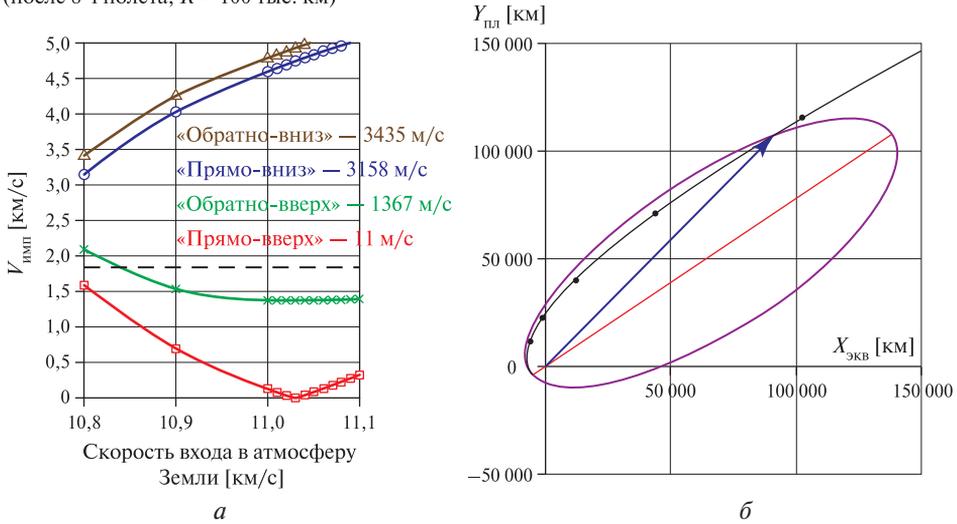


Рис. 12. Два возможных типа ТВ: после 8 ч полёта (а) и эллипс ТВ для минимального импульса возвращения (11 м/с) (б)

Импульсы для прямого и обратного
возвращения к Земле
(1 сут полёта, $R = 205$ тыс. км)

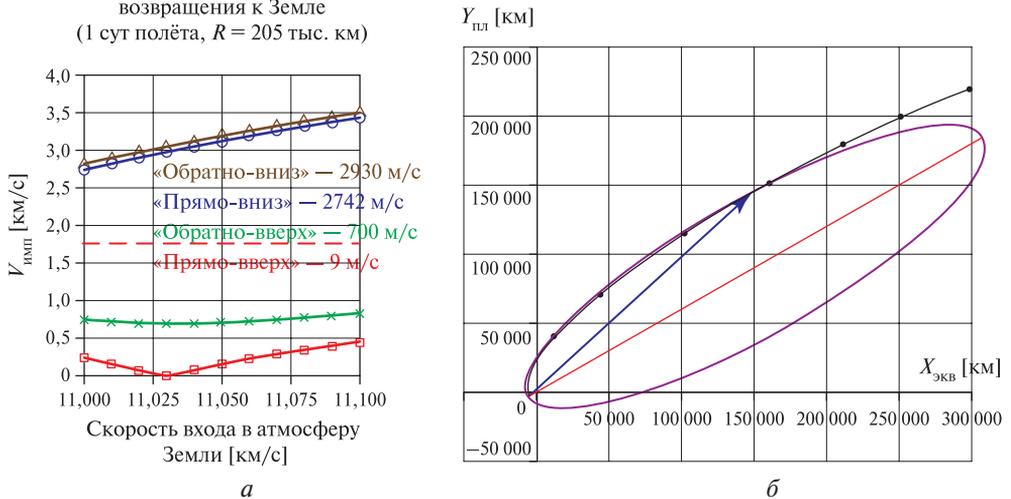


Рис. 13. Две возможные траектории возвращения к Земле после 8 ч полёта (а) и эллипс ТВ с минимальным импульсом возвращения (9 м/с) (б). Видно, что минимальные метровые импульсы торможения кончаются на ТВ с околоработической скоростью входа 11 км/с. Почему это происходит? Ответ заключается в растущей кривизне эллипсов ТВ в точках возврата на ШТ по мере удаления ПТК от Земли, приводящей к росту углов между векторами скоростей ШТ и ТВ и соответственно — увеличению векторов импульсов скорости манёвра $V_{\text{имп}}$ для геоцентрического участка всех четырёх способов формирования возврата

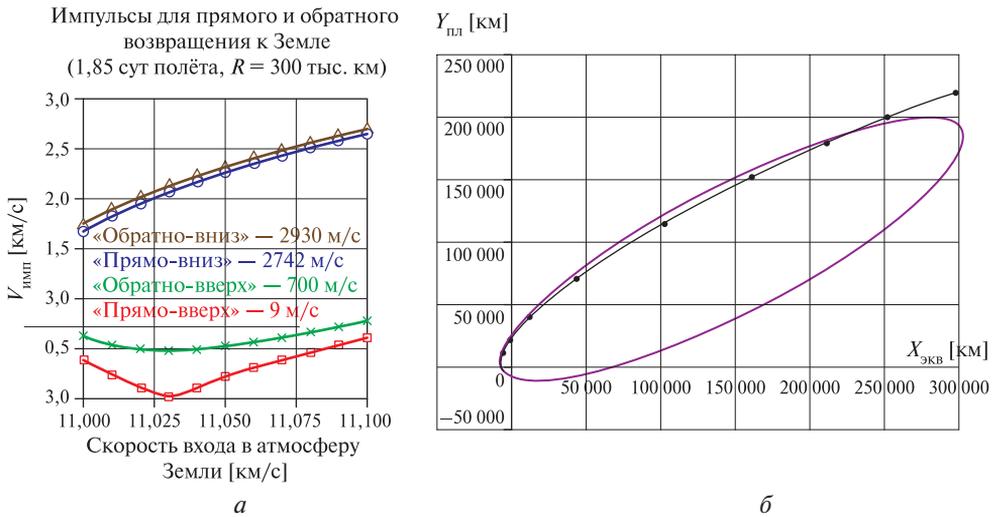


Рис. 14. Все четыре типа траекторий возвращения к Земле после 1 сут полёта (а) и эллипс ТВ с минимальным импульсом возвращения (9 м/с) (б)

На графиках заметна тенденция функциональных кривых импульсных величин к их возможному пересечению где-то за левой границей области определения. Это означает, что такие ТВ с малыми скоростями входа или не достигают больших расстояний от Земли точек возврата на ШТ или, если достигают их, то уже не принадлежат каноническому множеству (т. е. не удовлетворяют требованиям безопасности входа в атмосферу по углам входа у таких траекторий с минимальными скоростями входа).

Параметры качества возвратных движений пилотируемого транспортного корабля

При выборе варианта срочного возврата ПТК на Землю критериями качества ТВ являются рассмотренные выше размеры требуемого импульса торможения, длительности времени возвращения, скорости входа в атмосферу и координаты получаемых мест приземления. Построенные два множества Парето [Соболь, Статников, 1981] для первых трёх критериев этой многокритериальной задачи выбора показаны на рис. 15. Удобным для анализа возможностей выбора ТВ является то обстоятельство, что эти множества Парето, полученные для всего канонизированного множества ТВ, не зависят от времени полёта и одинаковы для любой точки возврата на ШТ. Однако нужно помнить, что время возвращения сильно изменяется при приближении к Луне и в конце канонического множества ТВ достигает многих суток полёта. Поэтому с течением времени область определения функции Парето сужается.

Относительно критерия места посадки ВА можно сказать следующее.

Выше был сделан вывод, что у рассматриваемого множества целевых ТВ при возвращении к Земле с расстояний более 100 000 км скорости входа практически всегда будут близки к гиперболическим скоростям и лежать в диапазоне 10,7...11,2 км/с, как это показано на рис. 16.

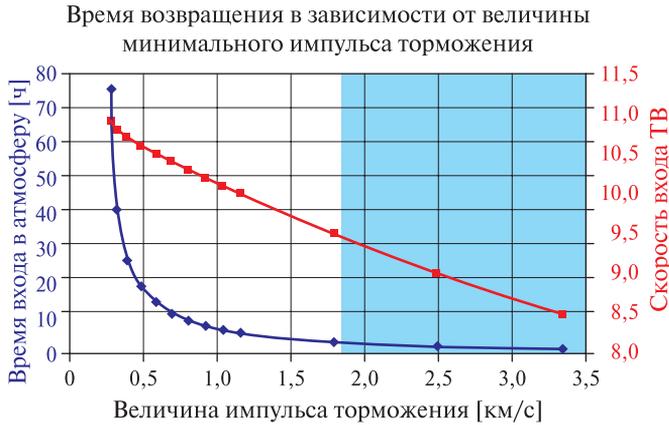


Рис. 15. Два множества Парето для критериев $V_{\text{имп}} \leq 1800$ м/с, $T_{\text{возвр}}$ и $V_{\text{вх}}$

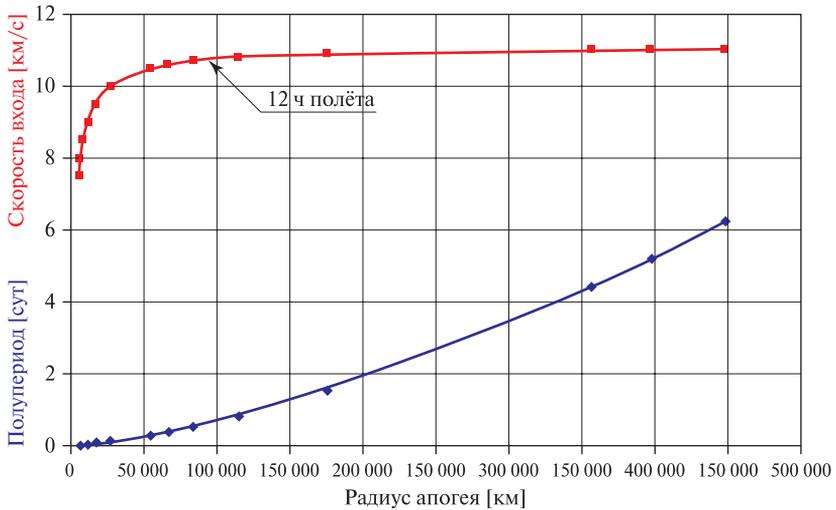


Рис. 16. После достижения эллипсом ТВ 100 тыс. км (а это лишь 12 ч полёта) их скорости входа в атмосферу практически не изменяются ($V_{\text{вх}} \approx 11$ км/с)

Это означает, что дальности атмосферного торможения после 12 ч полёта уже практически не изменяются, хотя время возвращения сильно изменяется и в конце канонического множества достигает многих суток полёта.

Напомним, что при таком диапазоне скоростей входа разработанные в БЦ ИПМ средства управления прямыми и рикошетирующими траекториями торможения обеспечивают размер регулируемой дальности спуска (от точки первого входа в атмосферу до точки приземления) порядка 6000...9600 км (54...86° угловой дальности). Достаточна ли эта дальность для достижения широты посадки на территории России (среднее значение: 55° с. ш.) при использовании принятого множества ТВ с одноимпульсным манёвром возврата?

Для ответа надо определить предельное значение широты входа, гарантирующее возможность посадки в заданном районе (наиболее желательно обеспечить точку посадки: 50,286° с. ш. и 128,450° в. д.). Однако на этот вопрос

ответ не однозначен и зависит от возможностей регулирования параметров аэродинамики атмосферного торможения и особенностей ШТ.

Геометрически (рис. 17) очевидно, что если на первом участке торможения существует возможность реализации аэродинамического поворота скорости движения на величину полярного угла наклона плоскости ШТ (около 40°), то выбором момента времени входа в атмосферу можно реализовать меридианное направление движения к заданной точке посадки с кратчайшей величиной требуемого тормозного пути. При принятых выше величинах сферической дальности управляемого рикошетирующего спуска (6000...96 000 км) наиболее южными прицельными широтами входа в таком случае соответственно являются $\varphi_{\text{вхmin}} = -36...-4^\circ$. С другой стороны, атмосферное торможение в плоскости ШТ (и ТВ) — без бокового манёвра — является более простым способом организации участка атмосферного спуска. Но в этом случае предельные широты входа перемещаются на север до значений $\varphi_{\text{вхmin}} = -1...+11^\circ$.

Для оценки параметров торможения в плоскости ТВ на рис. 18–20 приведены получаемые в этом случае значения широты точек входа рассмотренных ТВ в атмосферу Земли и соответствующие сферические дальности от точек входа до заданной широты места посадки ВА. В каждом случае расчёты выполнены на подмножестве ТВ, достающих до рассматриваемой точки возврата на ШТ.

Расчёты и приведённые графики показывают, что на протяжении времени видимости ПТК с территории России в первые и последующие сутки полёта при возвращении способом «прямо-вверх» с минимальными затратами характеристической скорости на всём допустимом множестве ТВ для рассматриваемой ШТ наблюдается постоянство широты входа в пределах $-30...-40^\circ$. Это означает, что для достижения нужной широты посадки около 50° требуемая дальность атмосферного торможения в плоскости ТВ составляет 12...15 тыс. км, что превышает доступные сегодня дальности порядка 9,6 тыс. км — при существующем аэродинамическом качестве спускаемого аппарата.

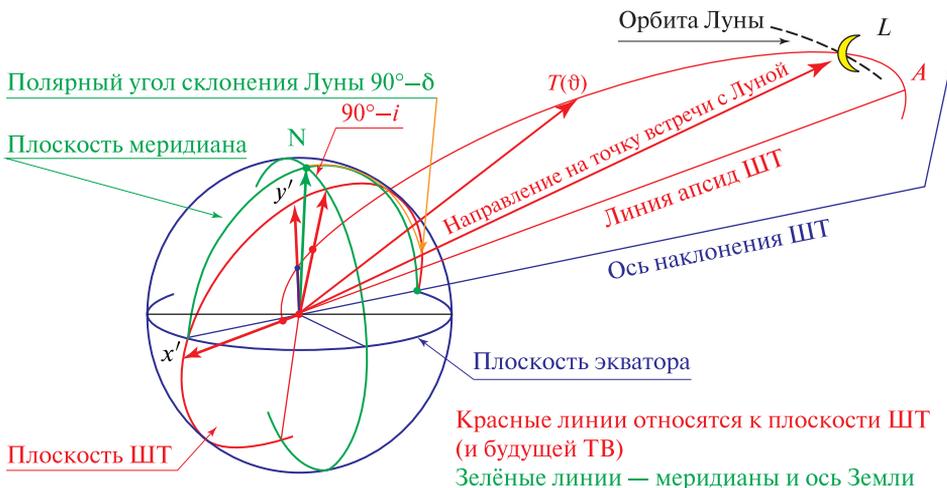


Рис. 17. Геометрические параметры геоцентрического движения ПТК

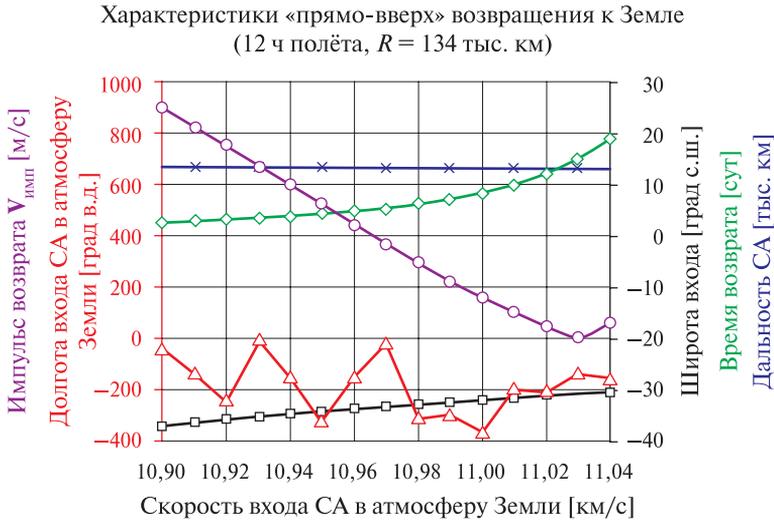


Рис. 18. Оценки параметров входа ВА в атмосферу Земли в начале полёта

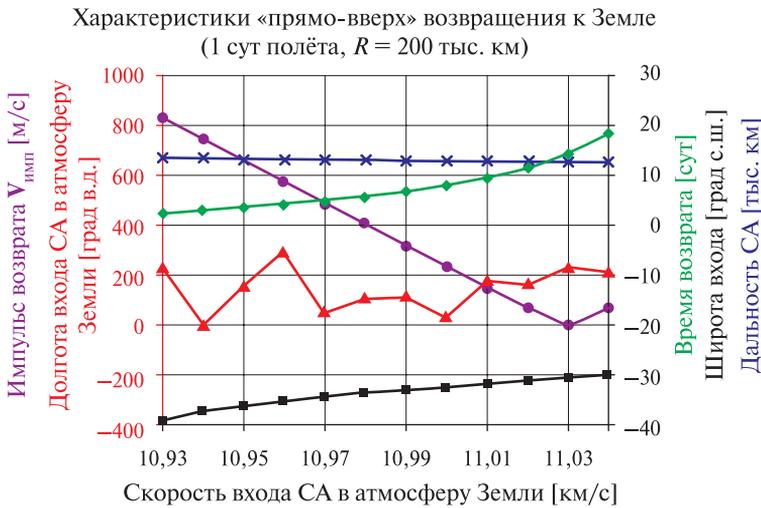


Рис. 19. Оценки параметров входа ВА в атмосферу Земли в середине полёта

Вместе с этим существуют возможности посадки в заданном районе при использовании меридианного торможения с приемлемыми временами обратного пути (см. рис. 18–20).

Важно обратить внимание на «прыгающий» характер графика параметров долготы входа в атмосферу. Он отражает дискретную периодичность диапазона углов $0...2\pi$ при гладком росте времени полёта с быстро растущим числом суток на хвосте множества ТВ. Это указывает на «пунктирную» зависимость точек ШТ и выбираемых ТВ для обеспечения нужной долготы точки приземления ВА.

Кроме того, подобная «крутая» зависимость времени обратного полёта от этих параметров говорит о большом влиянии ошибок реализации срочного

возвращения ПТК к Земле и связанной с этим безусловной необходимости уточнения параметров полученной ТВ и её коррекции. Отметим, что с этой точки зрения полезны большие получаемые длительности обратного полёта. При этом данные рис. 17–19 показывают, что по критерию получения не очень большого числа суток времени обратного полёта ПТК размеры импульса торможения с 12 ч его полёта по ШТ должны быть не ниже 600...500 м/с — на левой границе множества Парето.

Итак, доступные дальности «плоского» движения в атмосфере (без боковых манёвров) при возвращении по способу «прямо-вверх» с его малыми величинами импульсов не достигают границ России. Но напомним, что после удаления ШТ на 100 тыс. км появляется возможность построения ТВ способом «обратно-вверх», а на 300 тыс. км от Земли уже имеются возможности реализовать короткие возвращения по способам «прямо-вниз» и «обратно-вниз». Какие широты посадки ВА обеспечивают эти варианты?

Выше было показано, что величины истинных аномалий точек входа (20...10°) на всём множестве ТВ после 9 ч полёта по ШТ (см. табл. 3) приводят в плоскости траектории к удвоению их значений в размере желательного смещения мест входа ТВ «обратно-вниз» в северном направлении в сторону экватора.

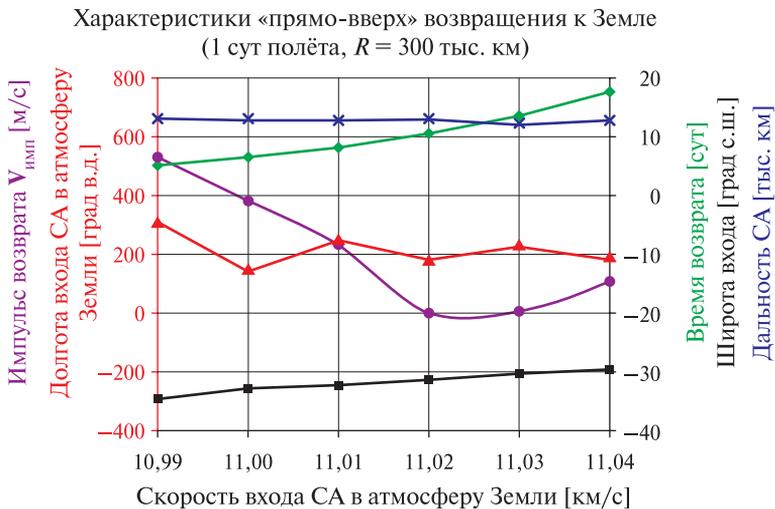


Рис. 20. Оценки параметров входа ВА в атмосферу Земли в конце полёта

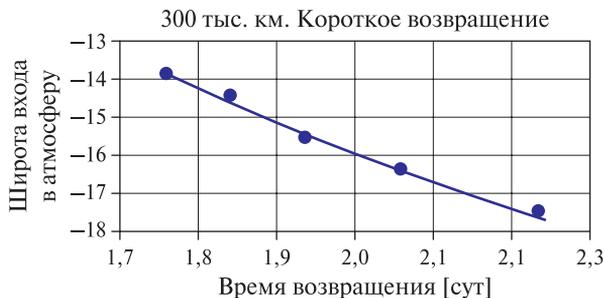


Рис. 21. Широта входа при быстром обратном возвращении

Однако очевидно и то, что обратные направления движения ТВ обеспечивают возможности продолжения тормозного движения в атмосфере лишь в южную сторону — с реализацией посадки ВА в южном полушарии. Поэтому в условиях отсутствия морских средств спасения космонавтов, аналогичных применявшимся в программе «Аполлон», обратные варианты возвращения вообще нужно отбросить, — несмотря на большую выгодность прямых обратных вариантов с точки зрения времени обратного пути (рис. 21).

Остаётся рассмотреть вариант «прямо-вниз» полёта ПТК к Земле с импульсом, равным 1700 м/с (см. рис. 14). Такая возможность, как было сказано, возникает лишь в самом конце полёта на расстоянии 300 тыс. км от Земли. Однако и в этом случае, как это видно на рис. 10, переход от варианта полёта «прямо-вверх» по длинной двухвитковой ТВ к короткому одновитковому варианту полёта «прямо-вниз» лишь увеличивает требуемую дальность атмосферного участка ТВ при необходимости посадки в северном полушарии. Это связано с поворотом эллипса и точки входа в атмосферу в плоскости траектории в неудачном направлении на величину удвоенного угла Φ между радиус-вектором точки возврата и линией апсид.

Итак, можно утверждать, что при полёте к Луне в область её максимального склонения все варианты реализации срочного возвращения космонавтов на Землю путём одноимпульсного формирования траектории возврата и управляемого плоского рикошетирующего управления торможением в атмосфере с существующим аэродинамическим качеством возвращаемого аппарата обеспечивают возможность его посадки лишь вне территории России.

Напомним, что этот результат получен для худшего случая максимального целевого склонения Луны (ЦСЛ), равного $+28,4^\circ$. Возможные изменения ЦСЛ составляют $+28,4...-28,5^\circ$. Насколько выбор ЦСЛ позволяет повлиять на достижимость нужной широты места посадки? Для ответа в первом приближении найдём наихудшее с этой точки зрения значение угла $\varphi_{\text{пд}}$ между широтой $\varphi_{\text{п}}$ перигея ШТ и величиной ЦСЛ.

Наихудшим является наиболее южное положение перигея орбиты полёта при данном значении ЦСЛ. Оно возникает при реализации полярной эллиптической траектории с её апогеем в верхней точке сферы действия Луны (66 тыс. км) при полёте в ближайший перигей лунной орбиты ($R_{\text{л}} = 356,4$ тыс. км). Заметим, что такая ситуация на самом деле не очень редкая, поскольку колебания расстояний перигеев Луны 356...370 тыс. км происходят примерно с полугодовым циклом.

Линия апсид эллипса такой наихудшей для срочного возврата траектории полёта к Луне при упомянутых размерах перигейного расстояния и сферы действия Луны наклонена относительно плоскости орбиты Луны на угол $10,5^\circ$. И, поскольку, как было показано, после первых часов полёта ПТК для подмножества практически реализуемых ТВ их скорости входа не превышают $10,5$ км/с (см. рис. 16), то соответствующие им углы истинных аномалий точек входа тоже не превышают 12° (см. табл. 2). А это, в свою очередь, означает, что за наихудшее значение широты входа при нулевом склонении Луны можно принять $\varphi_{\text{вх}} \approx -23^\circ$.

Поскольку при полярной орбите тормозной путь происходит в плоскости меридиана с допустимыми $\varphi_{\text{вх, min}} = -36...-4^\circ$ при ограничениях дальностей управляемого торможения от 6000 до 9600 км, то допустимыми ЦСЛ являются $\delta_{\text{ЦСЛ}} = -19...+13^\circ$ соответственно.

Заметим, что это — гарантированная мажорирующая оценка полярных траекторий полётов к Луне. Более быстрые полёты, и с другим наклоном ШТ, и в другие точки окрестности Луны позволяют получать несколько более северные прицельные точки входа с расширением диапазона ЦСЛ.

Например, для рассмотренной выше 2,5-суточной ШТ с её наклоном $50,66^\circ$ в случае нулевого ЦСЛ была бы получена наиболее южная величина $\varphi_{\text{вх}} \approx -14^\circ$ (см. ниже). Эта величина при использовании меридианного торможения приводит к диапазону возможных ЦСЛ $\delta_{\text{ЦСЛ}} = +18\dots+28^\circ$ (отметим, что, поскольку углы широты и склонения — оба отсчитываются вдоль меридианов единичной сферы, то при меридианном направлении торможения угол наклона ШТ не влияет на оценку диапазона ЦСЛ).

Однако при торможении в плоскости траектории при изменении ЦСЛ в меридиональной плоскости её склонения изменения широты точек в плоскости траектории зависят как от угла наклона ШТ, так и от расположения рассматриваемых точек в плоскости движения ПТК. Причём соответствующие изменения углов в плоскости траектории заведомо больше по величине выбранных значений изменения ЦСЛ (поскольку, например, — при наклоне ШТ, равном i , изменение ЦСЛ от 0 до $90^\circ - i$ приводит к изменению угла в плоскости траектории на 90° — см. рис. 17).

Отметим, однако, что при изменении ЦСЛ с сохранением целевого расстояния до Луны ШТ и выбранных параметров ТВ происходит лишь поворот *в плоскости ШТ* наблюдаемой картины орбитальной геометрии движения по ШТ и ТВ. Поэтому, если известна широта входа $\varphi_{\text{вх}}(\delta_0)$ для какого-либо варианта ТВ ПТК при известном ЦСЛ δ_0 его ШТ, то зависимость новых значений углов входа $\varphi_{\text{вх}}(\delta)$ от выбранных других значений ЦСЛ δ — с сохранением прежних орбитальных параметров движения ШТ и ТВ — описывается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\text{вх}}(\delta) &= \arcsin(\cos(U_{\text{вхI}}) \cdot \sin(i)), \\ U_{\text{вхI}} &= U_{\text{вх}}(\delta_0) - U_{\delta\text{I}}, \\ U_{\text{вх}}(\delta_0) &= \arccos\left(\frac{\sin(\varphi_{\text{вх}}(\delta_0))}{\sin(i)}\right) + \arccos\left(\frac{\sin(\delta_0)}{\sin(i)}\right), \\ U_{\delta\text{I}} &= \arccos\left(\frac{\sin(\delta)}{\sin(i)}\right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь символами U_{pq} обозначены углы индексных точек p и q в плоскости траектории, а индексным символом I обозначена «точка i » траектории — наиболее северная точка траектории с её широтой φ , равной наклону i траектории.

Для рассмотренных выше возможных траекторий возвращения со значением ЦСЛ, равным $\delta_0 = 28^\circ$, получаемые величины широт углов входа лежат ниже экватора в пределах значений $-30\dots-40^\circ$. Для наихудшего случая $\varphi_{\text{вх}}(\delta_0) = -40^\circ$ по алгоритму (3) получаются значения функции широты входа $\varphi_{\text{вх}}(\delta)$, показанные на рис. 22.

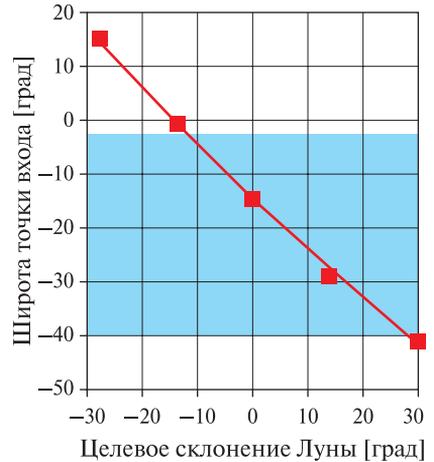
Интересно отметить получающуюся в пределах градусных погрешностей почти линейную зависимость $\varphi_{\text{вх}}(\delta)$ в виде обратного поворота ШТ со сдвигом: $\varphi_{\text{вх}}(\delta_{\text{ЦСЛ}}) \approx -14^\circ - \delta_{\text{ЦСЛ}}$.

Рис. 22. Влияние ЦСЛ на получаемые широты входа рассмотренной ШТ

При таких широтах точек входа и допустимых значениях широты входа $\varphi_{\text{вх}6000} = 22,8^\circ$ и $\varphi_{\text{вх}9600} = -1,8^\circ$ для торможения в плоскости рассмотренной ШТ с наклоном 51° диапазон допустимых значений ЦСЛ равен $\delta_{\text{ЦСЛ}} = -28,5 \dots -12,6^\circ$.

Таким образом, допустимые пределы ЦСЛ в каждом конкретном случае выбранного дня старта и параметров ШТ следует рассчитывать по алгоритму (3), опираясь на одно значение из точного расчёта. Заметим, что *ограничение величины ЦСЛ заметно сокращает ежемесячные сроки лунных стартов, связанных, как правило, и с ожиданием нужной фазы Луны.*

$$\varphi_{\text{вх}}(\delta_{\text{ЦСЛ}}) \approx -(0,97\delta_{\text{ЦСЛ}} + 13,03) \text{ [град]}$$



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведённый анализ одноимпульсных способов срочного возвращения космонавтов на Землю в процессе полёта к Луне позволяет заключить, что:

- для всех моментов времени геоцентрического участка полёта к Луне существует возможность реализации возвращения в приемлемое время одноимпульсным способом «прямо-вверх» с требуемой величиной затрат характеристической скорости, не превышающей 600 м/с;
- при подобных траекториях возвращения с плоским атмосферным торможением при принятом аэродинамическом качестве возвращаемого аппарата посадка на широте 50° возможна при полётах к Луне с её орбитальным склонением не выше $\delta_{\text{Л}} = -12^\circ$;
- для расширения диапазона сроков полёта к Луне с посадкой в районе терминатора следует рассмотреть возможность использования бокового манёвра в атмосфере на курсовые углы в пределах 40° , в этом случае гарантирована возможность одноимпульсной реализации траекторий срочного возвращения при целевых склонениях Луны $\delta_{\text{Л}} = +18 \dots +28^\circ$;
- возможность реализации траекторий возвращения «обратно-вверх» при запасе характеристической скорости 1800 м/с возникает не ближе 100 тыс. км от Земли, а возможность реализации быстрых «прямо-вниз» и «прямо-вверх» траекторий возвращения возникает лишь рядом с Луной — не ближе 300 тыс. км от Земли;
- все «обратные» и «прямые» способы движения возвращения требуют организации встречи космонавтов в южном полушарии;
- все траектории возвращения требуют организации траекторных наблюдений в южном полушарии Земли для обеспечения необходимых коррекций времени полёта и координат точки входа в атмосферу Земли.

ЛИТЕРАТУРА

- [Евдокимов и др., 2012] *Евдокимов С. Н., Климанов С. И., Корчагин А. Н., Микрин Е. А., Сихарулидзе Ю. Г.* Терминальный алгоритм управления продольным движением спускаемого аппарата с ограничением перегрузки // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 5. С. 3–128.
- [Евдокимов и др., 2013] *Евдокимов С. Н., Климанов С. И., Корчагин А. Н., Микрин Е. А., Сихарулидзе Ю. Г., Тучин А. Г., Тучин Д. А.* Обеспечение посадки спускаемого аппарата на космодром «Восточный» после возвращения от Луны // Известия РАН. Теория и системы управления. 2013. № 5.
- [Евдокимов и др., 2014] *Евдокимов С. Н., Климанов С. И., Корчагин А. Н., Микрин Е. А., Сихарулидзе Ю. Г., Тучин А. Г., Тучин Д. А.* Обеспечение посадки спускаемого аппарата на космодром «Восточный» после возвращения от Луны // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 6. С. 136–152.
- [Соболь, Статников, 1981] *Соболь И. М., Статников Р. Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями: учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1981. 182 с.
- [Ebcser, 1969] *Ebcser G. W.* The Role of the Real Time Computer Complex (RTCC) in Support of Project Apollo IBM for Tokio Symp. 1969.
- [Paige, 1966] *Paige H. W.* Long Life in Space General Electric. PIB-A-28 (9/1966).

DESIGN AND ANALYSIS OF TRAJECTORIES FOR URGENT RETURN TO THE EARTH DURING MANNED LUNAR MISSIONS

A. K. Platonov, A. G. Tuchin, Yu. G. Sikharulidze, G. S. Zaslavsky, D. A. Tuchin

Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences

A ballistic analysis of urgent return to the Earth of the manned vehicle with providing the re-entry conditions was fulfilled. A set of canonical save trajectories for cosmonauts' return was suggested and investigated. Four methods of return trajectories choice for any point of trans-lunar flight were considered in detail. The estimations of required characteristic velocity consumption and return flight duration were obtained together with the reentry trajectory region in the Earth atmosphere.

Keywords: flights to Moon, re-entry, canonical trajectory, entry flight path angle, entry velocity, braked pulse, flight duration, landing coordinates.

Platonov Alexander K. — chief scientist, professor, doctor of physical and mathematical sciences, akp31mail@gmail.com

Tuchin Andre G. — head of division, doctor of physical and mathematical sciences, tag@kiam1.rssi.ru

Sikharulidze Yuri G. — chief scientist, doctor of technical sciences, professor, sikh@kiam1.rssi.ru

Zaslavsky Georg S. — leader scientist, PhD, tag@kiam1.rssi.ru

Tuchin Denis A. — main scientist, PhD, phobos.den@yandex.ru

АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ КОСМИЧЕСКОЙ ЭКСПЕДИЦИИ К АСТЕРОИДУ АПОФИС С ВОЗВРАЩЕНИЕМ К ЗЕМЛЕ

В. В. Ивашкин^{1,2}, И. В. Крылов², А. Лан²

¹ Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН
(ИПМ им. М. В. Келдыша РАН)

² Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

В статье дан обзор работ авторов по исследованию траекторий для экспедиции космического аппарата (КА) от Земли к астероиду Апофис, с пребыванием КА в течение некоторого времени у астероида и возвращением к Земле. Рассмотрены две группы траекторий. Одну группу составляют траектории перелёта КА при использовании комбинированной двигательной установки с большой и малой тягой, другую группу — траектории перелёта КА при использовании только обычных двигательных установок с большой тягой. Определены оптимальные траектории и их характеристики, в частности, начальное и конечное время экспедиции, конечная и полезная масса КА, для полётов в 2019–2022 гг. Показано, что использование малой электрореактивной тяги позволяет существенно улучшить характеристики экспедиции. Приведены также результаты анализа орбитального движения КА вокруг астероида.

Ключевые слова: астероид, сближающийся с Землёй; астероид Апофис; экспедиция к астероиду; оптимальная траектория полёта к астероиду; движение КА вокруг астероида.

ВВЕДЕНИЕ

Дан обзор результатов, полученных авторами по проблеме траекторий экспедиции к опасному астероиду Апофис с возвратом к Земле. Основной целью исследования является анализ возможности осуществить эту экспедицию при использовании отечественных ракет-носителей среднего класса типа «Союз», «Зенит». Важным представляется также анализ преимуществ использования перспективной электрореактивной двигательной установки малой тяги.

В соответствии с этим рассмотрены две группы полётов, включающих полёты КА с использованием (1) комбинированной системы двигателей: химических двигателей большой тяги (ДБТ) для выведения на низкую околоземную орбиту и для разгона от Земли, а также электрореактивных двигателей малой тяги (ДМТ) для межпланетного полёта; (2) только обычных химических ДБТ.

Рассмотрены полёты в 2019–2022 гг.

1. ЭКСПЕДИЦИЯ С КОМБИНИРОВАННОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ БОЛЬШОЙ И МАЛОЙ ТЯГИ

Рассмотрим следующую схему такой экспедиции к Апофису:

- выведение КА на переходную орбиту ИСЗ ракетой «Союз-ФГ», затем — геоцентрический разгон КА с помощью блока «Фрегат» на параболическую орбиту.

Ивашкин Вячеслав Васильевич — главный научный сотрудник, доктор физико-математических наук, профессор, ivashkin@keldysh.ru

Крылов Игорь Валерьевич — ведущий программист, кандидат технических наук, krylov_i_v@mail.ru

Лан Аньци — аспирантка, seatu_angel@126.com

ческую или гиперболическую орбиту и последующее отделение этого блока [Автоматические..., 2010], время $t \in [t_0, t_1]$; массу КА на переходной орбите полагаем равной 7130 кг;

- гелиоцентрический перелёт КА от Земли к Апофису с двигателями малой тяги, аналогичными применённым в Европейском лунном проекте SMART-1 [Foing et al., 2003], $t \in [t_1, t_2]$;
- приастероидный этап, $t \in [t_2, t_3]$: выход КА на орбиту спутника астероида, пребывание КА у астероида и на его поверхности, отлёт КА от астероида, при этом у Апофиса остаётся мини-спутник для наблюдений и измерений;
- гелиоцентрический перелёт КА от Апофиса к Земле с ДМТ, $t \in [t_3, t_4]$;
- геоцентрический полёт КА, отделение спускаемого аппарата, вход в атмосферу Земли, торможение, посадка.

При анализе характеристик данных траекторий полагаем также для гелиоцентрического и приастероидного полёта, что начальное время $t_1 \in [25.06.2019; 27.09.2022]$; общее время экспедиции $t_4 - t_1 = 730$ сут; время пребывания у астероида $t_3 - t_2 = 30$ сут; ДМТ имеет мощность в струе $N_e = 3,75$ кВт; скорость истечения $w_e = 25$ км/с; начальную массу гелиоцентрического полёта $m(t_1)$ полагаем равной массе КА после геоцентрического разгона и отделения блока «Фрегат». При этих условиях определяется траектория экспедиции, в частности: граничные времена t_1, t_2, t_3, t_4 , величина V_∞ и направление вектора скорости «на бесконечности» \mathbf{V}_∞ при гелиоцентрическом разгоне, — а также программы управления ДМТ на гелиоцентрических участках $[t_1, t_2]$ и $[t_3, t_4]$, чтобы масса КА в конечный момент m_f была максимальной:

$$m_f = m(t_4) \rightarrow \max. \quad (1)$$

При анализе основных (гелиоцентрических) участков применяем модель точечных сфер действия Земли и астероида. При определении оптимального движения и управления движением КА на обоих гелиоцентрических этапах полёта Земля-Апофис и Апофис-Земля учитывается гравитационное притяжение Солнца как точки и реактивное ускорение, сообщаемое с помощью ДМТ:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}; \quad (2a)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{u} = -\frac{\mu_S \mathbf{r}}{r^3} + \frac{\mathbf{F}}{m}; \quad (2b)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{F}{w_e} = -\frac{m^2 u^2}{2N_e}; \quad (2c)$$

$$F \in [0; F_{\max} = 2N_e/w_e]; \quad t \in [t_i; t_{i+1}]; \quad i = 1, 3, \quad (3)$$

здесь \mathbf{r}, \mathbf{v} — гелиоцентрические радиус-вектор и вектор скорости КА; $r = |\mathbf{r}|$; $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\mu_S \mathbf{r}/r^3$ — ускорение за счёт притяжения Солнца; $\mathbf{u} = \mathbf{F}/m$ — управляющее ускорение за счёт двигателя; $u = |\mathbf{u}|$; m — масса КА; \mathbf{F} — тяга двигателя;

$F = |\mathbf{F}|$. При полёте от Земли к Апофису ($t_1 \leq t \leq t_2$) в конце полёта (при $t = t_2$) выравниваются радиус-векторы и векторы скорости КА и астероида:

$$\mathbf{r}(t_1) = \mathbf{r}_E(t_1); \quad \mathbf{v}(t_1) = \mathbf{v}_E(t_1) + \mathbf{V}_\infty; \quad (4a)$$

$$\mathbf{r}(t_2) = \mathbf{r}_A(t_2); \quad \mathbf{v}(t_2) = \mathbf{v}_A(t_2), \quad (4b)$$

здесь $\mathbf{r}_E, \mathbf{v}_E, \mathbf{r}_A, \mathbf{v}_A$ — радиус-векторы и векторы скорости Земли и астероида, соответственно. При полёте от Апофиса к Земле ($t_3 \leq t \leq t_4$) в конце полёта (при $t = t_4$) выравниваются только радиус-векторы КА и астероида, скорость КА свободна:

$$\mathbf{r}(t_3) = \mathbf{r}_A(t_3); \quad \mathbf{v}(t_3) = \mathbf{v}_A(t_3); \quad (5a)$$

$$\mathbf{r}(t_4) = \mathbf{r}_E(t_4). \quad (5b)$$

Задача определения оптимальной траектории КА решается в три этапа. Сначала — для случая идеальной, неограниченной по величине тяги при заданной постоянной мощности ДУ N_e и при нулевой скорости на бесконечности при разгоне от Земли. На втором этапе — для случая идеальной тяги и оптимальной величины скорости на бесконечности. И, наконец, — для реального случая кусочно-постоянной тяги. На первых двух этапах — идеальной тяги — оптимальное управление на каждом активном участке находится минимизацией функционала — интеграла от квадрата реактивного ускорения по времени полёта, определяющего массу КА [Гродзовский и др., 1975]:

$$J_i = \int_{t_i}^{t_{i+1}} u^2 dt \rightarrow \min; \quad m(t_{i+1}) = \frac{2N_e}{2N_e + m(t_i)J_i} m(t_i), \quad i = 1; 3. \quad (6)$$

Решение отыскивается на основе комбинированного метода с применением на конечном этапе принципа максимума с методом продолжения по параметру [Ивашкин, Крылов, 2012, 2014].

Для оптимальной траектории экспедиции получено: $t_1 = 22.04.2020$; $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 368$ сут; $t_3 = 25.05.2021$; $\Delta t_3 = 332$ сут; конечная масса КА $m_f = 1343$ кг. Для получения полезной массы m_p вычитаем из конечной массы массу двигательной установки m_e :

$$m_e = m^* - k(m(t_1) - m(t_4)); \quad m_p = m_f - m_e. \quad (7)$$

Здесь принято $m^* = 300$ кг — постоянная составляющая массы ДМТ; $k = 0,2$ — коэффициент массы топливного бака. Тогда полезная масса $m_p = 993$ кг.

Отметим, что оптимизация скорости «на бесконечности» \mathbf{V}_∞ на втором этапе увеличило массу на 80 кг. Учёт неидеальности тяги привёл на третьем этапе анализа к понижению массы на 106 кг. Следовательно, решение задачи на первом этапе для идеальной тяги при разгоне до нулевой скорости «на бесконечности» является очень хорошим приближением.

Сделана также оценка уменьшения массы КА за счёт расходов на коррекцию траектории и на поддержание орбиты КА у астероида, она составляет 13 кг. Тогда оценка полезной массы КА составляет 980 кг для данного случая комбинированной двигательной установки с большой тягой при выведении и разгоне у Земли и с малой тягой на гелиоцентрическом полёте.

2. ЭКСПЕДИЦИЯ С ДВИГАТЕЛЬНЫМИ УСТАНОВКАМИ БОЛЬШОЙ ТЯГИ

На первом этапе анализа здесь применяется модель сфер действия небесных тел с учётом в каждой сфере притяжения только одного, центрального тела. Все манёвры совершаются с помощью двигателей большой тяги ДБТ (выведение — ракетой «Союз-ФГ», разгон у Земли — блоком «Фрегат» и последующие коррекционные и приастероидные манёвры — дополнительным, вторым ДБТ со скоростью истечения $w_2 \approx 3$ км/с).

В данном случае рассматриваются следующие этапы экспедиции к Апофису, близкие к предыдущему случаю:

- а) геоцентрическое выведение и разгон КА с отделением блока «Фрегат» после разгона, полёт в сфере действия Земли;
- б) гелиоцентрический участок пассивного (без учёта коррекций) перелёта КА от Земли к Апофису за время Δt_1 ;
- в) приастероидный участок полёта — торможение и выход КА на орбиту искусственного спутника астероида с помощью второго блока с ДБТ, пребывание у астероида в течение $\Delta t_2 = 7$ дней с возможной посадкой на поверхность астероида и последующий разгон КА до необходимой энергии для полёта к Земле, с оставлением у Апофиса мини-спутника;
- г) гелиоцентрический участок пассивного (без учёта коррекций) перелёта КА от Апофиса к Земле за время Δt_3 ;
- д) геоцентрический участок возвращения КА к Земле, отделение спускаемого аппарата, вход в атмосферу Земли, торможение в атмосфере и посадка на Землю.

При задании граничных времён экспедиции t_1, t_2, t_3, t_4 для движения КА в поле притяжения Солнца с точечными сферами действия Земли и Апофиса гелиоцентрические орбиты перелёта от Земли к Апофису и от Апофиса к Земле определяются двукратным решением задачи Эйлера-Ламберта (с учётом возможности совершения одного пассивного витка по орбите). Это позволяет найти скорости «на бесконечности»: $V_{\infty 1}$ — при отлёте от Земли, $V_{\infty 2}$ — при подлёте к Апофису, $V_{\infty 3}$ — при отлёте от Апофиса, $V_{\infty 4}$ — при подлёте к Земле. Данные скорости определяют импульсы: ΔV_1 — для разгона от Земли, ΔV_2 — для торможения у Апофиса, ΔV_3 — для разгона от Апофиса, скорость входа КА в атмосферу. При этом вычисляется масса КА после сообщения данных импульсов скорости с помощью ДБТ, в частности, конечная масса КА m_f . Для определения полезной массы задаётся масса второго блока ДБТ:

$$m_{2e} = m_{20} + a_{T2} m_{T2}, \quad m_p = m_f - m_{2e}, \quad (8)$$

здесь m_{20} — постоянная составляющая массы, $m_{20} = 100$ кг; a_{T2} — коэффициент массы топливных баков, $a_{T2} = 0,15$; m_{T2} — масса топлива на коррекцию, торможение и разгон у астероида. Вычитая эту массу ДБТ из конечной массы, получаем полезную массу m_p (8). Оптимальные траектории имеют максимум полезной массы — для различных времён экспедиции:

$$m_p \rightarrow \max. \quad (9)$$

Анализ выполнен для суммарного времени $\Delta t = t_4 - t_1$ в диапазоне [390; 730] сут; для начального времени $t_1 \in [1.05.2019; 31.12.2020]$. В случае,

когда каждый гелиоцентрический перелёт осуществляется на дуге, меньшей 2π , для оптимального перелёта получено: $m_p = 182$ кг при времени экспедиции $\Delta t \equiv t_4 - t_1 = 450$ сут. Если хотя бы на некотором гелиоцентрическом участке есть один пассивный виток, то для оптимального перелёта получено: конечная масса КА $m_f = 510$ кг, «полезная» масса $m_p = 265$ кг при времени экспедиции $\Delta t = 690$ сут. Для этого перелёта: $t_1 = 24.05.2019$; $\Delta t_1 = 335$ сут; время отлёта от Апофиса $t_3 = 30.04.2020$; $\Delta t_3 = 348$ сут; $t_4 = 13.04.2021$.

Для уточнения основных характеристик полёта выполнен дополнительный анализ, включающий несколько моментов.

Во-первых, проведён уточнённый расчёт оптимальных траекторий, численным решением системы дифференциальных уравнений движения КА с учётом притяжений Земли (при учёте её сжатия), Луны, Солнца, планет и давления солнечного света:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu_E}{|\mathbf{r}|^3}\mathbf{r} - \sum_i \mu_i \left(\frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^3} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} \right) + \Delta, \quad (10)$$

здесь: $\mathbf{r}(x, y, z)$ — радиус-вектор КА в прямоугольной невращающейся геоцентрической системе координат; \mathbf{r}_i — радиус-вектор i -го небесного тела; μ_E и μ_i — гравитационные параметры Земли и i -го небесного тела; дополнительный член Δ есть ускорение за счёт сжатия Земли и давления солнечного света. Анализ показал, что учёт возмущений приводит, как правило, к небольшим поправкам в траектории КА.

Во-вторых, скорректирован ряд массово-энергетических характеристик экспедиции. Прежде всего, был учтён неимпульсный характер разгона КА у Земли. Для уменьшения дополнительного расхода характеристической скорости и массы топлива был введён режим разгона с двумя-тремя включениями двигателя. Для учёта дополнительного расхода топлива на коррекцию траектории КА и управление движением КА у астероида было предусмотрено выделить на коррекцию до подлёта к астероиду 50 м/с, у астероида — 10 м/с и после отлёта от астероида — 25 м/с.

На основании обсуждения проблемы с НПО им. С. А. Лавочкина были скорректированы некоторые массово-энергетические характеристики КА: уточнены удельная тяга блока «Фрегат» и массовые характеристики отделяемых частей блока; предусмотрены гарантийные запасы топлива; введены отделяемые массы небольшого спутника астероида и посадочного устройства — 10 и 20 кг. Для потенциального увеличения полезной массы КА были также оценены возможности более мощных, чем «Союз-ФГ», ракет-носителей (РН) — «Союз-2» и «Зенит».

С учётом указанных факторов для РН «Союз-ФГ» получена полезная масса $m_p \approx 155$ кг для траектории с $\Delta t = 450$ сут и $m_p \approx 230$ кг для траектории с $\Delta t = 690$ сут. Использование РН «Союз-2» увеличивает полезную массу до $m_p \approx 205$ кг для траектории с $\Delta t = 450$ сут и до $m_p \approx 300$ кг для траектории с $\Delta t = 690$ сут. Использование РН «Зенит» ещё более увеличивает полезную массу: до $m_p \approx 545$ кг для траектории с $\Delta t = 450$ сут и до $m_p \approx 685$ кг для траектории с $\Delta t = 690$ сут.

Таким образом, применение электрореактивных двигателей малой тяги более эффективно, чем применение двигательных установок большой тяги. Тем не менее, анализ показывает, что при полёте в 2019–2021 гг. существует

принципиальная возможность реализации такой экспедиции и с двигателями большой тяги — при использовании ракет типа «Союз-ФГ», «Союз-2», «Зенит».

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ВОКРУГ АСТЕРОИДА

В соответствии с рассмотренной схемой полёта, полагаем, что после подлёта к астероиду КА переходит на орбиту его спутника радиусом около 500 м и, двигаясь по этой орбите, в течение примерно 7 сут проводит исследование характеристик астероида. Кроме того, предполагается также выведение некоторого мини-аппарата на более удалённую орбиту спутника астероида (радиусом несколько километров), чтобы после отлёта основного КА к Земле продолжить измерения в течение более длительного времени. С учётом этой схемы экспедиции был выполнен первый этап анализа устойчивости движения КА вокруг астероида. При этом были учтены два типа возмущений: притяжение удалённых небесных тел (Солнце, Земля, Венера, Юпитер) и влияние несферичности Апофиса. Анализ проводился для короткого 7-дневного полёта основного КА и длительного (до 5 лет) полёта мини-спутника. Для анализа использованы уравнения астероидо-центрического движения точки с учётом возмущений, типа (10). Для повышения точности расчёта возмущения от удалённых тел вычисляются в модифицированной форме, аналогично [Battin, 1964]. Гравитационный параметр Апофиса — в диапазоне $1,8...2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$. Начальная орбита КА взята круговой с радиусом r_0 в диапазоне $0,5...5 \text{ км}$.

Для анализа влияния несферичности астероида на данном этапе использована приближённая модель однородного удлинённого эллипсоида вращения вокруг оси минимального момента инерции [Дубошин, 1975; Ивашкин, 1998]. Его удлинение $\alpha = c/a$, если $a (=b)$ и $c (>a)$ — малая и большая полуоси эллипсоида. Рассмотрены случаи $\alpha = (1,1; 1,5; 2)$. Основным является вариант $\alpha = 2$. На данном этапе анализа предполагается также одноосное вращение эллипсоида вокруг его большой оси, которая имеет постоянную ориентацию в пространстве.

Для орбит малого радиуса, близких к поверхности астероида, главным является влияние несферичности астероида. Это возмущение уменьшается с увеличением начального радиуса. Для орбит большого радиуса главное — возмущение от дальних небесных тел. Это возмущение уменьшается с уменьшением радиуса орбит спутника. При совместном влиянии далёких небесных тел и несферичности астероида минимальное возмущение орбиты достигается примерно на орбите радиуса 2 км. Основным результатом анализа состоит в том, что движения КА и малого спутника достаточно стабильны в рамках рассмотренной модели.

ВЫВОДЫ

В статье дан обзор результатов авторов по исследованию оптимальных траекторий для экспедиции космического аппарата от Земли к опасному астероиду Апофис, с пребыванием КА в течение некоторого времени у астероида для

исследования его характеристик (с посадкой мини-аппарата на поверхность и выводением малого спутника астероида для исследования астероида в течение длительного времени) и возвращением к Земле. В случае выведения КА и разгона с помощью РН «Союз-ФГ» с блоком «Фрегат» и дальнейшего полёта с помощью электрореактивных двигателей малой тяги имеется возможность осуществить экспедицию к астероиду Апофис в 2019–2022 гг. общей продолжительностью два года со сроком пребывания и исследований КА у астероида ~1 мес, вернув к Земле аппарат массой ~950 кг. При использовании только обычных двигательных установок с большой тягой на основе ракет «Союз-ФГ», «Союз-2», «Зенит» с блоком «Фрегат» и двигательной установкой для дальнего космоса также имеется принципиальная возможность осуществить эту экспедицию. Правда, в этом случае полезная масса КА при возвращении к Земле будет меньше, чем при использовании малой тяги.

ЛИТЕРАТУРА

- [Гродзовский и др., 1975] *Гродзовский Г. М., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.* Механика космического полёта. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975. 704 с.
- [Дубошин, 1975] *Дубошин Г. Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975. 799 с.
- [Ивашкин, 1998] *Ивашкин В. В.* Модель орбитального движения КА вблизи ядра кометы. I: Препринт. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 1998. № 60. 32 с.
- [Ивашкин, Крылов, 2012] *Ивашкин В. В., Крылов И. В.* Оптимальные траектории перелёта КА с малой электрореактивной тягой к астероиду Апофис // Доклады Академии наук. 2012. Т. 445. № 1. С. 32–36.
- [Ивашкин, Крылов, 2014] *Ивашкин В. В., Крылов И. В.* Оптимизация траекторий перелёта космического аппарата с большой и малой тягой к астероиду Апофис // Космич. исслед. 2014. Т. 52. № 2. С. 113–124.
- [Ивашкин и др., 2013а] *Ивашкин В. В., Крылов И. В., Лан А.* Оптимальные траектории для экспедиции КА к астероиду Апофис с возвращением к Земле // *Астрономический вестник*. 2013. Т. 47. № 4. С. 361–372.
- [Ивашкин и др., 2013б] *Ивашкин В. В., Крылов И. В., Лан А.* Анализ оптимальных траекторий экспедиции КА к астероиду Апофис с возвращением к Земле // *Экологич. вестн. научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 2013. № 4. Т. 3. С. 80–84.
- [Автоматические..., 2010] *Автоматические космические аппараты для фундаментальных и прикладных научных исследований / Под ред. Полищука Г. М., Пичхадзе К. М.* М.: МАИ-ПРИНТ, 2010. 660 с.
- [Battin, 1964] *Battin R. H.* Astronautical guidance. N. Y., San Francisco, Toronto, L.: McGraw-Hill Book Company, 1964.
- [Foing et al., 2003] *Foing B. H., Rassa G., SMART-1 Team.* SMART-1 mission, technologies and science: with Solar power to the Moon // 5th IAA Intern. Conf. Low Cost Planetary Missions: Presentation. 2003. URL: <http://sci.esa.int/smart-1/33873-smart-1-mission-technologies-and-science/#>.
- [Ivashkin et al., 2013] *Ivashkin V. V., Krylov I. V., Lang A.* Optimal Spacecraft Trajectories for Expedition to Asteroid Apophis with Return to Earth // 64th IAC, Intern. Astronautical Congress. 23–27 Sept. 2013, Beijing, China: Proc. 2013. Paper IAC-13,C1,7,x17588.paper.pdf. 11 p.

[Ivashkin, Lang, 2014] *Ivashkin V. V., Lang A.* Optimal Spacecraft Trajectories for Flight to Asteroid Apophis with Return to Earth Using Chemical High Thrust Engines // 2nd IAA Conf. Dynamics and Control of Space Systems. Roma, Italy, March 24–26, 2014: Proc. 2014. Paper IAA-AAS-DyCoSS2-14-15-02. 15 p. URL: <http://www.dycoss.com/program/>.

TRAJECTORY ANALYSIS FOR SPACE MISSION TO THE ASTEROID APOPHIS WITH THE RETURN TO EARTH

V. V. Ivashkin^{1,2}, *I. V. Krylov*², *A. Lang*²

¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences (KIAM RAS)

² Bauman Moscow State Technical University (BMSTU)

The paper presents a review of the authors' works on the trajectories of the spacecraft mission to the asteroid Apophis; the flight includes the staying near Apophis and the following return to Earth. Two groups of the trajectories are considered. The first group consists of the space trajectories obtained with the use of the combined jet engines with high and low thrust. The space trajectories obtained with the usual high thrust engines form the second group. The energy-optimal trajectories and their characteristics are determined; in particular, the initial and final times of the mission and the final and payload masses for the flight in 2019-2022 are found. It is shown that the use of the electric-jet low thrust engine allows substantially improving the mission characteristics. In addition, the results of the analysis of the orbital motion around the asteroid are demonstrated.

Keywords: Near-Earth Asteroid, Asteroid Apophis, Mission to the Asteroid, Optimal Trajectory for Flight to Asteroid, Spacecraft Motion around Asteroid.

Ivashkin Vyacheslav Vasilievich — chief scientist, doctor of sciences in physics and mathematics, professor, ivashkin@keldysh.ru

Krylov Igor Valerievich — leading computer researcher, candidate of sciences in technology, krylov_i_v@mail.ru

Lang Anqi — PhD student, seatu_angel@126.com

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОРБИТ НИЗКОЛЕТАЮЩИХ СПУТНИКОВ

А. И. Назаренко

Научно-технологический центр «КОСМОНИТ» Открытого акционерного общества «Российская корпорация ракетно-космического приборостроения и информационных систем»

Излагается методика определения и прогнозирования орбит низколетящих спутников, основанная на модификации метода максимального правдоподобия. Обоснование этой методики впервые было опубликовано в 1973 г. в сборнике «Прикладные задачи космической баллистики», подготовленном под руководством П. Е. Эльясберга [Назаренко, Маркова, 1973]. Имеющийся уровень погрешностей определения и прогнозирования орбит низкоорбитальных спутников обусловлен непредсказуемыми вариациями торможения на интервале обработки данных измерений и при прогнозе, а также невозможностью корректного учёта этих вариаций в методе наименьших квадратов. Изложены основы усовершенствованной методики, характерной особенностью которой является учёт статистических характеристик атмосферных возмущений на интервале обработки измерений и при прогнозировании движения. Представлен пример её применения для определения и прогнозирования орбиты КА «Чибис».

Ключевые слова: элементы орбит, случайные возмущения, измерения, уточнение и прогнозирование орбит, плотность атмосферы, баллистический коэффициент, метод наименьших квадратов, оптимальная фильтрация измерений, погрешности.

ВВЕДЕНИЕ

В течение нескольких последних десятилетий точность прогнозирования движения низколетящих спутников остаётся неизменной. А именно, среднеквадратическое отклонение (СКО) погрешностей прогноза составляет ~10 % от величины атмосферных возмущений. Факт, что точность улучшить не удастся, объясняется двумя причинами.

Во-первых, все модели атмосферы построены на основе измерительной информации, накопленной на большом предшествующем интервале времени. Поэтому по содержанию они являются моделями климата. Очевидно, что погода (и в нижней, и в верхней атмосфере) не совпадает с данными климата.

Во-вторых, аэродинамические характеристики большинства спутников очень разные по величине и меняются во времени непредвиденным образом.

Имеется несколько прикладных задач, для которых повышение точности прогноза движения спутников актуально: определение времени и места падения спутников, предсказание их взаимных столкновений, каталогизация мелкого космического мусора, навигация и др. Обязательным требованием для минимизации погрешностей прогноза является *использование той же*

модели движения спутников, которая применялась в процессе определения начальных условий (НУ) по данным измерений. В большинстве случаев это условие не выполняется, так как задачи прогноза и определения НУ решаются в разных организациях. Для выполнения упомянутого условия некоторые специалисты разработали собственные методики и программы для уточнения НУ по доступным измерениям, в качестве которых обычно используются данные Командования воздушно-космической обороны Северной Америки (англ. North American Aerospace Defense Command, NORAD) NORAD в форме так называемых двухрядных элементов (Two-Line Element set, TLE).

Для определения (уточнения) НУ по данным измерений традиционно используется метод наименьших квадратов (МНК) (Least Square Technique). Этот метод разработан 200 лет назад, когда искусственных спутников ещё не было. Характерной особенностью движения околоземных искусственных спутников Земли (ИСЗ) является существенное влияние возмущающих факторов, оценка которых не поддаётся математическому описанию с необходимой точностью. Типичный пример такого рода возмущений — торможение в атмосфере, величина которого пропорциональна произведению реального баллистического коэффициента на плотность атмосферы. Основная трудность учёта этих факторов при прогнозе заключается в их непредсказуемом изменении во времени. При использовании МНК влияние возмущающих факторов проявляется в необходимости выбора оптимального, так называемого мерного интервала, т.е. временного интервала, в котором осуществляются измерения. Зависимость погрешностей оценок с использованием МНК от величины мерного интервала схематично представлена на рис. 1. Исследования показали, что значение оптимума зависит не только от величины торможения, но и от точности измерений и их количества. На практике обычно этот интервал определяется из опыта и задаётся постоянным для конкретных типов спутников.

Таким образом, имеющийся уровень погрешностей определения и прогнозирования орбит околоземных искусственных спутников Земли обусловлен непредсказуемыми вариациями торможения на интервале обработки данных измерений и при прогнозе движения, а также невозможностью корректного учёта этих вариаций в методе наименьших квадратов.

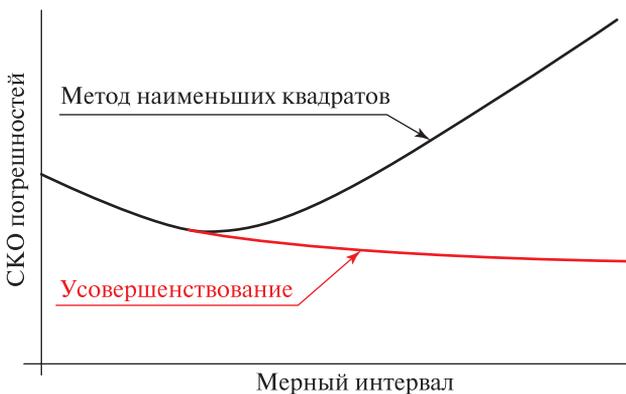


Рис. 1. Зависимость точности оценок МНК от мерного интервала

1. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ И ПРОГНОЗА ДВИЖЕНИЯ

Основы усовершенствованной методики опубликованы автором почти 40 лет назад [Назарено, Маркова, 1973]. В 1970-х гг. эта методика была реализована в российском Центре контроля космического пространства для определения и прогнозирования орбит низколетящих спутников [Nazarenko, 1991]. В дальнейшем эта методика была усовершенствована [Nazarenko, 1998, 2007, 2008, 2009]. Характерной особенностью развитой методики стал учёт статистических характеристик атмосферных возмущений на интервале обработки данных измерений и при прогнозировании движения. Результаты изучения атмосферных возмущений опубликованы в ряде статей, например, [Yurasov, 2004].

Расчёт статистических характеристик атмосферных возмущений при прогнозировании движения реализован в виде специального программного модуля. Принимается, что автокорреляционная функция атмосферных возмущений имеет вид

$$K_q(t, \tau)_0 = \begin{cases} \sigma_q^2 \left(1 - \frac{|t - \tau|}{\Delta} \right) & \text{при } |t - \tau| < \Delta, \\ 0 & \text{при } |t - \tau| \geq \Delta. \end{cases} \quad (1)$$

Исходными данными для применения этой корреляционной функции являются: ΔT — изменение периода под действием торможения в атмосфере за виток, которое рассчитывается на основе численного интегрирования при среднем значении баллистического коэффициента; k_{atm} — СКО (среднеквадратическое отклонение) случайных атмосферных возмущений по отношению к их среднему значению; Δ — интервал корреляции атмосферных возмущений.

Первые две величины используются для вычисления СКО вариаций атмосферного торможения по формуле

$$\sigma_q = k_{atm} |\Delta T|. \quad (2)$$

Вычисление матриц взаимной корреляции погрешностей прогнозирования вектора состояния на моменты времени t_i и t_l выполняется по формуле

$$M[\delta x(t_i) \delta x^T(t_l)] = K_x(t_i, t_l) = U(t_i, t_k) K_x(t_k, t_k) U^T(t_l, t_k) + Q_{il}^{(k)}, \quad (3)$$

где

$$Q_{il}^{(k)} = \int_{t_j}^{t_i} \int_{t_j}^{t_l} U(t_i, \xi) B(\xi) K_q(\xi, \eta) B^T(\eta) U^T(t_l, \eta) d\eta d\xi. \quad (4)$$

Здесь $U(t_i, \xi)$ — так называемая переходная матрица размером (6×6) ; $B(\xi)$ — матрица коэффициентов при атмосферном торможении в дифференциальных уравнениях возмущённого движения.

Учёт атмосферных возмущений при уточнении орбит проявляется в существенно ином (по сравнению с МНК) поведении остаточных невязок между измеренными и уточнёнными параметрами орбиты на мерном интервале

(табл. 1). Пример относится к обработке TLE (англ. two-line element set, двухстрочный набор элементов) по ракете, которая отделилась от космического аппарата (КА) «Фобос-Грунт» при запуске [Назаренко, 2012].

Таблица 1. СКО остаточных временных невязок по времени [с] при использовании МНК и нового метода оптимальной фильтрации измерений (ОФИ)

Метод	Номера измерений на мерном интервале						
	$k-6$	$k-5$	$k-4$	$k-3$	$k-2$	$k-1$	k
МНК	–	–	0,315	0,712	0,669	0,789	0,394
ОФИ	18,749	14,785	11,460	7,799	5,534	1,751	0,081

Из табл. 1 видно, что при использовании метода ОФИ остаточные невязки очень сильно меняются на мерном интервале. Основной эффект применения метода ОФИ заключается в повышении точности определения орбиты в последней точке мерного интервала, т. е. в момент получения НУ для прогноза. В данном случае снижение уровня остаточных невязок является почти пятикратным. При этом оценка 0,081 с соответствует ожидаемым погрешностям исходных TLE (порядка 500 м вдоль орбиты). Физический смысл данного эффекта в том, что исходная измерительная информация не «размазывается» равномерно, а концентрируется в окрестности последней точки мерного интервала.

В методе ОФИ задача оценки вектора состояния x ($n \times 1$) по измерениям Z ($k \times 1$) рассматривается в классической постановке. Учитывается возможность существования неких мешающих параметров q ($m \times 1$). В этом случае основное исходное соотношение имеет вид:

$$Z = Xx + Bq + V. \tag{5}$$

Здесь X ($k \times n$) и B ($k \times m$) — известные матрицы; V ($k \times 1$) — вектор ошибок измерений, которые принимаются равноточными и статистически независимыми, т. е.

$$M(VV^T) = \sigma_z^2 E. \tag{6}$$

Корреляционная матрица мешающих параметров $M(qq^T) = \sigma_q^2 K_q$ принимается известной. Она строится с учётом корреляции атмосферных возмущений и используется для «взвешивания» измерений без расширения вектора состояния. Влияние мешающих параметров учитывается путём их объединения с ошибками измерений ($V_\Sigma = Bq + V$) и затем применяется метод максимального правдоподобия (ММП). В этом случае искомая оценка выражается следующим образом:

$$\hat{x} = (X^T P X)^{-1} X^T P Z, \tag{7}$$

где

$$P = \left(\frac{\sigma_q^2}{\sigma_z^2} B K_q B^T + E \right)^{-1} = \left(S_n^2 B K_q B^T + E \right)^{-1}. \tag{8}$$

Здесь параметр S_n можно трактовать как отношение сигнал/шум. Оценка (7) обеспечивает минимум критерия

$$(Z - X\hat{x})^T P(Z - X\hat{x}). \quad (9)$$

Особенностью оценки (7) является то, что она пригодна для любых моментов времени, в том числе и для прогноза. Значение мешающих параметров (шумов) вычисляется *после* построения оценки (7) на основе остаточных невязок с использованием соотношения вида

$$\hat{q} = F(Z - X\hat{x}), \quad (10)$$

где F — некоторая матрица.

Другой особенностью метода ОФИ является необходимость обращения матрицы (8) размером $(k \times k)$. При современных характеристиках вычислительной техники эта операция вполне реализуема.

Сравнительные характеристики метода ОФИ в достаточно общем виде опубликованы в работах [Nazarenko, 2009, 2010]. Рассмотрены три подхода к оценке вектора состояния, отличающихся способом учёта мешающих параметров (например, торможения в атмосфере):

1. *Без учёта мешающих параметров.* В процессе оценки вектора состояния влияние мешающих параметров не учитывается.
2. *Параметризация.* Вектор мешающих параметров вводится в состав *расширенного* вектора состояния и затем применяется МНК.
3. *Без параметризации (оптимальная фильтрация измерений).*

В результате проведённого анализа установлены сравнительные соотношения между погрешностями оценок вектора состояния при использовании различных методов уточнения начальных условий по измерениям. Результаты анализа представлены на рис. 2 [Клименко, Назаренко, 2011].

Из данных рис. 2 видно, что при любом уровне возмущений *наилучшую точность обеспечивает метод оптимальной фильтрации измерений.*

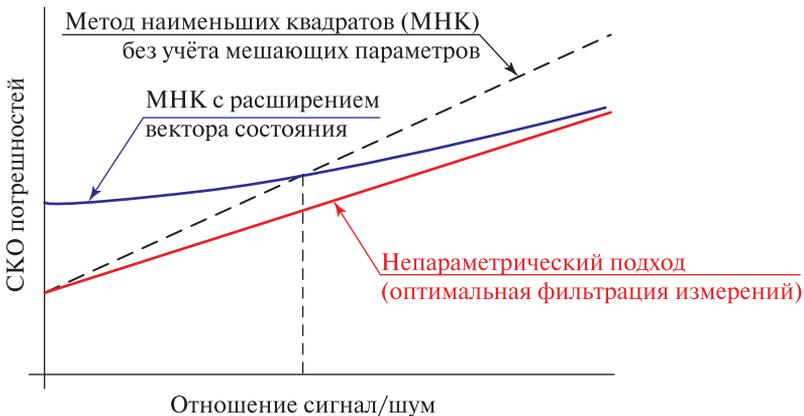


Рис. 2. Зависимость погрешностей от уровня шумов при применении различных методов обработки измерений

Целесообразность применения МНК без расширения или с расширением вектора состояния зависит от уровня возмущений. Существует уровень малых возмущений, при котором более выгодно применять МНК без расширения вектора состояния. Однако и в этом случае погрешности больше, чем при использовании оптимальной фильтрации измерений (непараметрического подхода). Непараметрический подход является перспективным направлением повышения точности определения и прогнозирования орбит; в процессе его применения необходимо учитывать статистические характеристики случайных возмущений.

На основе метода ОФИ была разработана компьютерная программа для определения НУ по исходным TLE и прогнозирования движения низколетящих спутников. Вектор состояния включает проекции радиус-вектора R на оси инерциальной геоцентрической системы координат, соответствующие компоненты вектора скорости V в заданный момент времени t и оценку баллистического коэффициента S_b .

Технология применения метода ОФИ состоит из следующих операций.

1. Регулярное скачивание исходных TLE с сайта <http://www.space-track.org>.
2. Пересчёт TLE в оценки (t, R, V) с помощью специальной программы, основанной на Американской модели движения SGP4. Результаты записываются в соответствующий выходной файл этой программы.
3. Обработка оценок (t, R, V) с помощью метода оптимальной фильтрации измерений. Мерный интервал выбирается в зависимости от величины торможения и количества измерений. «Взвешивание» измерений производится с учётом атмосферных шумов. Используется численный прогноз с учётом динамической модели атмосферы и зональных гармоник до 8-го порядка.
4. Прогнозирование движения на заданный момент времени. Используется тот же прогноз.

Уточнение начальных условий и прогноз движения выполняются достаточно быстро — в большинстве случаев менее чем за 10 с. Данная программа оптимальной фильтрации измерений испытывалась на модели и по реальной информации, относящейся к спутникам с разной высотой орбиты. Соответствующие материалы представлены на нашем сайте <http://www.satmotion.ru/> в разделе «Модели движения спутников».

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА «ЧИБИС»

Как пример рассмотрим результаты применения методов ОФИ и МНК для определения и прогнозирования орбиты КА «Чибис». В качестве измерений использовались все TLE (www.space-track.org) за 2014 г. (470 наборов, последний из которых относится к 4 июня). Число измерений на мерном интервале принималось равным 11 для ОФИ и 7 для МНК. По результатам каждого уточнения выполнялся прогноз на 5 будущих измерений и вычислялись погрешности прогноза.

На рис. 3 представлены данные об индексах солнечной геомагнитной активности на рассмотренном интервале времени (www.swpc.noaa), а на рис. 4 — все полученные оценки баллистического коэффициента, «привязанные» к концу мерного интервала (458 оценок).

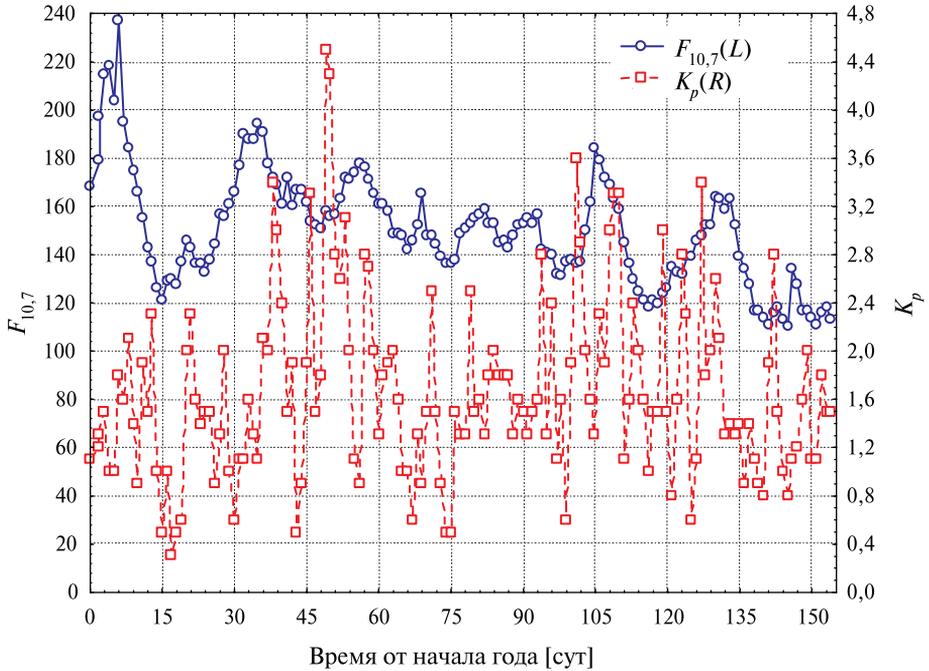


Рис. 3. Значения индексов $F_{10,7}$ и K_p

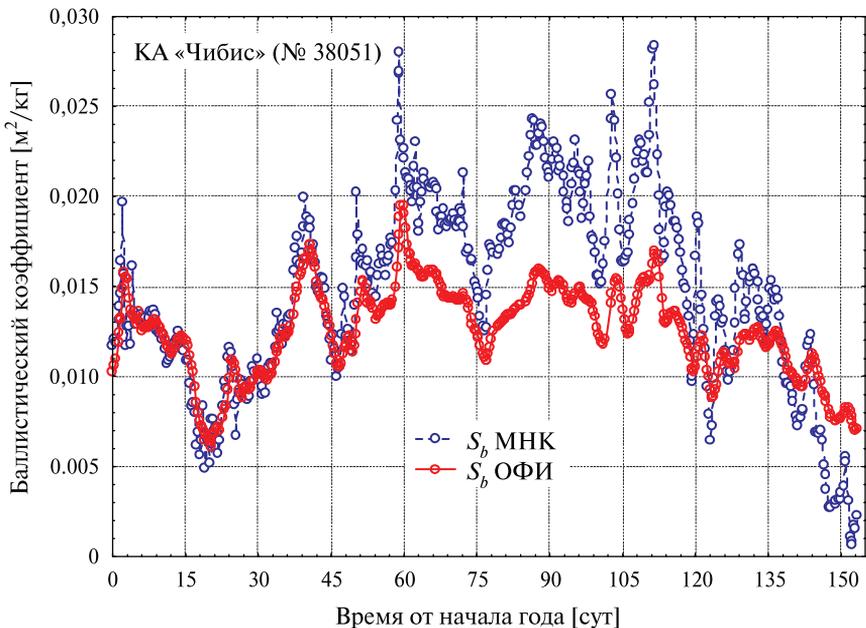


Рис. 4. Оценки баллистического коэффициента

Из данных о геофизической обстановке видно, что на фоне чётко выраженных месячных вариаций наблюдалось медленное снижение уровня солнечной активности. Максимум был достигнут в январе (240 единиц), а минимум — в мае (110 единиц). Геомагнитная обстановка была беспокойной. Ежемесячно происходило 3-4 бури средней интенсивности.

Из данных рис. 4 видно следующее:

- оценки баллистического коэффициента изменяются, в основном, в соответствии с вариациями индексов солнечной и геомагнитной активности;
- для метода ОФИ и МНК средние значения S_b составили 0,0126 и 0,0148 м²/кг, соответственно;
- для метода ОФИ и МНК СКО отклонений оценок S_b от среднего составили 0,0026 и 0,0054 м²/кг (20 и 36 %), соответственно.

Таким образом, чётко видно, что оценки метода ОФИ являются более стабильными по сравнению с оценками, полученными с использованием МНК.

При анализе полученных результатов полезно рассмотреть СКО остаточных временных невязок между измерениями и оценками вектора состояния (табл. 2).

Таблица 2. СКО остаточных временных невязок по времени [с] при использовании МНК и метода ОФИ, КА «Чибис»

Метод	Номера измерений на мерном интервале										
	<i>k</i> -10	<i>k</i> -9	<i>k</i> -8	<i>k</i> -7	<i>k</i> -6	<i>k</i> -5	<i>k</i> -4	<i>k</i> -3	<i>k</i> -2	<i>k</i> -1	<i>k</i>
МНК	—	—	—	—	0,640	0,193	0,405	0,517	0,411	0,201	0,633
ОФИ	2,129	1,986	1,823	1,626	1,387	1,126	0,841	0,564	0,305	0,141	0,035

Из данных табл. 2 видно, что при использовании метода ОФИ остаточные невязки очень сильно меняются на мерном интервале. Основной эффект применения метода ОФИ заключается в повышении точности определения орбиты в последней точке мерного интервала, т.е. в момент получения НУ для прогноза. В данном случае снижение уровня остаточных невязок по сравнению с МНК является 18-кратным. При этом оценка 0,035 с соответствует ожидаемым погрешностям исходных TLE (порядка 200 м вдоль орбиты). Как отмечалось выше, физический смысл данного эффекта заключается в том, что исходная измерительная информация не «размазывается» равномерно, а концентрируется в окрестности последней точки мерного интервала.

Применённый здесь мерный интервал для МНК близок к оптимальному. При его увеличении СКО невязок на мерном интервале будут расти вследствие влияния вариаций торможения. А при его уменьшении они будут расти вследствие возрастания роли погрешностей измерений.

Определённый интерес представляет сравнение оценок S_b метода ОФИ с соответствующими оценками TLE. В описании модели SGP4 [Hoots, Roehrich, 1980] они обозначены как *Bstar* и применяются при прогнозе движения с использованием некоей упрощённой статической модели атмосферы

ры. Это означает, что оценки $Bstar$ согласованы с данной упрощённой моделью и не приспособлены к применению с другими моделями атмосферы. Тем не менее, как показано ниже (рис. 5), эволюция этих оценок представляет интерес.

Хотя оценки S_b и $Bstar$ отличаются на порядок (по-видимому, они имеют разную размерность), их вариации похожи: моменты времени максимумов и минимумов практически совпадают. В то же время видно, что имеются случаи аномальных оценок $Bstar$. Нормированные СКО от среднего равны: 20 % для S_b и 30 % для $Bstar$. Таким образом, из приведённых выше материалов сравнения можно сделать вывод, что применение метода ОФИ обеспечивает получение более корректных оценок баллистического коэффициента по сравнению с данными TLE и результатами применения МНК.

Рассмотрим оценки погрешностей прогноза движения КА при использовании НУ, полученных с применением двух рассмотренных методов, а также с непосредственным применением TLE и модели SGP4. Оценки среднеквадратических погрешностей прогноза по времени представлены в табл. 3.

Таблица 3. Среднеквадратические погрешности [с] в зависимости от интервала прогноза

Метод	Интервал прогноза, сут				
	0...0,25	0,25...0,75	0,75...1,25	1,25...1,75	1,75...2,25
ОФИ	0,035	0,350	0,770	1,41	2,12
TLE	0,063	0,363	0,750	1,49	2,41
МНК	0,633	0,724	0,922	1,70	3,15

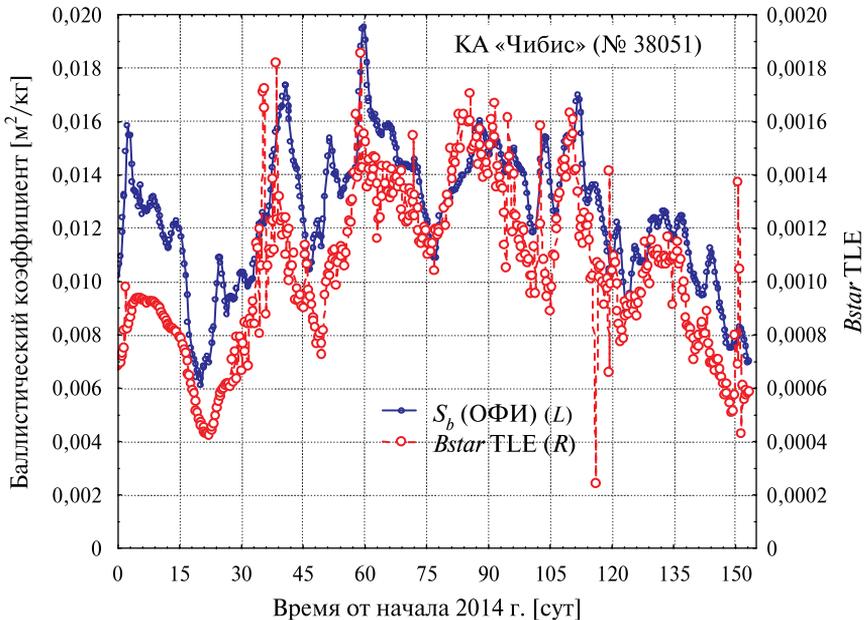
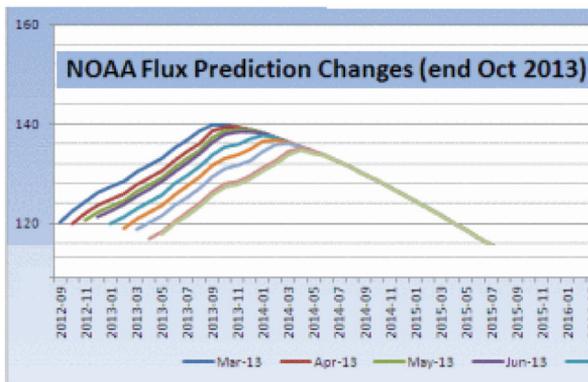


Рис. 5. Сравнение оценок S_b метода ОФИ и оценок $Bstar$

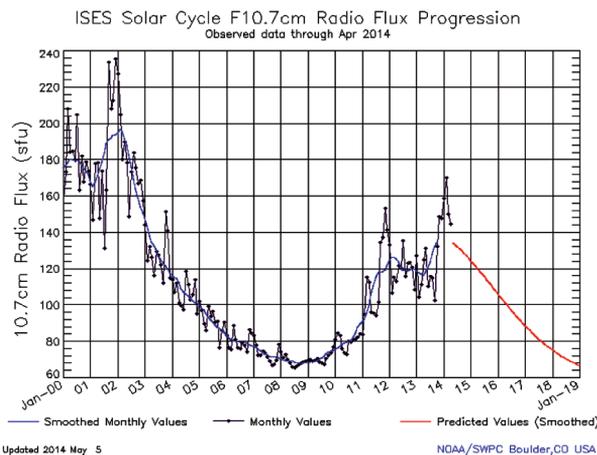
Из сравнения результатов применения метода ОФИ с другими методами видно следующее:

- по сравнению с непосредственным использованием TLE в качестве начальных условий существенное повышение точности достигается при малых интервалах прогноза (до 0,25 сут); хотя интервалы прогноза более 2,5 сут здесь не рассмотрены, следует ожидать, что и в этих условиях преимущества метода ОФИ будут значительными;
- по сравнению с МНК существенное повышение точности достигается при разных интервалах прогноза, но особенно большим оно является при краткосрочных прогнозах; более высокий уровень погрешностей результатов применения МНК объясняется в данном случае малым количеством исходных измерений на мерном интервале.

Таким образом, эффект применения метода ОФИ является следствием повышения точности вектора состояния в последней точке мерного интервала (см. табл. 2), а также более корректного определения текущих характеристик торможения спутника (см. рис. 4).



а



б

Рис. 6. Индексы солнечной активности, измерения и прогноз

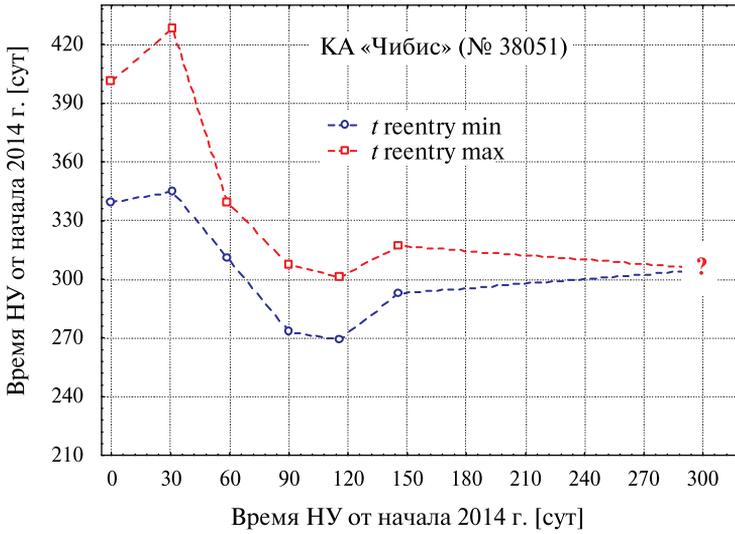


Рис. 7. Прогноз времени существования при различных НУ

В заключение рассмотрим результаты предсказания возможного времени прекращения существования КА «Чибис» вследствие его снижения до плотных слоёв атмосферы. По результатам уточнения параметров орбиты с использованием метода ОФИ расчёты проводились ~1 раз в месяц.

При такого рода расчётах важную роль играют прогнозные оценки среднего уровня солнечной активности. По данным NOAA (www.swpc.noaa.gov, рис. 6а) снижение уровня ожидалось уже в конце 2013 г. Однако этот прогноз не оправдался. В январе 2014 г. был достигнут максимум индекса $F_{10,7}$ (240 единиц). Снижение началось только в марте (см. рис. 6а).

На рис. 6б представлены прогнозные оценки солнечной активности. Они использовались при определении времени существования КА «Чибис» по НУ за май 2014 г. Все результаты прогноза представлены на рис. 7.

Из данных рис. 7 и 3 видно, что оценки времени существования находятся в противофазе с колебаниями индекса $F_{10,7}$. Существенное приближение расчётного времени падения по НУ за март и апрель объясняется непредвиденным увеличением солнечной активности в марте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

История разработки изложенного выше метода связана с именем П. Е. Эльсберга. Более 40 лет назад основные положения метода впервые были доложены и обсуждены на его семинарах в Институте космических исследований и Московском государственном университете. В 1973 г. П. Е. опубликовал большую статью на эту тему в сборнике «Прикладные задачи космической баллистики».

Последующее развитие метода применительно к учёту атмосферных возмущений, его испытания по модельной и реальной информации подтвердили реальную возможность существенного повышения точности определения и прогнозирования орбит низколетящих спутников.

Содержание рассматриваемого метода, учитывающего взаимосвязь результатов уточнения и прогнозирования параметров орбиты, позволяет расширить область его применения, а именно, использовать для прогнозирования движения более высоколетящих спутников (например, типа глобальной навигационной спутниковой системы (ГЛОНАСС) и стационарных).

ЛИТЕРАТУРА

- [Клименко, Назаренко, 2011] *Клименко А. Г., Назаренко А. И.* Способ определения и прогнозирования движения космического аппарата на низких орбитах, подверженного влиянию торможения в атмосфере. ОАО «Российские космические системы». Патент на изобретение № 2463223, Российская Федерация. Заявка № 2011112179, приоритет изобретения 30.03.2011.
- [Назаренко, 2010] *Назаренко А. И.* Погрешности прогнозирования движения спутников в гравитационном поле Земли. М.: ИКИ РАН, 2010.
- [Назаренко, 2012] *Назаренко А. И.* Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит космических аппаратов // Вестник / Научно-технический журнал ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина. 2012. № 2. С. 38–43.
- [Назаренко, Маркова, 1973] *Назаренко А. И., Маркова Л. Г.* Методы определения и прогнозирования орбит при наличии погрешностей в математическом описании движения // Прикладные задачи космической баллистики. М.: Наука, 1973. С. 36–67.
- [Hoots, Roehrich, 1980] *Hoots F. R., Roehrich R. L.* Models for Propagation of NORAD Element Sets: Spacetrack Report N. 3. Aerospace Defense Command, United States Air Force, December 1980.
- [Nazarenko, 1991] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Satellite Motion at the End of the Lifetime // International Workshop on Salyut-7/Kosmos-1686 Reentry, ESOC, Darmstadt (G), 9 April 1991.
- [Nazarenko, 1998] *Nazarenko A. I.* Determination and Prediction of Orbits with Due Account of Disturbances as a “Color” Noise // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, CA, February 1998. AAS 98-191.
- [Nazarenko, 2007] *Nazarenko A. I.* Accuracy of Determination and Prediction Orbits in LEO // Estimation Errors Depending on Accuracy and Amount of Measurements: 7th US/Russian Space Surveillance Workshop. Monterey, October-November 2007.
- [Nazarenko, 2008] *Nazarenko A. I.* Accuracy of Orbit Determination and Prediction for SOs in LEO. Dependence of estimate errors from accuracy and number of measurements // 26th Meeting of the Inter-Agency Space Debris Coordination Committee (IADC). Moscow, 2008.
- [Nazarenko, 2009] *Nazarenko A. I.* Increasing the accuracy of orbit forecasting on the basis of improvement of statistical methods for processing measurements // 5th European Conference on Space Debris (ESA SP-672), 2009.
- [Yurasov et al., 2004] *Yurasov V. S., Nazarenko A. I., Cefola P. J., Alfriend K. T.* Results and Issues of Atmospheric Density Correction // J. Astronautical Society. 2004. V. 52. N. 3.

DETERMINATION AND PREDICTION OF LOW ORBITS

A. I. Nazarenko

Scientifically-technological Centre KOSMONIT of Open joint-stock company
The Russian corporation of space-rocket instrument making and information systems

This paper discusses the methods of the determination and the prediction of low orbits based on the modified maximum likelihood method. The justification of this approach first appeared in the Proceedings of the Seminar “Applied problems of space ballistics” (M. Nauka, 1973), edited by P. E. Eliasberg.

In the survey section we show that the available level of errors in the determination and the prediction of low orbits is caused by unpredictable variations of the atmospheric drag in the intervals of measurement as well as by the impossibility of the correct account of these variations in the least squares technique.

Then we demonstrate the advanced techniques taking into account statistical characteristics of the atmospheric drag in the intervals of measurement and in the motion prediction. An example of the application to the determination and the prediction of the spacecraft Chibis orbit is presented.

Keywords: orbital elements, random perturbations, measurement, orbit determination and prediction, atmospheric density, ballistic coefficient, least squares techniques, optimal filtration, errors.

Nazarenko Andrey Ivanovich — chief researcher, doctor of technical sciences, professor, anazarenko32@mail.ru

ЕДИНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕКОВОЙ ЧАСТИ ВОЗМУЩАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ВЗАИМНОГО ПРИТЯЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

М. А. Вашковьяк¹, С. Н. Вашковьяк², Н. В. Емельянов^{2,3}

¹ Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН)

² Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (ГАИШ МГУ)

³ Парижская обсерватория. Институт небесной механики и вычисления эфемерид (L'institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides — IMCCE)

Дан краткий обзор работ, выполненных авторами и посвящённых одной из традиционных задач небесной механики — разложению возмущающей функции взаимного притяжения небесных тел (планет или их спутников). В этих работах предложено специальное представление её вековой части с точностью до четвёртых степеней эксцентриситетов и синусов взаимных наклонов орбит. В отличие от известных, оно имеет единую аналитическую форму для любого отношения между большими полуосями орбит возмущаемого и возмущающего тел.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 12-02-00294-а).

Ключевые слова: взаимное притяжение планет (спутников), вековые возмущения.

Целью выполненного цикла работ явилось получение единого представления вековой части возмущающей функции, не зависящего от того, какой орбитой является орбита возмущающего тела по отношению к орбите возмущаемого — внутренней или внешней. Вместо традиционно используемых рядов по степеням отношений больших полуосей орбит i -го и j -го тел

$$\alpha_{ij} = \frac{a_i}{a_j},$$

которые могут быть как меньше, так и больше единицы, построены степенные ряды относительно «единых» параметров

$$\xi_{ij} = \left(\frac{2a_i a_j}{a_i^2 + a_j^2} \right)^2 < 1 \quad \text{и} \quad \eta_{ij} = 1 - \xi_{ij} = \left(\frac{a_i^2 - a_j^2}{a_i^2 + a_j^2} \right)^2 < 1.$$

При этом использованы гипергеометрические функции Гаусса и их асимптотики при $\alpha_{ij} \rightarrow 0$ и при $\alpha_{ij} \rightarrow 1$ (с особенностями, обусловленными возможной близостью орбит любой пары тел).

Рассматривалась система, состоящая из произвольного числа J взаимно гравитирующих тел с массами m_j ($j = 1, 2, 3, \dots, J$), обращающихся вокруг центральной планеты массы $m_0 \gg m_j$ вблизи её экваториальной плоскости по почти круговым орбитам. Мы использовали предположения о том, что эксцентриситеты всех орбит и синусы их экваториальных наклонов малы,

Вашковьяк Михаил Александрович — ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук, vashkov@keldysh.ru

Вашковьяк Софья Николаевна — старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, vashkov@sai.msu.ru

Емельянов Николай Владимирович — заведующий отделом, доктор физико-математических наук, emelia@sai.msu.ru

а средние движения тел $n_j = \sqrt{f(m_0 + m_j)} / \sqrt{a_j^3}$, где f — гравитационная постоянная, не соизмеримы. Кроме малости эксцентриситетов и взаимных наклонов орбит, мы предполагали и отсутствие их взаимных пересечений даже в проекции на основную координатную плоскость, т. е.

$$r_\alpha^{\text{внутр}} = a_i(1 + e_i) < a_j(1 - e_j) = r_\pi^{\text{внешн}}.$$

Здесь для определённости принято, что индекс i означает номер внутреннего (возмущаемого) тела, а индекс j — номер внешнего (возмущающего). Естественно, в силу симметрии параметров ξ_{ij} и η_{ij} относительно больших полуосей, индексы i, j взаимозаменяемы.

Если в системе J взаимно притягивающих тел выделить тело с номером i , возмущаемое притяжением $J - 1$ возмущающих тел, то возмущающая функция для этого тела определяется формулой

$$R_i = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^J R_{ij}, \quad R_{ij} = \mu_j \left[\frac{1}{\Delta_{ij}} - \frac{\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_j}{r_j^3} \right],$$

где $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j$ — планетоцентрические радиус-векторы i -го и j -го тел, соответственно; $r_j = |\mathbf{r}_j|$, $\Delta_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$, $\mu_j = fm_j$.

Вековая часть возмущающей функции R_i — это результат её независимого двукратного осреднения по схеме Гаусса

$$W_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_i(M_i) dM_i, \quad V_i(M_i) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^J \mu_j \int_0^{2\pi} \frac{dM_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|},$$

где M_i, M_j — средние аномалии возмущаемого и возмущающего тел, соответственно.

Функция $V_i(M_i)$ представляет собой полную возмущающую функцию R_i , осреднённую по M_j , или силовую функцию системы материальных гауссовых колец, моделирующих притяжение возмущающих тел. Для её аналитического нахождения нами использованы гипергеометрические функции Гаусса, а соответствующий вычислительный алгоритм описан в статье [Вашковьяк, Вашковьяк, 2012]. Как следует из теории, гипергеометрические функции $F(a, b; c; z)$, у которых параметр $c = a + b$, могут быть представлены двумя различными функциональными рядами

$$F(a, b; c = a + b; \xi_{ij}) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{(a+b)_n} \cdot \frac{\xi_{ij}^n}{n!},$$

$$F(a, b; c = a + b; \xi_{ij}) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{(n!)^2} \cdot \left[\frac{2\psi(n+1) - \psi(n+a) - \psi(n+b) - \ln(1 - \xi_{ij})}{n!} \right] (1 - \xi_{ij})^n,$$

в которых

$$(a)_0 = 1, \quad (a)_n = a(a+1)(a+2) \cdots (a+n-1),$$

$$\psi(\xi_{ij}) = \frac{d[\ln \Gamma(\xi_{ij})]}{d\xi_{ij}}, \quad \Gamma(\xi_{ij}) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\xi_{ij}-1} dt.$$

Достаточно громоздкие вычисления функции W_i , связанные с осреднением функции V_i по M_i , проведены с применением специализированной программы аналитических преобразований MAPLE. В работах [Вашковьяк и др., 2012, 2013а] соответствующий алгоритм описан с использованием первого ряда, более предпочтительного, когда $\xi_{ij} < 1/2$, а в работах [Вашковьяк и др., 2013б, в) — с использованием второго ряда, когда $\xi_{ij} > 1/2$. Выбор одного из двух вычислительных вариантов обуславливается конкретной системой притягивающих тел. Первый из них применим для орбит с отношением больших полуосей α_{ij} , не слишком близких к единице, в частности, для орбит главных спутников Урана. Второй вариант наиболее пригоден для орбит с большими полуосями, сравнимыми по величине, в частности, таких как орбиты экзопланет в системе Кеплер-36.

Итогом вычисления вышеприведённых квадратур является выражение, представляющее собой частичную сумму ряда по степеням малых эксцентриситетов и синусов наклонений спутниковых (планетных) орбит с точностью до четвёртой степени включительно относительно указанных малых параметров. Оно даёт возможность построения решения нелинейной вековой системы дифференциальных уравнений в уточнённой модели орбитальной эволюции.

В самом общем виде функция W_i определяется формулой

$$W_i = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^J \frac{\mu_j}{\sqrt{a_i^2 + a_j^2}} \sum_l P_l^{(ij)}(a_i, a_j) Q_l^{(ij)}(\mathcal{E}_i, \mathcal{E}_j),$$

в которой функции P зависят лишь от больших полуосей орбит возмущаемого и возмущающего тел, а функции Q — от остальных «медленных» элементов этих орбит — $\mathcal{E}_i, \mathcal{E}_j$ (кроме средних аномалий). Для вычисления функций P в обоих вариантах используются степенные ряды вида

$$C_{ij}^{(p)} = \sum_{n=0}^{\infty} n^p B_n \xi_{ij}^n, \quad D_{ij}^{(p)} = \sum_{n=0}^{\infty} n^p B_n (1 - \xi_{ij})^n, \quad E_{ij}^{(p)} = \sum_{n=0}^{\infty} n^p G_n (1 - \xi_{ij})^n,$$

в которых n и p — целые числа, а постоянные коэффициенты B_n, G_n определяются с помощью рекуррентных формул

$$B_n = \left(1 - \frac{1}{n} + \frac{3}{16n^2} \right) B_{n-1}, \quad n > 0, \quad B_0 = 1,$$

$$G_n = \left(1 - \frac{1}{n} + \frac{3}{16n^2} \right) G_{n-1} + \left(\frac{3}{8n^3} - \frac{1}{n^2} \right) B_{n-1}, \quad n > 0, \quad G_0 = 6 \ln 2.$$

Функции $C_{ij}^{(p)}, D_{ij}^{(p)}, E_{ij}^{(p)}$ играют роль известных коэффициентов Лапласа в классических разложениях возмущающей функции. В случае использования рядов по степеням $1 - \xi_{ij}$ в формулах появляются слагаемые вида $(1 - \xi_{ij})^{-1}, (1 - \xi_{ij})^{-2}, \ln(1 - \xi_{ij})^{-1}$, связанные с особенностями функции W_i при $\alpha_i \rightarrow \alpha_j$.

Комбинированное использование построенных степенных рядов, кроме единства представления вековой части возмущающей функции, обеспечивает её экономное вычисление в смысле конечного числа учитываемых членов.

Для проверки и подтверждения правильности полученных результатов проведено сопоставление формул, полученных в наших работах, и одного из известных разложений вековой части возмущающей функции.

Подробное изложение исследований, описанных в настоящей статье, содержится в работах, представленных в списке литературы.

ЛИТЕРАТУРА

- [Вашковьяк, Вашковьяк, 2012] *Вашковьяк М. А., Вашковьяк С. Н.* Силовая функция слабоэллиптического гауссова кольца и её обобщение на почти компланарную систему колец // *Астрономич. вестн.* 2012. Т. 46. № 1. С. 72–80.
- [Вашковьяк и др., 2012] *Вашковьяк М. А., Вашковьяк С. Н., Емельянов Н. В.* Единое представление вековой части возмущающей функции взаимного притяжения спутников планеты: препринт. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 2012. № 3. 30 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-3>.
- [Вашковьяк и др., 2013а] *Вашковьяк М. А., Вашковьяк С. Н., Емельянов Н. В.* О разложении вековой части возмущающей функции взаимного притяжения в спутниковой системе планеты // *Астрономич. вест.* 2013. Т. 47. № 1. С. 32–39.
- [Вашковьяк и др., 2013б] *Вашковьяк М. А., Вашковьяк С. Н., Емельянов Н. В.* Разложение вековой части возмущающей функции для орбит с большими полуосями, сравнимыми по величине: препринт. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 2013. № 43. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-43>.
- [Вашковьяк и др., 2013в] *Вашковьяк М. А., Вашковьяк С. Н., Емельянов Н. В.* Единое представление вековой части возмущающей функции взаимного притяжения в спутниковой системе планеты // *Астрономич. вестн.* 2013. Т. 47. № 5. С. 448–451.

UNITED REPRESENTATION FOR SECULAR PART OF PERTURBING FUNCTION OF MUTUAL ATTRACTION OF CELESTIAL BODIES

M. A. Vashkovyakov¹, S. N. Vashkovyakov², N. V. Emelyanov^{2,3}

¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences (KIAM RAS)

² Sternberg State Astronomical Institute Lomonosov Moscow State University (SAI MSU)

³ Paris Observatory. Institute of Celestial Mechanics and Ephemerides Calculation (ICMEC)

This report presents a brief review of the authors' works devoted to one of the traditional problem of the celestial mechanics, namely, to the expansion of the perturbing function of the mutual attraction of celestial bodies (the planets or their satellites). In these works the special representation of the secular part of the perturbing function up to the fourth powers of eccentricities and mutual inclinations is proposed. In contrast to the previously developed representations, it has a common form for an arbitrary relation between the semi-major axes of the orbits of the perturbed and perturbing bodies.

Keywords: mutual attraction of the planets (satellites), secular perturbations.

Vashkovyakov Mikhail Alexandrovich — leading scientist, doctor of physical and mathematical sciences, vashkov@keldysh.ru

Vashkovyakov Sophia Nikolaevna — senior staff scientist, PhD, vashkov@sai.msu.ru

Emelyanov Nikolai Vladimirovich — head of department, doctor of physical and mathematical sciences, emelia@sai.msu.ru

О ПРИМЕНЕНИИ КАЧЕСТВЕННЫХ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ВЫБОРА И КОРРЕКЦИИ ОРБИТ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ С УЧЁТОМ ВЕКОВОЙ И ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩИХ ЭВОЛЮЦИИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ВНЕШНИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В. И. Прохоренко

Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

Статья представляет собой обзор работ, выполненных в ИКИ РАН за последние почти полтора десятка лет: речь идёт о качественных методах исследования эволюции и времени баллистического существования орбит спутников планет под влиянием внешних гравитационных возмущений с учётом возмущений, обусловленных гравитационным полем планеты. Эти исследования основываются на разработанной более 50 лет назад М.Л. Лидовым и его учениками качественной теории возмущений спутникового варианта ограниченной пространственной эллиптической задачи трёх тел (задачи Хилла) с учётом полярного сжатия планеты. Учитывая приближённый характер качественной теории возмущений, в работе большое внимание уделяется оценкам границ областей доминирующего влияния каждого из рассматриваемых возмущающих факторов и предусматривается обязательная проверка достоверности получаемых результатов численным интегрированием полной системы дифференциальных уравнений с учётом всех возмущающих факторов. Рассмотренные в работе примеры и практические рекомендации относятся к динамической системе Земля-Луна-Солнце.

Ключевые слова: выбор орбит искусственных спутников, исследование эволюции орбит, применение теории возмущений, качественные методы, внешние гравитационные возмущения, обусловленные влиянием внешних тел, возмущения, обусловленные гравитационным полем планеты, учёт полярного сжатия планеты, вековая и долгопериодическая составляющие эволюции орбит, время баллистического существования, классификация многообразий начальных орбитальных данных, практические рекомендации.

Посвящение

Статья посвящается памяти пионера отечественной баллистики, доктора технических наук, профессора Павла Ефимовича Эльясберга, который с 1968 по 1988 год был руководителем отдела динамики космического полёта в Институте космических исследований АН СССР. В этом отделе мне довелось работать с декабря 1968 года. Именно Павел Ефимович привлёк моё внимание к проблеме времени баллистического существования высокоапогейных орбит спутников Земли.

В 1980 году П. Е. Эльясберг передал мне полученную из Чешского астрономического института картинку (рис. 1), на которой была представлена эволюция геоцентрического перигейного расстояния r_{π} орбит искусственных

спутников Земли (ИСЗ) серии «Прогноз-1–8» (П-1–П-8), запущенных в семидесятые годы прошлого столетия (с 1972 по 1980 г.). Орбиты спутников этой серии имели практически одинаковые начальные значения следующих орбитальных элементов: $a_0 = 100\,000$ км, $\varepsilon_0 = 1 - e_0^2 = 0,126$, $i_{eq0} = 65^\circ$, $\omega_{eq0} = 290^\circ$.

Отличие заключалось лишь в датах и времени старта, которые, при фиксированных координатах точки старта и наклонении орбиты к плоскости земного экватора, определяют значения прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0} орбиты, измеряемого в плоскости земного экватора относительно точки весеннего равноденствия γ .

На рис. 1 по горизонтальной оси показано текущее время (в годах), по вертикальной оси — значение r_π/R геоцентрического перигейного расстояния орбиты, отнесённого к экваториальному радиусу Земли $R = 6378,4$ км. Отметим, что отнесённое к R среднее значение больших полуосей этих орбит $a_0/R = 16,7$.

Увидев на моём лице живой интерес к предмету, П. Е. сказал: «Хотите заняться проблемой Ballistic Lifetime? Учтите, это трудная задача».

К сожалению, заняться этой интересной задачей мне удалось лишь много лет спустя, после успешного завершения многоспутникового проекта ИНТЕРБОЛ, а тогда всё моё внимание отнимала подготовка этого проекта, успешный старт которого состоялся в 1995 году, когда П. Е. уже не было с нами.

Основное содержание настоящей статьи составляет обзор работ, посвящённых решению поставленной задачи и разработке практических рекомендаций по выбору начальных значений орбитальных элементов с учётом вековой эволюции орбит и времени баллистического существования спутников.

Эти исследования основываются на качественной теории возмущений спутникового варианта ограниченной пространственной эллиптической задачи трёх тел (задачи Хилла) с учётом полярного сжатия планеты, разработанной М. Л. Лидовым [Лидов, 1961, 1963; Лидов, Ярская, 1974] и его учениками [Вашковьяк, 1999; Гордеева, 1968].

Основная цель работы заключается в том, чтобы привлечь внимание к проблеме использования качественных методов теории возмущений при решении подобных задач.

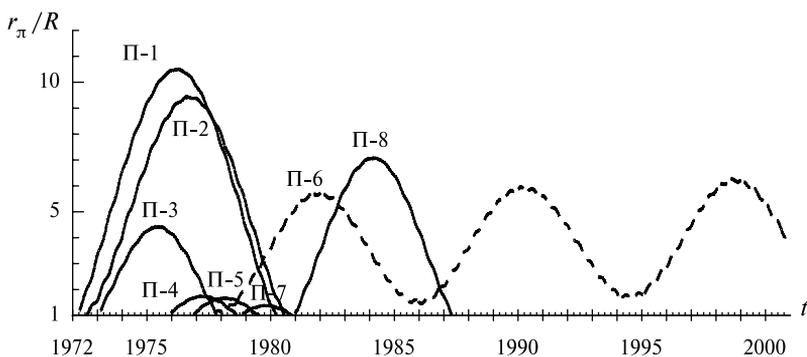


Рис. 1. Эволюция геоцентрического перигейного расстояния орбит ИСЗ серии «Прогноз 1–8»

ВЕКОВАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТ ПОД ВЛИЯНИЕМ ВНЕШНИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Вековую составляющую эволюции орбит описывает двукратно осреднённая возмущающая функция спутникового варианта ограниченной пространственной эллиптической задачи трёх тел (задачи Хилла) с учётом сжатия планеты

$$\bar{W} = A_{1k} \left[\frac{\varepsilon \cos^2 i}{2} + \frac{5}{2}(1-\varepsilon) \left(\frac{2}{5} - \sin^2 \omega \sin^2 i \right) \right] + B_1 \left(\cos^2 i_{eq} - \frac{1}{3} \right) \varepsilon^{-3/2}, \quad (1)$$

где $A_{1k} = \frac{3}{4} \frac{\mu_k a^2}{a_k^3 \varepsilon_k^{3/2}}$, $B_1 = \frac{3}{4} \frac{\mu J_2 r_0^2}{a^3}$.

Соответствующая этой функции система эволюционных уравнений имеет два первых интеграла $a = a_0$, $\bar{W} = c_2$ и в общем случае неинтегрируема.

Обозначения: a , $\varepsilon = 1 - e^2$, ω , i , i_{eq} — Кеплеровы элементы орбиты спутника; a_k , ε_k — элементы орбиты возмущающего тела; μ и μ_k — произведения гравитационной постоянной на массу планеты и массу возмущающего тела, соответственно; r_0 — экваториальный радиус планеты; J_2 — коэффициент при второй зональной гармонике гравитационного поля планеты. Индексом eq отмечаются угловые элементы, измеряемые относительно плоскости экватора планеты, в отличие от остальных угловых элементов, измеряемых относительно плоскости орбиты возмущающего тела (эклиптики). Отметим, что используемый в формуле (1) коэффициент A_{1k} при первом слагаемом возмущающей функции отличается от соответствующего коэффициента, используемого в работах М. Л. Лидова и его учеников множителем $2/5$, вынесенным за скобки. Это сделано с такой целью, чтобы коэффициенты при двух слагаемых возмущающей функции (1) имели одинаковые числовые множители. Заметим, что предпочтение отдано безразмерному фокальному параметру $\varepsilon = 1 - e^2$, значение которого убывает вместе с убыванием геоцентрического перигейного расстояния $r_\pi = a(1 - e)$, в отличие от эксцентриситета, который при этом возрастает.

ДВУКРАТНО ОСРЕДНЁННАЯ ЗАДАЧА ХИЛЛА

В работе М. Л. Лидова [Лидов, 1961] для двукратно осреднённой задачи Хилла (при $B_1 = 0$) получена интегрируемая система эволюционных уравнений, решения которой представлены в виде трёх первых интегралов и двух квадратур:

$$a = c_0; \quad \varepsilon \cos^2 i = c_1; \quad (1-\varepsilon) \left(\frac{2}{5} - \sin^2 \omega \cdot \sin^2 i \right) = c_2, \quad (2)$$

интегральные константы определяются начальными значениями четырёх орбитальных элементов:

$$c_0 = a_0; \quad c_1 = \varepsilon_0 \cos^2 i_0; \quad c_2 = (1 - \varepsilon_0) \left(\frac{2}{5} - \sin^2 \omega_0 \cdot \sin^2 i_0 \right); \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} t - t_0 &= -\frac{2}{5A_k} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{(1-\varepsilon)\varepsilon^{1/2} \sin^2 i \cdot \sin 2\omega}, \\ \Omega - \Omega_0 &= -\frac{A_k}{2} \int_{t_0}^t \frac{5 \cos i \left[(1-\varepsilon) \sin^2 \omega + \varepsilon \right] dt}{\varepsilon^{1/2}}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$A_k = \frac{2A_{1k}}{\sqrt{\mu a}} = \frac{3}{2} \frac{\mu_k a^{3/2}}{a_k^3 \varepsilon_k^{3/2} \sqrt{\mu}} = \frac{3}{4} \frac{P}{\pi} \frac{\mu_k}{a_k^3 \varepsilon_k^{3/2}}; \quad (5)$$

$P = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}}$ — Кеплеров период орбитального движения спутника.

Для системы n возмущающих тел, расположенных на компланарных орбитах, используется следующий коэффициент:

$$A_{\Sigma} = \frac{2 \sum_1^n A_{1k}}{\sqrt{\mu a}} = \frac{3}{4} \frac{P}{\pi} \sum_1^n \frac{\mu_k}{a_k^3 \varepsilon_k^{3/2}}. \quad (6)$$

Отметим, что предпосылкой для получения этой системы уравнений является выполнение неравенства $\alpha = a/a_k \ll 1$ (где α есть отношение больших полуосей орбит спутника и возмущающего тела). Для динамической системы Земля-Луна, исходя из значения большой полуоси орбиты Луны $a_k \approx 380\,000$ км, в работе [Лидов, 1961] указан диапазон $30\,000 < a < 40\,000$ км значений больших полуосей орбит ИСЗ, соответствующих этим предпосылкам.

Область возможных значений интегральных констант c_1 и c_2 определяется неравенствами:

$$0 \leq c_1 \leq 1,$$

$$-\left(\sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{c_1}\right)^2 \leq c_2 \leq \frac{2}{5}(1 - c_1) \quad \text{при } 0 \leq c_1 \leq \frac{3}{5},$$

$$0 \leq c_2 \leq \frac{2}{5}(1 - c_1) \quad \text{при } \frac{3}{5} \leq c_1 \leq 1.$$

ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИВЫХ

В работе автора [Прохоренко, 2002] введено представление фазовых портретов интегральных кривых двукратно осреднённой задачи Хилла на фазовой плоскости $c_1 = \text{const}$ в цилиндрической системе координат $(\varepsilon, \omega \bmod 360^\circ, c_1)$, показанных на рис. 2 при некоторых фиксированных значениях c_1, c_2 (стрелки указывают направления эволюции аргумента перицентра ω).

В отмеченной тонировкой области, соответствующей значениям $c_2 < 0$, имеются особые точки типа центр \otimes с координатами: $\varepsilon = (5/3c_1)^{1/2}, \sin^2 \omega = 1$.

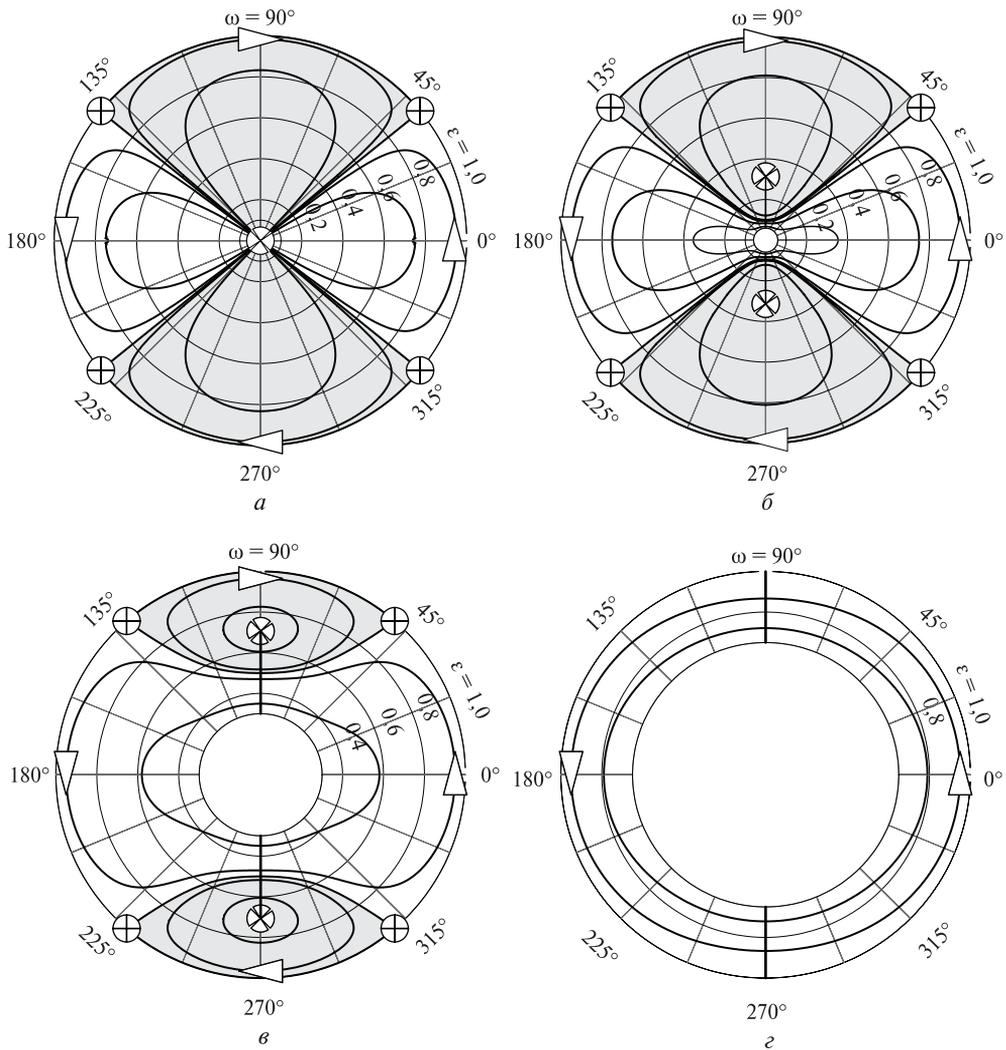


Рис. 2. Фазовые портреты интегральных кривых при различных значениях c_1 :
 а — $c_1 = 0$; б — $c_1 = 0,06$; в — $c_1 = 0,3$; г — $c_1 = 0,6$

Сепаратриса, соответствующая значению $c_2 = 0$ и разделяющая области значений c_2 разного знака, проходит через седловые особые точки \otimes с координатами: $\epsilon = 1, \sin^2 \omega = 2/5/(1 - c_1)$.

На фазовой плоскости, соответствующей фиксированному значению c_1 , диапазон возможных значений фокального параметра ϵ определяется неравенством $c_1 \leq \epsilon \leq 1$. При $c_1 = 0$ все интегральные кривые пересекаются в особой точке $\epsilon = 0$. При $0 < c_1$ характер эволюции аргумента перицентра зависит от знака интегральной константы c_2 . В области положительных значений c_2 эволюция аргумента перицентра происходит в направлении «против часовой стрелки» и носит ротационный (циркуляционный) характер, в отличие от области отрицательных значений c_2 , где эволюция аргумента перицентра происходит в направлении «по часовой стрелке» и носит либрационный характер.

Из выражения для первых интегралов (2) следует уравнение для безразмерного фокального параметра ε , как функции от значения $\sin^2 \omega$, при фиксированных значениях интегральных констант c_1, c_2 , используемых в качестве параметров:

$$\varepsilon^2 \left(\sin^2 \omega - \frac{2}{5} \right) - \varepsilon \left(c_2 - \frac{2}{5} + (1 + c_1) \sin^2 \omega \right) + c_1 \sin^2 \omega = 0. \quad (7)$$

Экстремальные значения параметра ε достигаются при $\sin \omega = 0$ или $\cos \omega = 0$. Значения $\varepsilon_{\min}(c_1, c_2)$ фокального параметра ε достигаются при $\cos \omega = 0, \sin^2 \omega = 1$ (см. рис. 2), и представляют собой младший корень уравнения

$$\varepsilon^2 - \varepsilon \left(1 + \frac{5}{3}(c_1 + c_2) \right) + \frac{5}{3}c_1 = 0, \quad (8)$$

полученного подстановкой значения $\sin^2 \omega = 1$ в уравнение (7).

При $0 < c_1$ минимальные значения ε на всех интегральных кривых принадлежат выделенным утолщёнными линиями отрезкам вертикальной оси, которая соответствует значению $\cos \omega = 0$.

Максимальное значение $\varepsilon_{\max}(c_1, c_2)$ при отрицательных c_2 является старшим корнем уравнения (8), а при положительных c_2 достигается при $\sin \omega = 0$ и, в соответствии с уравнением (7), удовлетворяет соотношению $\varepsilon_{\max}(c_1, c_2) = 1 - 5c_2/2$.

О ВОЗМОЖНОСТИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ОРБИТЫ СПУТНИКА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ПЛАНЕТЫ КОНЕЧНОГО РАДИУСА R

Возможность соударения спутника с планетой под влиянием внешних гравитационных возмущений впервые была обнаружена М.Л. Лидовым. В работе [Лидов, 1961] было показано, что предпосылкой для пересечения орбиты с поверхностью планеты является выполнение неравенства:

$$\varepsilon_{\min}(c_1, c_2) < \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) = 1 - \left(1 - \frac{R}{a_0} \right)^2 < \varepsilon_0, \quad (9)$$

где $\varepsilon^*(a_0/R)$ представляет собой критическое значение безразмерного фокального параметра $\varepsilon = 1 - e^2$, при котором геоцентрическое перигейное расстояние орбиты спутника $r_\pi = a(1 - e)$ равно экваториальному радиусу планеты R .

Напомним, что e — эксцентриситет орбиты, а геоцентрическое расстояние произвольной точки орбиты в функции угла θ , измеряемого от точки перигея в направлении движения спутника, выражается формулами

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}, \quad \text{или} \quad r(\theta) = \frac{a\varepsilon}{1 + (1 - \sqrt{1 - \varepsilon}) \cos \theta}.$$

В работе [Лидов, 1963] на впечатляющем примере гипотетической «Вертикальной Луны», которая на орбите, перпендикулярной к плоскости эклиптики, просуществовала бы не более 4,5 лет, М.Л. Лидов показал неизбежность пересечения с поверхностью планеты высокоапогейных орбит спутников

с наклонениями к плоскости орбиты возмущающего тела, близкими к 90° . Лежащий в основе этого эксперимента научный результат получил в дальнейшем название эффекта Лидова-Козай.

БЕЗРАЗМЕРНОЕ ВРЕМЯ И БЕЗРАЗМЕРНЫЙ ПЕРИОД ВЕКОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЭВОЛЮЦИИ БЕЗРАЗМЕРНОГО ФОКАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА

В работе [Гордеева, 1968] получено выражение для безразмерного периода $\tau_\varepsilon(c_1, c_2)$ вековой эволюции фокального параметра ε через полный эллиптический интеграл первого рода:

$$\tau_\varepsilon(c_1, c_2) = \text{sign}(c_2) 2 \frac{\alpha_\tau}{\sqrt{6}} K(k),$$

где

$$k^2(c_1, c_2) = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{\alpha_1 - \varepsilon_{\min}}; \quad \alpha_\tau(c_1, c_2) = \frac{2}{\sqrt{\alpha_1 - \varepsilon_{\min}}};$$

$$\alpha_1(c_1, c_2) = \begin{cases} 1 - 5c_2/2 & \text{при } c_2 < 0, \\ \varepsilon_2(c_1, c_2) & \text{при } c_2 > 0; \end{cases} \quad \varepsilon_2(c_1, c_2) - \text{старший корень уравнения (8).}$$

Выражение для полного эллиптического интеграла первого рода получено исходя из уравнения

$$\frac{d\tau}{d\varepsilon} = - \frac{\text{sign}(\sin 2\omega)}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{5}{2}c_2 - \varepsilon\right) \left(\varepsilon^2 - \varepsilon \left(1 + \frac{5}{3}(c_1 + c_2)\right) + \frac{5}{3}c_1\right)}}$$

путём подстановки выражения $\varepsilon = \varepsilon_{\min} + (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}) \sin^2 \varphi$, которое позволяет при значениях $\sin^2 \varphi = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}} < 1$ получать следующие неполные эллиптические интегралы первого рода:

$$\tau = F(\varphi, k) = - \text{sign}(\sin 2\omega) \frac{\alpha_\tau}{\sqrt{6}} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Отметим, что безразмерное время τ связано с размерным временем t выражением $\tau = A_k t$, где A_k определяется формулой (5).

Период вековой составляющей эволюции фокального параметра T_ε в размерном времени $t = \tau/A_k$ в общем случае выражается через безразмерный период $\tau_\varepsilon(c_1, c_2)$ и Кеплеров орбитальный период спутника $P = 2\pi a^{3/2}/\sqrt{\mu}$:

$$T_\varepsilon = \frac{|\tau_\varepsilon(c_1, c_2)|}{A_k} = \frac{4\pi}{3P} |\tau_\varepsilon(c_1, c_2)| \frac{a_k^3 \varepsilon_k^{3/2}}{\mu_k}, \quad \text{или} \quad T_\varepsilon = \frac{|\tau_\varepsilon(c_1, c_2)|}{A_\Sigma} = \frac{4\pi}{3P} \frac{|\tau_\varepsilon(c_1, c_2)|}{\sum_{k=1}^n \frac{\mu_k}{a_k^3 \varepsilon_k^{3/2}}},$$

где A_k и A_Σ определяются формулами (5) и (6).

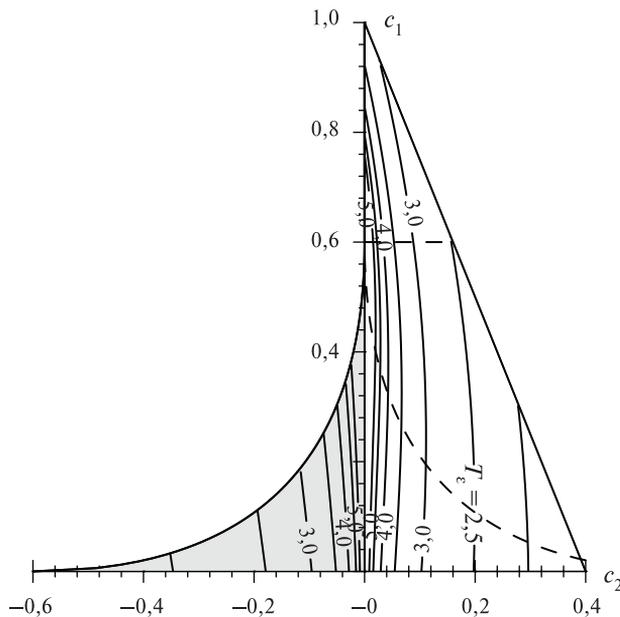


Рис. 3. Линии уровня безразмерного периода $\tau_\epsilon(c_1, c_2)$ вековой эволюции фокального параметра ϵ

ЛИНИИ УРОВНЯ БЕЗРАЗМЕРНОГО ПЕРИОДА ВЕКОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЭВОЛЮЦИИ ФОКАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА НА ПЛОСКОСТИ c_1, c_2

Линии уровня значений модуля безразмерного периода $\tau_\epsilon(c_1, c_2)$ вековой составляющей эволюции фокального параметра ϵ в области возможных значений интегральных констант на плоскости c_1, c_2 , показанные на рис. 3, приведены в работе [Прохоренко, 2002]. Отметим, что в области отрицательных значений c_2 выражение $\tau_\epsilon(c_1, c_2)$ имеет отрицательный знак.

Это позволило обнаружить различного рода симметрии, характерные для рассматриваемой функции. Обращает на себя внимание симметрия в поведении линий уровня функции $|\tau_\epsilon(c_1, c_2)|$ слева и справа от оси $c_2 = 0$, при значениях $c_1 < 0,6$. Показанная в области положительных значений c_2 штриховая линия, являющаяся зеркальным отражением относительно оси $c_2 = 0$ левой границы области отрицательных значений c_2 , представляет собой правую границу наблюдаемой области симметрии.

Другая ось симметрии, наблюдаемая в области положительных значений c_2 , соответствует горизонтальной линии $c_1 = 0,6$, а соответствующие ей области симметрии прилегают к оси $c_2 = 0$.

РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ ВЕКОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЭВОЛЮЦИИ СЕМЕЙСТВА ОРБИТ СПУТНИКОВ СЕРИИ «ПРОГНОЗ»

Теперь, вооружившись инструментами для качественного исследования вековой составляющей эволюции высокоапогейных орбит, можно перейти к исследованию эволюции семейства орбит ИСЗ «Прогноз-1–7».

Прежде всего, определим необходимые геоцентрические системы координат и сделаем некоторое отступление в область сферической тригонометрии.

Невращающаяся экваториальная система координат $Ox_{\text{э}}$: плоскость $Ox_{\text{э}}$ совпадает с плоскостью земного экватора, ось $Ox_{\text{э}}$ направлена в точку весеннего равноденствия γ некоторой фиксированной эпохи, а ось $Oz_{\text{э}}$ направлена по оси вращения Земли.

Гринвичская вращающаяся экваториальная система координат: ось $Ox_{\text{Г}}$ лежит на пересечении плоскости земного экватора с плоскостью Гринвичского меридиана.

Невращающаяся эклиптическая система координат $OXYZ$: плоскость OXY совпадает с плоскостью эклиптики, ось OX направлена по линии пересечения плоскостей эклиптики и экватора в точку весеннего равноденствия γ , а ось OZ — в полюс мира.

Солнечно-эклиптическая (GSE) вращающаяся система координат отличается от системы координат $OXYZ$ лишь тем, что ось OX_{GSE} направлена на Солнце (в сторону полудня), в ось OY_{GSE} — в сторону вечера.

Орбитальная система координат $O\xi\eta\zeta$: плоскость $O\xi\eta$ совпадает с плоскостью орбиты спутника, ось $O\xi$ направлена в сторону точки перигея (вдоль вектора Лапласа), а ось $O\eta$ выбирается так, чтобы движение спутника от оси $O\xi$ к оси $O\eta$ происходило против часовой стрелки, ось $O\zeta$ перпендикулярна плоскости орбиты спутника.

Для начала, используя для иллюстрации рис. 4, разберёмся, как формируется в зависимости от даты старта и всемирного времени старта значение прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0} , измеряемое относительно точки весеннего равноденствия, при заданных геоцентрической широте ϕ и долготе λ точки старта при фиксированном наклонении орбиты к плоскости земного экватора i_{eq0} . Как видно на рис. 4, значение Ω_{eq0} формируется в момент старта и состоит из двух слагаемых:

$$\Omega_{eq0} = S_{\text{Г}}(DT, UTC) + \lambda_{lp} - \arcsin \frac{\text{tg } \phi_{lp}}{\text{tg } i_{eq0}}.$$

Первое слагаемое представляет собой звёздное время Гринвичского меридиана в момент старта $S_{\text{Г}}(DT, UTC)$, измеряемое в градусах относительно точки весеннего равноденствия; определяется датой старта и всемирным временем старта и в свою очередь состоит из двух слагаемых:

$$S_{\text{Г}}(DT, UTC) = S_{\text{Г}0}(DT) + \sigma * UTC * \frac{180^\circ}{\pi}.$$

Слагаемое $S_{\text{Г}0}(DT) = \alpha_{s0}(DT) - 180^\circ$ представляет собой измеренное в градусах звёздное время Гринвичского меридиана в гринвичскую полночь даты старта и определяется, исходя из прямого восхождения Солнца в полночь даты старта $\alpha_{s0}(DT)$, измеряемого в плоскости земного экватора.

Второе слагаемое является произведением всемирного времени в момент старта на угловую скорость вращения Земли $\sigma = 0,00007291 \text{ c}^{-1}$, измеренную в радианах в секунду и соответствующую звёздным суткам (которые приблизительно на 4 мин короче солнечных суток).

Связь между значениями i_{eq0} , ω_{eq0} , измеренными относительно плоскости экватора, и значениями i_0 , ω_0 , измеренными относительно плоскости эклип-

тики, при известных значениях прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0} и наклонения $I = 23,5$ плоскости эклиптики к плоскости земного экватора устанавливается следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} \cos i_0 &= \cos \Omega_{eq0} \sin i_{eq0} \sin I + \cos i_{eq0} \cos I, \\ \cos \Delta\omega &= \frac{\sin i_{eq0} \cos I - \cos \Omega_{eq0} \cos i_{eq0} \sin I}{\sin i_0}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $\Delta\omega = \omega_{eq0} - \omega_0$; знак $\sin \Delta\omega$ совпадает со знаком $\sin \Omega_{eq0}$, а знак $\Delta i = i_{eq0} - i_0$ — со знаком $\cos \Omega_{eq0}$.

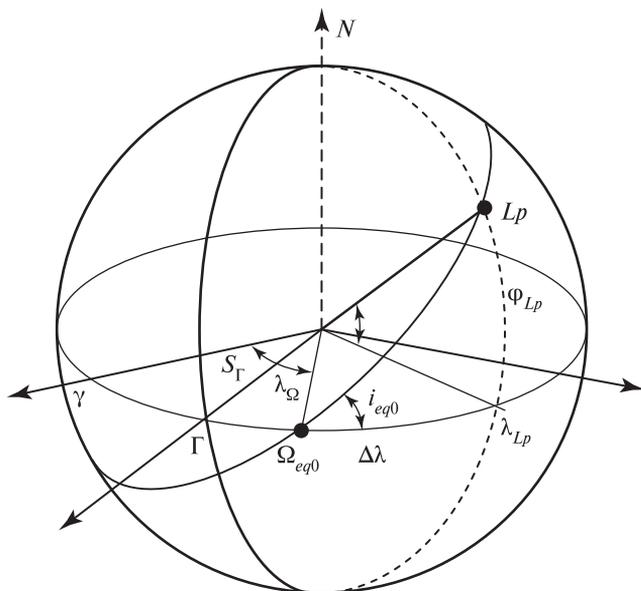


Рис. 4. Формирование прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0}

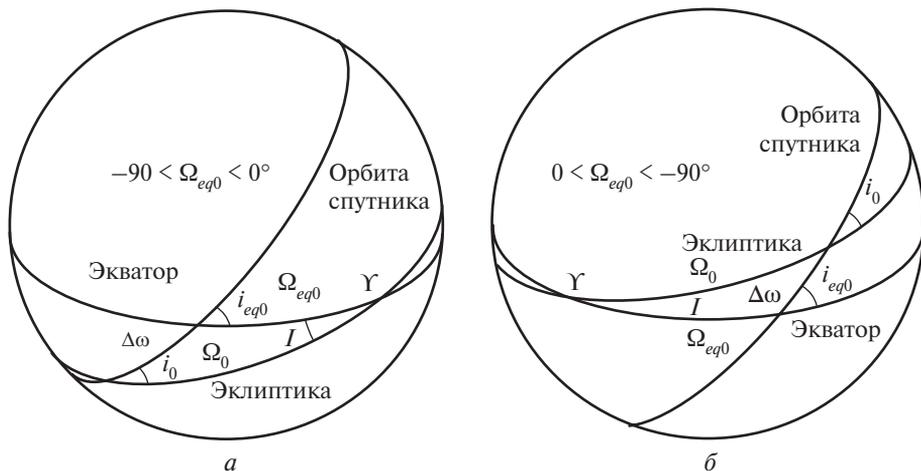


Рис. 5. Связь между угловыми элементами i_{eq0} , Ω_{eq0} и i_0 , Ω_0 , $\Delta\omega = \omega_{eq0} - \omega_0$

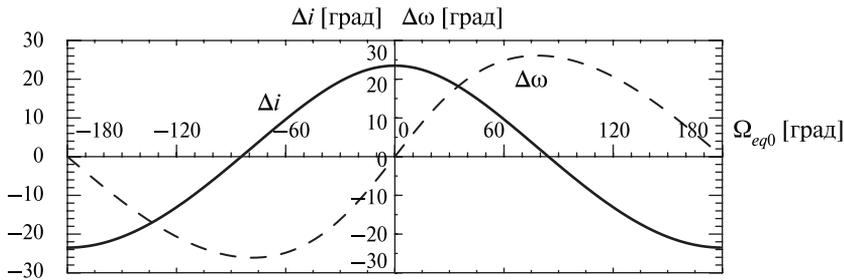


Рис. 6. Зависимость $\Delta\omega(I, i_{eq0}, \Omega_{eq0})$ и $\Delta i(I, i_{eq0}, \Omega_{eq0}) = i_{eq0} - i_0$ от Ω_{eq0} при $i_{eq0} = 65^\circ$

Наклонение $i_0(I, i_{eq0}, \Omega_{eq0})$ может принимать значения в диапазоне $(i_{eq0} - I, i_{eq0} + I)$, границы которого соответствуют значениям $\Omega_{eq0} = 0$ и $\Omega_{eq0} = \pm 180^\circ$.

На рис. 5а, б при значениях Ω_{eq0} , удовлетворяющих неравенству $-90 < \Omega_{eq0} < 90^\circ$, показана связь между угловыми элементами $i_{eq0}, \omega_{eq0}, \Omega_{eq0}$, измеренными относительно плоскости земного экватора, и угловыми элементами i_0 и $\omega_0 = \omega_{eq0} - \Delta\omega$, измеренными относительно плоскости эклиптики.

На рис. 6 показаны значения $\Delta\omega(I, i_{eq0}, \Omega_{eq0})$ и $\Delta i(I, i_{eq0}, \Omega_{eq0})$ во всей области $-180 < \Omega_{eq0} < 180^\circ$ при $i_{eq0} = 65^\circ$.

Теперь займёмся анализом вековой составляющей эволюции фокального параметра для семейства орбит спутников «Прогноз-1-7», которые имеют фиксированные начальные значения орбитальных элементов $a_0 = 100\,000$ км, $\varepsilon_0 = 1 - e_0^2 = 0,126$, $i_{eq0} = 65^\circ$, $\omega_{eq0} = 290^\circ$, при свободном начальном значении прямого восхождения восходящего узла Ω_{eq0} .

Соответствующее этому семейству орбит фиксированное значение фокального параметра $\varepsilon_0 = 0,126$ при свободных значениях i_0, ω_0 определяет на плоскости (c_1, c_2) треугольную область, показанную на рис. 7а. Вершина этой области лежит на правой границе области возможных значений c_2 и соответствует значению $c_1 = \varepsilon_0 = 0,126$.

Горизонтальные линии в этой области соответствуют фиксированным значениям наклонения i_0 , указанным справа, а наклонные лучи, исходящие из вершины, — фиксированным значениям аргумента перигея ω_0 , указанным на концах соответствующих лучей. Горизонтальная штриховая линия соответствует значению $i_0 = i_{eq0} = 65^\circ$ наклонения орбиты, а наклонная штриховая линия — значению аргумента перигея $\omega_0 = \omega_{eq0} = 290^\circ$.

Замкнутая кривая линия, показанная на плоскости (c_1, c_2) сплошной утолщённой линией, представляет собой геометрическое место точек интегральных констант для рассматриваемого семейства орбит со свободным значением $\Omega_{eq0} \in [-180^\circ, 180^\circ]$. Значения угловых элементов этого семейства орбит в эклиптической системе координат удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} i_0 &= i_{eq0} - \Delta i(i_{eq0}, \Omega_{eq0}, I), \\ \omega_0 &= \omega_{eq0} - \Delta \omega(i_{eq0}, \Omega_{eq0}, I), \end{aligned}$$

где значения $\Delta\omega(I, i_{eq0}, \Omega_{eq0})$ и $\Delta i(I, i_{eq0}, \Omega_{eq0})$ получаются, исходя из формул (10), и представлены на рис. 6.

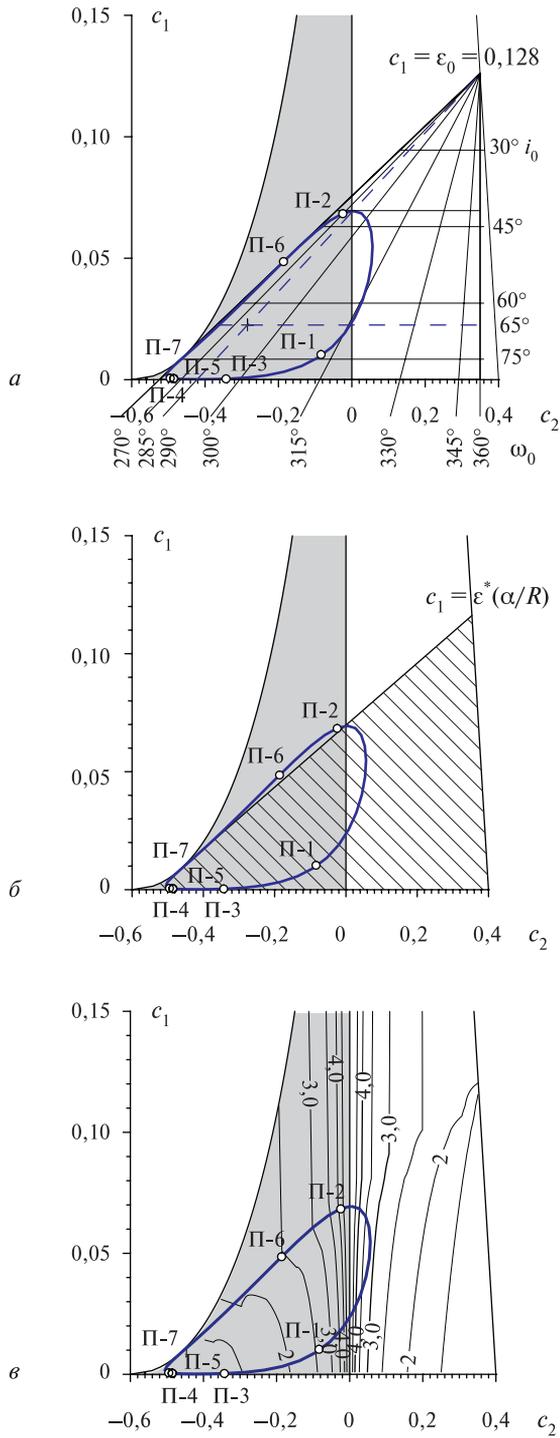


Рис. 7. Геометрическое место точек интегральных констант c_1, c_2 семейства орбит серии «Прогноз» при свободном значении ω_{eq0} . Светлые кружки соответствуют реализованным орбитам спутников серии «Прогноз-1–7»

Светлыми кружками на рис. 7 отмечены принадлежащие этой линии образы реализованных орбит спутников серии «Прогноз-1–7», которым соответствуют показанные в табл. 1 значения Ω_{eq0} . В этой таблице для рассматриваемых орбит приведены также даты старта, начальные значения угловых элементов, измеренных в эклиптической системе координат: интегральные константы c_1 , c_2 и безразмерный период $\tau_\epsilon(c_1, c_2)$. Оценка периода вековой эволюции фокального параметра T_ϵ в размерном времени получена при учёте гравитационных возмущений от Луны и Солнца.

Таблица 1

№ п/п	Дата старта	Ω_{eq0} [град]	i_0 [град]	ω_0 [град]	c_1	c_2	τ_ϵ	T_ϵ [годы]	ϵ_{min}	$T_{\epsilon F}$ [годы]	τ_{MB}	T_{MB} [годы]	T_{BF} [годы]
1	14.IV.72	252	74	313	0,01	-0,084	-3,8	12,24	0,020	-	-3	9,8	8,0
2	29.VI.72	10	43	284	0,068	-0,025	-5	16,17	0,119	-	-4,8	15,9	8,3
3	15.II.73	198	87	297	0,0003	-0,343	-2,4	7,94	0,001	-	-1,2	5,1	4,7
4	22.XII.75	158	86,5	282	0,0005	-0,485	-2	6,83	0,004	-	-0,8	2,7	3,0
5	25.XI.76	160	86,8	282	0,0004	-0,485	-2	6,85	0,003	-	-0,8	2,8	3,4
6	22.IX.77	49	52	268	0,0486	-0,186	-3	9,88	0,126	8,5	-	-	-
7	30.X.78	154	86	280	0,0006	-0,495	-2	6,76	0,006	-	-0,7	2,4	2,0

Кроме того, в этой таблице приведены значения $\epsilon_{min}(c_1, c_2)$, к которым приводит вековая составляющая эволюции фокального параметра.

Далее, исходя из значения $\epsilon^*(a_0/R) = 0,116$ (соответствующего большей полуоси $a_0 = 100\ 000$ км) в случае выполнения неравенства $\epsilon^*(a_0/R) < \epsilon_{min}(c_1, c_2)$ в табл. 1 показана оценка фактического периода $T_{\epsilon F}$, полученная численным интегрированием полной системы дифференциальных уравнений. А при выполнении обратного неравенства $\epsilon_{min}(c_1, c_2) < \epsilon^*(a_0/R)$ (совпадающего с условием (9) пересечения орбиты с поверхностью Земли и падения спутника на Землю) в этой таблице приведены значения мажоранты $\tau_{MB}(c_1, c_2, \epsilon^*(a_0/R))$ безразмерного времени баллистического существования спутника. Мажоранта $\tau_{MB}(c_1, c_2, \epsilon^*(a_0/R))$ оценивается как удвоенное безразмерное время перехода в процессе вековой эволюции от значения $\epsilon_0 = \epsilon^*(a_0/R)$ до значения $\epsilon_{max}(c_1, c_2)$. В табл. 1 также приведена оценка фактического времени баллистического существования T_{BF} , полученная численным интегрированием полной системы дифференциальных уравнений.

На рис. 7б показано положение на плоскости c_1, c_2 геометрического места интегральных констант рассматриваемого семейства орбит относительно выделенной косой штриховкой области значений c_1, c_2 , удовлетворяющих условию соударения (9). Эта область определяется следующими неравенствами:

$$\left(1 - \epsilon^* \left(\frac{a_0}{R}\right)\right) \left| \frac{c_1}{\epsilon^*(a_0/R)} - \frac{3}{5} \right| < c_2 \quad \text{или} \quad c_1 < \frac{3}{5} \left(\epsilon^* \left(\frac{a_0}{R}\right) \right)^2,$$

а её вершина соответствует значению $c_1 = \epsilon^*(a_0/R)$ и принадлежит правой границе области возможных значений c_2 .

На рис. 7в в качестве фона для геометрического места точек, соответствующих рассматриваемому семейству орбит, на плоскости c_1, c_2 использованы линии уровня безразмерного периода $\tau_\varepsilon(c_1, c_2)$ (там, где условия соударения не выполняются) и мажоранты $\tau_{MB}(c_1, c_2, \varepsilon^*(a_0/R))$ безразмерного времени баллистического существования (там, где выполняются условия соударения).

Теперь можно подводить итоги ретроспективного анализа эволюции рассматриваемого семейства орбит. Результаты, полученные исходя из качественных исследований вековой составляющей эволюции орбит под влиянием внешних гравитационных возмущений, неплохо согласуются с реальным временем существования рассматриваемых орбит и дают основание для применения подобных исследований при выборе орбит. И в то же время эти исследования являются основанием для пересмотра сложившегося в те годы стереотипа запуска высокоапогейных орбит спутников, при котором не принимается во внимание и оказывается предметом произвола такой важный параметр как начальное значение Ω_{eq0} прямого восхождения восходящего узла орбиты.

Также не является оправданным использование постоянного начального значения аргумента перигея ω_{eq0} , измеренного относительно плоскости земного экватора. Свобода выбора начального значения аргумента перигея ω_0 , измеренного относительно плоскости эклиптики, в сочетании со свободой выбора значения Ω_{eq0} позволяет при постоянном значении наклона i_{eq0} плоскости орбиты к плоскости земного экватора выбирать нужные значения ω_{eq0} , исходя из задач проекта и времени баллистического существования спутника.

Далее приводятся результаты исследований, целью которых является разработка практических рекомендаций для решения поставленной задачи.

КЛАССИФИКАЦИЯ МНОГООБРАЗИЙ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ПРОСТРАНСТВА M^4 С КООРДИНАТАМИ $(a_0/R, \varepsilon_0, i_0, \omega_0)$

Для качественного исследования проблемы выбора начальных условий с учётом вековой составляющей эволюции орбиты под влиянием внешних гравитационных возмущений в работе [Prokhorenko, 2011] была введена следующая классификация многообразий начальных условий пространства M^4 с координатами $(a_0/R, \varepsilon_0, i_0, \omega_0)$.

Заметим, что область возможных значений координат пространства M^4 определяется неравенствами $1 < a_0/R, \varepsilon^*(a_0/R) < \varepsilon_0 < 1, 0 \leq \omega_0 \leq 360^\circ, 0 \leq i_0 \leq 180^\circ$, а угловые элементы измеряются относительно плоскости орбиты возмущающего тела.

К многообразию *I* принадлежат значения $a_0/R, \varepsilon_0, i_0$, при которых во всей области возможных значений аргумента перигея ω_0 выполняется условие пересечения орбиты спутника с поверхностью планеты:

$$\varepsilon_{\min}(\varepsilon_0, i_0, \omega_0) \leq \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) < \varepsilon_0.$$

К многообразию *II* принадлежат значения $a_0/R, \varepsilon_0, i_0$, при которых во всей области возможных значений аргумента перигея ω_0 выполняется условие непересечения орбиты спутника с поверхностью планеты:

$$\varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) < \varepsilon_{\min}(\varepsilon_0, i_0, \omega_0) \leq \varepsilon_0. \quad (11)$$

К многообразию III принадлежат значения $a_0/R, \varepsilon_0, i_0$, при которых существует непустое множество значений ω_0 , удовлетворяющих условию пересечения (11), и множество значений ω_0 , удовлетворяющих условию пересечения орбиты спутника с поверхностью планеты. Граница, разделяющая эти множества значений ω_0 , определяется неравенством:

$$\varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) = \varepsilon_{\min}(\varepsilon_0, i_0, \omega_0) < \varepsilon_0.$$

ТЕОРЕМЫ О МНОГООБРАЗИЯХ ТИПА I, II, III В ПРОСТРАНСТВЕ M^4 С КООРДИНАТАМИ $(a_0/R, \varepsilon_0, i_0, \omega_0)$ ДЛЯ ДВУКРАТНО ОСРЕДНЁННОЙ ЗАДАЧИ ХИЛЛА

Для двукратно осреднённой задачи Хилла описание многообразий типа I, II, III в пространстве M^4 с координатами $(a_0/R, \varepsilon_0, i_0, \omega_0)$ приведено в работе [Прохоренко, 2007] в виде следующих трёх теорем.

Теорема 1. Орбитальные элементы $(a_0/R, \varepsilon_0, i_0)$ принадлежат многообразию типа I, если и только если выполняется неравенство

$$\frac{5}{3} \cos^2 i_0 \leq \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) < \varepsilon_0 < 1. \quad (12)$$

Теорема 2. Достаточное условие принадлежности орбитальных элементов $(a_0, \varepsilon_0, i_0)$ многообразию типа II определяется неравенством:

$$\varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) < c_1 = \varepsilon_0 \cos^2 i_0 < \varepsilon_0 < 1. \quad (13)$$

При выполнении неравенства

$$c_1 = \varepsilon_0 \cos^2 i_0 < \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) < \varepsilon_0 < 1 \quad (14)$$

в области возможных значений ε_0 имеется граница $\varepsilon_{23}(a_0/R, i_0)$, разделяющая многообразия типа II и III:

$$\varepsilon_{23} \left(\frac{a_0}{R}, i_0 \right) = \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) \frac{1 - \frac{3}{5} \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right)}{\cos^2 i_0 - \left(\cos^2 i_0 - \frac{2}{5} \right) \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right)} < 1. \quad (15)$$

При выполнении неравенства $\varepsilon^*(a_0/R) < \varepsilon_{23}(a_0/R, i_0) < \varepsilon_0$ орбитальные элементы $(a_0, \varepsilon_0, i_0)$ принадлежат многообразию типа II.

Теорема 3. На многообразиях типа III, определяемых неравенством

$$\varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) < \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{23} \left(\frac{a_0}{R}, i_0 \right), \quad (16)$$

в области начальных значений аргумента перигея ω_0 существуют границы $\omega_3(a_0/R, \varepsilon_0, i_0)$, удовлетворяющие соотношению:

$$\sin^2 \omega_3 \left(\frac{a_0}{R}, \varepsilon_0, i_0 \right) = \frac{1}{\sin^2 i_0} \left(\frac{2}{5} + \frac{1 - \varepsilon^*(a_0/R)}{1 - \varepsilon_0} \left(\frac{3}{5} - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon^*(a_0/R)} \cos^2 i_0 \right) \right) \quad (17)$$

и выделяющие область значений ω_0 , при которых вековая эволюция приводит к пересечению орбиты с поверхностью планеты:

$$\sin^2 \omega_0 \leq \sin^2 \omega_3 \left(\frac{a_0}{R}, \varepsilon_0, i_0 \right). \quad (18)$$

При значениях ω_0 , удовлетворяющих неравенству

$$\sin^2 \omega_3 \left(\frac{a_0}{R}, \varepsilon_0, i_0 \right) < \sin^2 \omega_0, \quad (19)$$

обратному неравенству (18), вековая эволюция не приводит к пересечению орбиты с поверхностью планеты.

ОБЛАСТЬ ДЕЙСТВИЯ АСИМПТОТИКИ ПРЕВАЛИРУЮЩЕГО ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Переходя к вопросам, связанным с применением качественных исследований для решения практических задач выбора орбит ИСЗ, нужно отметить, что вековая составляющая эволюции орбиты в первую очередь зависит от динамических характеристик центрального и возмущающего тела, а также от значения большой полуоси орбиты спутника.

Исходя из этого, в работе [Prokhorenko, 2011] (в частности) для динамической системы Земля-Луна-Солнце были получены оценки для границ области действия асимптотики каждого из рассматриваемых видов возмущений на шкале возможных значений больших полуосей орбит спутников. Нижняя граница области действия асимптотики гравитационных возмущений от внешних тел — $d_3 \approx 100\,000$ км, верхней границей области преимущественного действия асимптотики сжатия планеты является $d_1 \approx 37\,000$ км. В промежуточной области паритетного влияния рассматриваемых возмущений имеется своя промежуточная граница — $d_2 \approx 55\,500$ км.

Эти оценки были получены на основе качественного анализа некоторых интегрируемых случаев, указанных в работе [Лидов, Ярская, 1974] для смешанной задачи, соответствующей возмущающей функции (1).

Отметим, что асимптотика, характерная для превалирующего влияния внешних гравитационных возмущений в динамической системе Земля-Луна-Солнце, действует при значениях большой полуоси, принадлежащих диапазону:

$$100\,000 < a < 190\,000 \text{ км}. \quad (20)$$

Учитывая, что этот диапазон значений большой полуоси не удовлетворяет указанной в разделе «Двукратно осреднённая задача Хилла» настоящей работы исходной предпосылке, при которой получены эволюционные уравнения

М.Л. Лидова для задачи Хилла, будем искать обобщения для обнаруженных Лидовым закономерностей в конкретных рассматриваемых случаях, проверяя результаты качественных исследований численными расчётами.

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЕКОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА «СПЕКТР-Р»

Рассмотрим в качестве примера вековую составляющую эволюции орбиты КА «Спектр-Р», используя приведённые в табл. 2 начальные значения орбитальных элементов в экваториальной системе координат, представленные в табл. 3 значения орбитальных элементов в эклиптической системе координат и соответствующие значения интегральных констант c_1, c_2 .

Таблица 2

Дата	a_0 [км]	a_0/R	e_0	i_{eq0} [град]	Ω_{eq0} [град]	ω_{eq0} [град]	P [сут]	$h_{п0}$ [км]	$r_{п0}/R$
18.VII.11	173 192	27,2	0,96	51,6	342,2	3020	8,3	570	1,089

Таблица 3

$\varepsilon^*(a_0/R)$	ε_0	i_0 [град]	ω_0 [град]	c_1	c_2	$\varepsilon_{\min}(c_1, c_2)$	$r_{\text{пmin}}/R$	τ_ε	T_ε [годы]	$T_{\varepsilon R}$ [годы]
0,0722	0,079	29,9	312,8	0,06	0,26	0,0695	0,93	2,297	3,36	2,5

Исходя из теорем 2 и 3, на основании выражений (15)–(19) в работе [Прохоренко, 2014а, б] была установлена принадлежность начальных орбитальных элементов КА «Спектр-Р» к многообразию III, о чём свидетельствуют значения характерных параметров вековой составляющей эволюции этой орбиты:

$$c_1 = 0,059 < \varepsilon_{\min}(c_1, c_2) = 0,069 < \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) = 0,072 < \varepsilon_0 = 0,078 < \varepsilon_{23} \left(\frac{a_0}{R}, e_0, i_0 \right) = 0,091.$$

Для иллюстрации используем фазовый портрет семейства орбит с фиксированным начальным значением ε_0 и свободным значением аргумента перигея ω_0 на фазовой плоскости $c_1 = \varepsilon_0 \cos^2 i_0$ (рис. 8).

Это семейство интегральных кривых (см. рис. 8) ограничено внешней интегральной кривой, соответствующей значениям $\omega_0 = 90$ или 270° .

Другая граничная кривая (см. рис. 8), показанная штриховой линией, касается окружности $\varepsilon = \varepsilon^*(a_0/R)$ и проходит через точки, отмеченные светлыми квадратами, которым на окружности радиуса ε_0 соответствуют граничные значения $\omega_3(a_0/R, \varepsilon_0, i_0)$, полученные исходя из выражения (17). Интегральные кривые, лежащие внутри области, очерченной этой кривой, пересекают окружность $\varepsilon = \varepsilon^*(a/R)$. Внутри этой области лежит интегральная кривая, соответствующая приведённому в табл. 3 значению ω_0 , отмеченному на рис. 8 светлым кружком.

Итак, начальные орбитальные элементы КА «Спектр-Р» принадлежат многообразию III, удовлетворяют неравенству (18) и приводят к пересечению орбиты с поверхностью центрального тела.

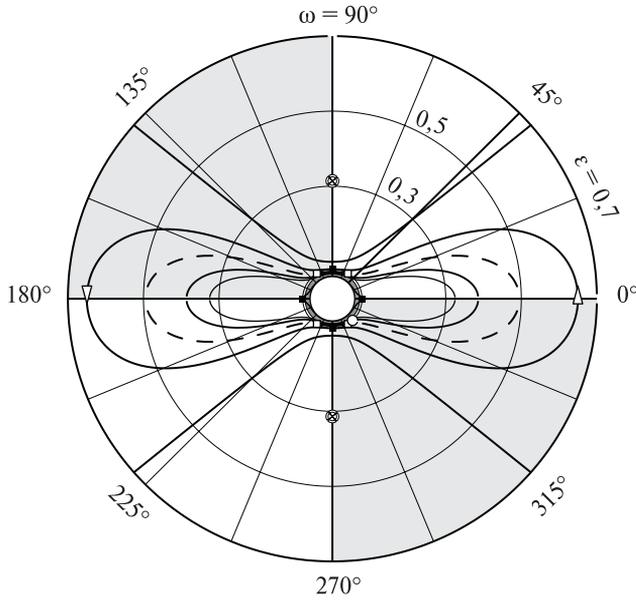


Рис. 8. Фазовые портреты интегральной кривой, соответствующей начальным орбитальным элементам КА «Спектр-Р», и граничных интегральных кривых семейства орбит со свободным значением аргумента перигея ω_0

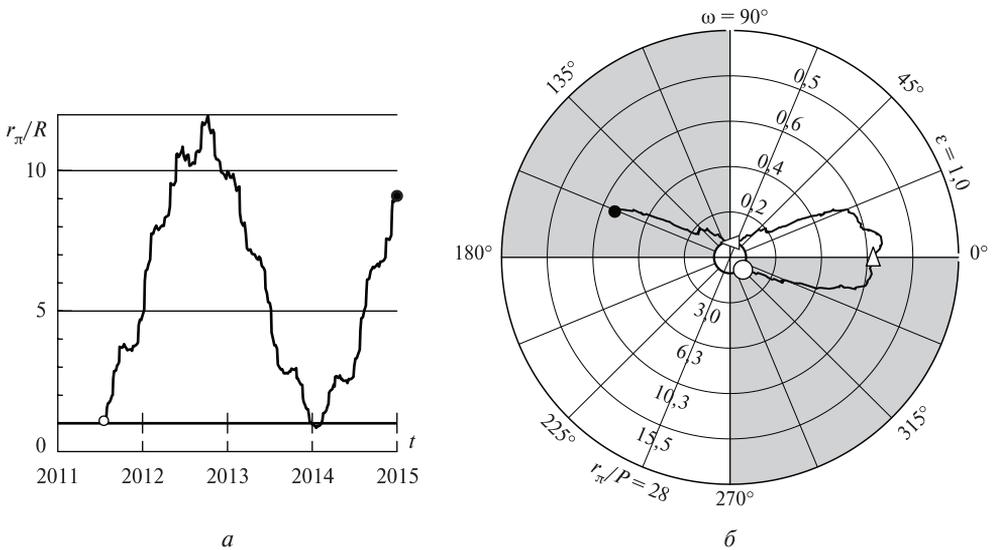


Рис. 9. Эволюция фокального параметра ϵ и перигейного расстояния орбиты КА «Спектр-Р» в функции времени и в функции аргумента перигея, измеренного относительно линии узлов на плоскости эклиптики

Тонировкой светлого оттенка на рис. 8 в области значений $\omega \bmod 360^\circ$ показаны четверти IV и II, при которых происходит вековое возрастание фокального параметра ε как функции аргумента перигея ω . Тонировкой тёмного оттенка показана кольцевая область значений ε , удовлетворяющих неравенству $c_1 < \varepsilon \leq \varepsilon^*(a/R)$.

На рис. 9 показан полученный с помощью численного интегрирования прогноз долговременной эволюции безразмерного фокального параметра ε и отнесённого к экваториальному радиусу Земли R геоцентрического перигейного расстояния r_π орбиты КА «Спектр-Р».

На рис. 9а показана эволюция перигейного расстояния орбиты r_π/R в функции времени, а на рис. 9б — эволюция фокального параметра ε и перигейного расстояния орбиты r_π/R в функции аргумента перигея ω .

Утолщённая прямая линия (см. рис. 9а) и окружность (см. рис. 9б) соответствуют значениям $\varepsilon = \varepsilon^*(a/R)$, $r_\pi = R$, $h_\pi = r_\pi - R = 0$ и показывают угрозу соударения спутника с поверхностью Земли в начале 2014 г.

Заметим, что эта угроза была успешно предотвращена благодаря усилиям коллективов Института прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН), Научно-производственного объединения (НПО) им. С. А. Лавочкина и других организаций, ответственных за баллистическое обеспечение рассматриваемого проекта, с помощью превентивной коррекции орбиты, краткий отчёт о которой содержится в публикации [Артюхов и др., 2012]. Время и импульс этой коррекции были выбраны алгоритмическим путём.

Мы же ставим перед собой задачу разобраться в сути выполненной коррекции. Для этого вернёмся к теории возмущений.

КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПРИРАЩЕНИЯ ПЕРИГЕЙНОГО РАССТОЯНИЯ ЗА ОБОРОТ СПУТНИКА ПО ОРБИТЕ, ПОЛУЧЕННАЯ ИСХОДЯ ИЗ ОДНОКРАТНО ОСРЕДНЁННОЙ ЗАДАЧИ ХИЛЛА

Вековую составляющую эволюции орбиты дополняет короткопериодическая составляющая приращения перигейного расстояния $\delta r_{\pi k}$ (и высоты перигея $\delta h_{\pi k}$) за оборот спутника по орбите, полученная исходя из однократно осреднённой задачи Хилла:

$$\delta h_{\pi k} = \delta r_{\pi k} = -a \delta e = Q_k a^4 \sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)} \cdot \cos^2 \gamma_k \cdot \sin 2\theta_k, \quad (21)$$

где $Q_k = \frac{15}{2} \pi \frac{\mu_k}{\mu a_k^3}$; γ_k — угол между вектором возмущающего ускорения, направленного в сторону возмущающего тела с индексом k , и его проекцией на плоскость орбиты спутника; θ_k — угловое положение проекции возмущающего ускорения на плоскости орбиты, измеренное относительно точки перигея в направлении движения спутника.

Выражение (21) приведено в работе [Лидов и др., 1961] при использовании первого члена разложения возмущающей функции в ряд Ньютона по степеням r/r_1 и в предположении, что возмущающее тело сохраняет постоянное положение за время оборота спутника по его орбите. Из этого выражения вытекают следующие закономерности.

Приращение высоты перигея $\delta h_{\pi k}$ за оборот спутника по орбите (за виток) имеет положительный знак, если угол θ_k принадлежит I или III четверти, приращение $\delta h_{\pi k}$ имеет отрицательный знак, если угол θ_k принадлежит II или IV четверти.

На рис. 10 в орбитальной системе координат $O\xi\eta$, ось $O\xi$ которой направлена в точку перигентра, тонировкой отмечены четверти I и III. Оставаясь в любой из этих четвертей, возмущающее ускорение приводит к положительному приращению высоты перигея $\delta h_{\pi k}$. Без тонировки оставлены четверти II и IV, оставаясь в которых, возмущающее ускорение приводит к отрицательному приращению высоты перигея $\delta h_{\pi k}$.

Предположение о сохранении положения возмущающего тела на его орбите за период оборота спутника по его орбите накладывает определённое ограничение на соотношение между периодами орбитального движения спутника и возмущающего тела.

Однако, изучая эволюцию орбиты КА «Спектр-Р», орбитальный период которой составляет более 8 сут, мы смогли убедиться, что подобные закономерности работают и на такой орбите, несмотря на то, что возмущающее тело (Луна) за период оборота спутника не только не сохраняет своего постоянного положения, но проходит почти треть оборота по своей орбите.

Исходя из приведённых выше закономерностей, мы взяли на себя смелость сформулировать следующую эмпирическую закономерность для области значений большой полуоси, при которых не выполняются исходные предпосылки.

Перигейное расстояние за период оборота спутника не испытывает заметных изменений, если в течение этого периода угол θ_k делит время своего пребывания поровну между двумя соседними четвертями. Перигейное расстояние за период оборота спутника увеличивается, если в течение этого периода угол θ_k остаётся преимущественно в первой или третьей четверти, и уменьшается, если угол θ_k остаётся преимущественно во второй или четвёртой четверти.

В справедливости этой закономерности мы смогли убедиться, рассматривая в работе [Прохоренко, 2014а] практические задачи, связанные с исследованием различных возможностей коррекции орбиты КА «Спектр-Р».

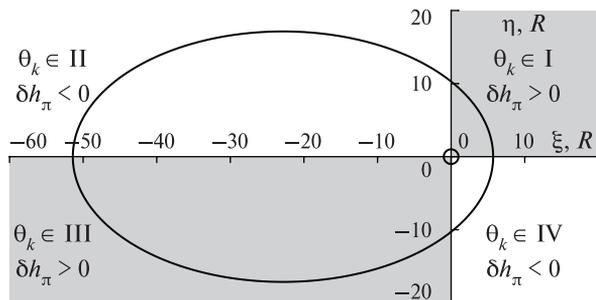


Рис. 10. Тонировкой на плоскости орбиты спутника показаны четверти, оставаясь в которых, возмущающее ускорение приводит к положительному приращению высоты перигея $\Delta h_{\pi k}$ за виток

ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ КОЛЕБАНИЙ ПРИРАЩЕНИЯ ВЫСОТЫ ПЕРИГЕЯ ЗА ВИТОК, СВЯЗАННАЯ С ПОЛУПЕРИОДОМ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ВОЗМУЩАЮЩЕГО ТЕЛА

При наклонениях орбиты спутника к плоскости орбиты возмущающего тела, отличных от 90° , угловое положение θ_k проекции возмущающего ускорения на плоскости орбиты спутника за период оборота возмущающего тела может принимать любые значения в диапазоне от 0 до 360° .

Исследованию долгопериодической составляющей эволюции орбиты, связанной с периодом оборота возмущающего тела, уделено большое внимание в книге П. Е. Эльясберга [Эльясберг, 1965]. В частности, исходя из приведенного выше выражения (21) для приращения высоты перицентра $\delta h_{\pi k}$ была получена оценка амплитуды долгопериодических колебаний $\delta h_{\pi k}$ под влиянием возмущений от внешнего тела с индексом k , при значении γ_k , равном нулю, и значении $2\theta_k$, равном $\pi/2$:

$$\text{ampl } \delta r_{\pi k}(a, \varepsilon) = \delta r_{\pi k \max} = \delta h_{\pi k \max} = Q_k a^4 e \sqrt{1-e^2} = Q_k a^4 \sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)}. \quad (22)$$

Было также показано, что при отличных от 90° значениях наклона орбиты спутника к плоскости орбиты возмущающего тела период долгопериодических колебаний приращения высоты перицентра совпадает с полупериодом орбитального движения возмущающего тела.

Амплитуда долгопериодических колебаний приращения высоты перигея под влиянием Луны в 2,18 раза превосходит амплитуду соответствующих колебаний под влиянием Солнца в силу соотношения между коэффициентами $Q_m/Q_s = 2,18$.

Теперь посмотрим, что происходит с долгопериодической составляющей приращения высоты перигея на орбите спутника, перпендикулярной к плоскости орбиты возмущающего тела (при $i = 90^\circ$), используя для иллюстрации рис. 11. В этом случае проекция возмущающего ускорения на плоскость орбиты спутника принадлежит линии узлов орбиты спутника на плоскости орбиты возмущающего тела, а угол θ_k при фиксированном значении Ω может принимать только два значения, отличающиеся друг от друга на 180° . Обозначим θ_{an} и θ_{dn} угловое положение проекций возмущающего ускорения, принадлежащих соответственно восходящему и нисходящему узлу.

Учитывая, что положение линии узлов орбиты в орбитальной системе координат $O\xi\eta\zeta$ однозначно определяется значением аргумента перицентра ω (который измеряется в плоскости орбиты спутника от восходящего узла орбиты спутника на плоскости орбиты возмущающего тела), получим следующее выражение для углов θ_{an} и θ_{dn} :

$$\theta_{an} = 360^\circ - \omega; \quad \theta_{dn} = 180^\circ - \omega. \quad (23)$$

На рис. 11 показано положение линии узлов на плоскости орбиты спутника, соответствующее двум значениям аргумента перицентра ω_{III} и ω_{IV} , принадлежащим соответственно III и IV четвертям.

Восходящие узлы орбиты для этих случаев обозначены соответственно Ω_3 и Ω_4 , соответствующие значения аргумента перицентра показаны для ω_{III} — отрезком дуги окружности большего радиуса, а для ω_{IV} — меньшего радиуса. В первом случае значения θ_{an3} и θ_{dn3} , удовлетворяющие соотношениям (23), принадлежат II и IV четверти, а во втором случае — θ_{an4} и θ_{dn4} принадлежат I и III четверти.

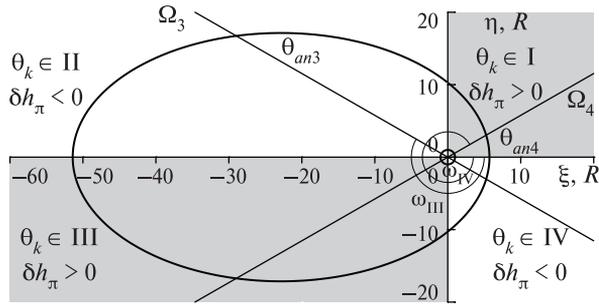


Рис. 11. Связь между аргументом перигея ω и углами θ_{an} и θ_{dn} проекции возмущающего ускорения на плоскость орбиты спутника для орбит, перпендикулярных к плоскости орбиты возмущающего тела

Исходя из этого можно сформулировать следующую теорему, которая уже практически доказана предыдущими рассуждениями.

Теорема 4. При наклонении орбиты спутника к плоскости орбиты возмущающего тела $i_0 = 90^\circ$ вековое возрастание высоты перигея (происходящее при значениях аргумента перигея, принадлежащих четвертям с чётными номерами) сопровождается монотонным возрастанием долгопериодической составляющей приращения высоты перигея, а вековое убывание высоты перигея (происходящее при значениях аргумента перигея, принадлежащих четвертям с нечётными номерами) сопровождается монотонным убыванием долгопериодической составляющей приращения высоты перигея.

О ПРЕДПОСЫЛКАХ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ВОЗМОЖНОСТИ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ КОРРЕКЦИИ ОРБИТЫ

Начнём с рассмотрения имеющихся в нашем распоряжении практических примеров.

Для обоснования возможности осуществления коррекции орбиты КА «Спектр-Р» сопоставим значения двух параметров, характеризующих каждую из двух рассмотренных выше составляющих эволюции орбиты.

$$h_{\pi \min}(a_0, \varepsilon_0, i_0, \omega_0) = -440 \text{ км} \text{ и } \text{ampl } \delta h_{\pi m} \left(a_0, \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) \right) = 1191 \text{ км.}$$

Первым из этих параметров является минимальное значение высоты перигея $h_{\pi \min}(a_0, \varepsilon_0, i_0, \omega_0)$, достижимое в процессе вековой эволюции орбиты. Второй параметр представляет собой минимальное значение амплитуды $\text{ampl } \delta h_{\pi m}(a_0, \varepsilon^*)$ долгопериодических колебаний приращения высоты перигея за полупериод орбитального движения Луны.

Сумма этих двух величин составляет 650 км и даёт основание для возможности осуществления коррекции орбиты за счёт «сдвига фазы» долгопериодической составляющей эволюции высоты перигея за полупериод орбитального движения Луны.

Для сравнения рассмотрим качественный анализ вековой составляющей орбиты КА «Интербол-1», начальные орбитальные данные которой приведены в табл. 4 и 5.

Таблица 4

Дата	a_0 [км]	a_0/R	e_0	i_{eq0} [град]	Ω_{eq0} [град]	ω_{eq0} [град]	P [сут]	$h_{п0}$ [км]	$r_{п0}/R$
3.VIII.95	100 000	16,1	0,93	62,9	260,8	314,2	4	700	1,1

Таблица 5

$\varepsilon^*(a_0/R)$	ε_0	i_0 [град]	ω_0 [град]	c_1	c_2	$\varepsilon_{\min}(c_1, c_2)$	$r_{\text{п min}}/R$	$\tau_\varepsilon(c_1, c_2)$	T_ε [годы]	T_{BR} [годы]
0,12	0,135	68,7	339	0,018	0,247	0,021	0,17	2,57	8,25	5,1

Исходя из теорем 2 и 3, используя выражения (15)–(19), можно установить принадлежность начальных орбитальных данных орбиты КА «Интербол-1» (так же, как и в случае орбиты КА «Спектр-Р») к многообразию Π , о чём свидетельствуют значения характерных параметров вековой составляющей эволюции этой орбиты:

$$c_1 = 0,018 < \varepsilon_{\min}(c_1, c_2) = 0,021 < \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) = 0,012 < \varepsilon_0 = \\ = 0,135 < \varepsilon_{23} \left(\frac{a_0}{R}, e_0, i_0 \right) = 0,85.$$

При этом начальное значение ω_0 , в соответствии с неравенством (18), принадлежит к той области, в которой вековая эволюция приводит к пересечению орбиты с поверхностью центрального тела.

Сопоставим минимальную высоту перигея, достижимую в процессе вековой эволюции, и минимальную амплитуду долгопериодических колебаний приращения высоты перигея за виток под влиянием гравитационных возмущений от Луны:

$$h_{\text{п min}}(a_0, \varepsilon_0, i_0, \omega_0) = -5287 \text{ км и } \text{ampl } \delta h_{\text{п min}} \left(a_0, \varepsilon^* \left(\frac{a_0}{R} \right) \right) = 184 \text{ км.}$$

Исходя из того, что сумма этих параметров составляет -5103 км, можно убедиться в том, что рассчитывать на возможность коррекции орбиты за счёт сдвига фазы долгопериодической составляющей в этом случае не приходится.

Как известно, реальное время существования КА «Интербол-1» на орбите, выбранной исходя из задач проекта, составило около 4,5 лет. Попробуем найти пути решения этой задачи с более длительным временем баллистического существования.

УВЕЛИЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО СУЩЕСТВОВАНИЯ ЗА СЧЁТ ВЫБОРА НАЧАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ АРГУМЕНТА ПЕРИГЕЯ

Рассмотрим семейство орбит с начальными значениями ε_0 и i_0 из табл. 5 и свободным начальным значением аргумента перигея ω_0 , измеренного относительно плоскости эклиптики. Фазовый портрет этого семейства орбит показан на рис. 12.

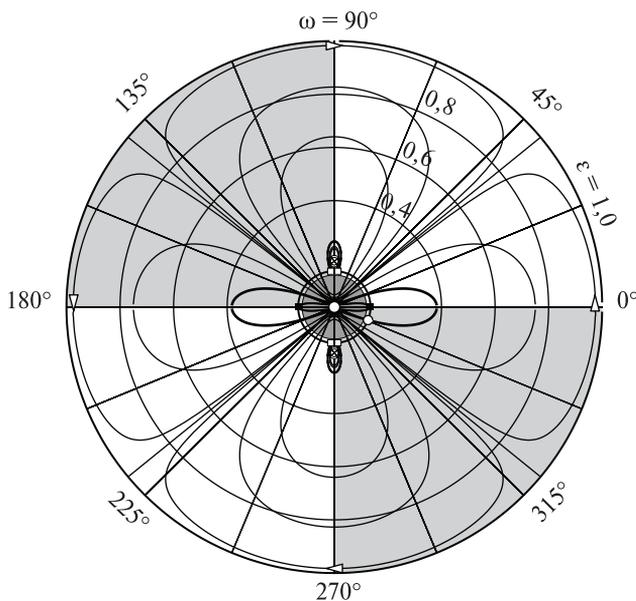


Рис. 12. Фазовый портрет интегральных кривых семейства орбит типа орбиты КА «Интербол-1» со свободным параметром ω_0

На этом рисунке интегральная кривая, соответствующая начальному значению ω_0 орбиты КА «Интербол-1», показана утолщённой линией, которая проходит через отмеченную светлым кружком точку на окружности радиуса ϵ_0 . Остальные интегральные кривые рассматриваемого семейства орбит с фиксированным значением ϵ_0 показаны более тонкими линиями. Тёмно-серой тонировкой показана кольцевая область значений ϵ , удовлетворяющих неравенству $c_1 = \epsilon_0 \cos^2 i_0 < \epsilon \leq \epsilon^*(a_0/R)$.

Сравнивая этот фазовый портрет с аналогичным фазовым портретом, показанным на рис. 8 и построенным исходя из начальных орбитальных элементов КА «Спектр-Р», можно увидеть много существенных различий, за которыми теряется главное сходство, состоящее в принадлежности обоих семейств орбит одному и тому же многообразию III.

Основное различие объясняется тем, что в первом случае всё семейство интегральных кривых соответствует положительным значениям c_2 , в то время как во втором случае (см. рис. 12) присутствуют интегральные кривые, соответствующие значениям c_2 разного знака. Интегральные кривые этого семейства разделены между собой границей (сепаратрисой), соответствующей значению $c_2 = 0$. Направления движения фазовой точки вдоль интегральных кривых на рисунках указаны стрелками. В соответствии с этим в области положительных значений c_2 эволюция аргумента перигея происходит в направлении движения по часовой стрелке, а в области отрицательных значений c_2 — в обратном направлении.

Четыре светлых квадрата на окружности радиуса ϵ_0 соответствуют граничным значениям $\omega_0 = \omega_3(a_0/R, \epsilon_0, i_0)$, полученным из выражения (17). Эти границы делят область возможных значений аргумента перигея ω_0 на четыре части. В двух областях значений ω_0 , центрированных значениями $\omega_0 = 90^\circ$ и $\omega_0 = 270^\circ$, удовлетворяется неравенство (19) и вековая эволюция фокального

параметра не приводит к соударению спутника с центральным телом. Однако орбиты с такими значениями ω_0 не являются подходящими для решения основной задачи проекта ИНТЕРБОЛ — достижение удалённых областей хвостовой части магнитосферы.

Остаётся искать подходящие значения ω_0 в областях, в которых выполняется неравенство (18) и вековая эволюция фокального параметра приводит к пересечению орбиты спутника с поверхностью Земли. В этой области можно найти такие начальные значения аргумента перигея ω_0 , которые могут обеспечить достаточно длительное время баллистического существования. Эти значения ω_0 нужно искать вблизи сепаратрисы, соответствующей нулевому значению интегральной константы c_2 .

Решение этой задачи было предложено в работе трёх авторов: Р. Р. Назирова, В. И. Прохоренко, А. И. Шейхет [Назирова и др., 2002]. Первоначально в качестве начального приближения для решения этой задачи было выбрано значение ω_0 , соответствующее значению $c_2 = 0$ и удовлетворяющее равенству $\sin^2 \omega_0 = 2/(5 \sin^2 i_0)$.

Однако, прогнозируя эволюцию выбранной орбиты численным методом, пришлось столкнуться с некоторыми неожиданностями и убедиться, что, в рассматриваемом случае граница, разделяющая области либрационного и ротационного характера эволюции аргумента перигея, фактически не проходит через значение $c_2 = 0$, а лежит в области положительных значений c_2 . В результате с помощью численного интегрирования полной системы дифференциальных уравнений удалось найти такие начальные значения аргумента перигея, при которых время баллистического существования могло бы составить около 15 лет.

Однако вернёмся к сегодняшним задачам и подведём некоторые итоги.

ЧТО ДАЁТ НАМ ОПЫТ ВЕКОВОЙ ЭВОЛЮЦИИ ОРБИТЫ КА «СПЕКТР-Р» С НАЧАЛЬНЫМ НАКЛОНЕНИЕМ К ПЛОСКОСТИ ЭКЛИПТИКИ $\sim 30^\circ$?

Вековая эволюция под влиянием внешних гравитационных возмущений может приводить к пересечению орбиты с поверхностью планеты и при начальных значениях наклона i_0 , отнюдь не близких к 90° . Предпосылкой для этого является близость к нулю интегральной константы $c_1 = \varepsilon_0 \cos^2 i_0$. Заметим, что при $i_0 = 90^\circ$ значение c_1 равно нулю при любых начальных значениях фокального параметра ε_0 .

Для орбит с небольшим начальным наклоном i_0 существует возможность предотвращения пересечения с поверхностью Земли за счёт другой составляющей эволюции высоты перигея, период которой совпадает с полупериодом орбитального движения Луны.

Амплитуда этой составляющей зависит от значения большой полуоси, текущего значения эксцентриситета и наклона орбиты к плоскости эклиптики, а также от динамических характеристик центрального и возмущающего тела (Луны). Именно, при небольших значениях наклона орбиты к плоскости эклиптики, упомянутые колебания приращения высоты перигея за оборот спутника по орбите, в зависимости от фазы, могут спасти (или погубить) спутник от соударения с Землёй в «критический момент», находящийся вблизи точки минимума вековой составляющей эволюции перигейного рас-

стояния орбиты. «Сдвиг фазы» можно осуществить при помощи превентивной коррекции большой полуоси орбиты, которая (коррекция) «запускает механизм сдвига» спутника вдоль орбиты, приводящий к нужному изменению упомянутой фазы.

НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫБОРУ НАЧАЛЬНЫХ ОРБИТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Остановимся на некоторых практических вопросах выбора орбит, рассмотренных в работах [Прохоренко, 2014а, б] на основе вышеизложенных качественных исследований.

О выборе начального значения эксцентриситета орбиты с учётом амплитуды долгопериодической составляющей эволюции орбиты

Начнём с того, что значения высоты перигея и амплитуды зависят от одних и тех же параметров: большой полуоси орбиты и эксцентриситета, — и при постоянном значении большой полуоси, по мере возрастания высоты перигея, возрастает и амплитуда $ampl \delta h_{\pi m}(a_0, e_0)$ долгопериодической составляющей, обусловленной влиянием возмущающего тела (Луны). Однако скорости этих возрастных разные. Поэтому при возрастании высоты перигея возрастает и разность $h_{\pi}(a, e) - ampl \delta h_{\pi m}(a, e)$. Если при небольших значениях высоты перигея $h_{\pi}(a, e)$ эта разность может иметь отрицательный знак, то при возрастании высоты перигея она становится положительной. Поэтому долгопериодическая составляющая играет существенную роль лишь при таких значениях высоты перигея, при которых эта разность является отрицательной или меньше некоторого критического положительного значения. Исходя из этого для любого значения большой полуоси и любого наперёд заданного «запаса высоты перигея» $h_{\pi cr}$ можно выбрать такое начальное значение эксцентриситета, при котором выполняется соотношение

$$h_{\pi}(a, e_0) = ampl \delta h_{\pi m}(a, e_0) + h_{\pi cr}. \quad (24)$$

В работе [Прохоренко, 2014б] описана основанная на этом методика выбора начального значения $h_{\pi}(a, e_0)$ с любым наперёд заданным «запасом».

Подставляя в уравнение (24) выражение для высоты $h_{\pi 0}(1 - e_0) - R$ и выражение (22) для амплитуды и возводя в квадрат левую и правую части этого уравнения, получим уравнение четвёртой степени относительно e_0

$$-Q_m^2 a_0^8 e_0^4 + (Q_m^2 a_0^8 - a_0^2) e_0^2 + 2(a_0 - R - h_{\pi cr}) a_0 e_0 - (a_0 - R - h_{\pi cr})^2 = 0. \quad (25)$$

Подставляя в это уравнение любое наперёд заданное значение $h_{\pi cr}$ и используя действительные корни этого уравнения, получаем искомые начальные значения эксцентриситета $e_0(a_0, h_{\pi cr})$ и соответствующие им значения высоты перигея $h_{\pi 0}(a_0, h_{\pi cr})$.

На рис. 13 при трёх значениях $h_{\pi cr}$ линиями различного стиля показаны результаты расчётов начального значения $h_{\pi 0}(a_0, h_{\pi cr})$ для $a_0 \in (100\ 000, 190\ 000)$ км). Использованные при расчётах значения $h_{\pi cr}$ указаны справа от каждой линии.

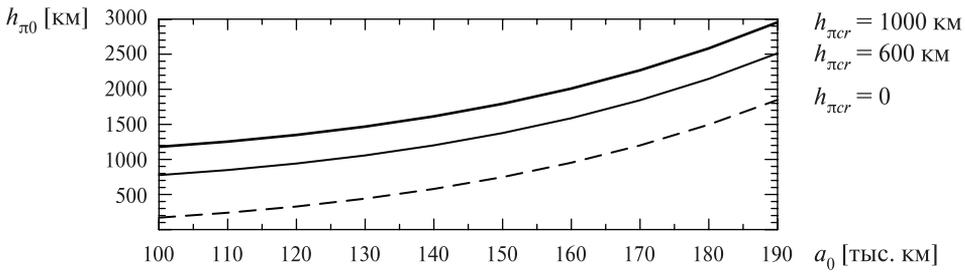


Рис. 13. Начальные значения высоты перигея, выбранные для каждого значения большой полуоси с учётом трёх вариантов наперёд заданного запаса высоты $h_{\pi cr}$

Выбирая начальные значения $h_{\pi}(a, e_0)$ с заданным запасом, можно обеспечить свободу выбора даты запуска спутника при адекватном выборе начальных значений угловых элементов i_0 и ω_0 с учётом вековой составляющей эволюции высоты перигея.

Практические аспекты выбора начальных значений угловых орбитальных элементов с учётом вековой эволюции орбиты

Практические рекомендации по выбору начальных условий с учётом вековой эволюции орбит под влиянием внешних гравитационных возмущений, вытекают из теорем о многообразии начальных условий, приводящих (или не приводящих) к пересечению орбит с поверхностью планеты конечного радиуса в двукратно осреднённой задаче Хилла. Формулировки этих теорем приведены выше, в разделе «Теоремы о многообразиях типа I, II, III...», а доказательства — в работах [Прохоренко, 2007; Prokhorenko, 2011]. Сформулируем некоторые следствия, вытекающие из указанных теорем.

1. Согласно *теореме 1*, для фиксированного значения большой полуоси орбиты спутника исходя из значения $\epsilon^*(a_0/R)$, определяемого формулой (9), можно найти границу i_{01} диапазона $0 \leq \cos^2 i_0 \leq \cos^2 i_{01}$ значений наклона i_0 орбиты спутника к плоскости эклиптики, принадлежащих многообразию I:

$$\cos^2 i_{01} = \frac{3}{5} \epsilon^* \left(\frac{a}{R} \right). \tag{26}$$

2. В области значений i_0 , удовлетворяющих неравенству $0 < \sin^2 i_0 < 1 - \frac{3}{5} \epsilon^* \left(\frac{a}{R} \right)$, при любом начальном значении фокального параметра ϵ_0 , которое удовлетворяет неравенству $\epsilon^*(a/R) < \epsilon_0 < 1$, согласно *теореме 2*, можно найти границу i_{02} , разделяющую области значений i_0 , принадлежащих многообразиям II и III,

$$\sin^2 i_{02} \left(\epsilon_0, \frac{a}{R} \right) = \frac{\left(\epsilon_0 - \epsilon^* \left(\frac{a}{R} \right) \right) \left(1 - \frac{3}{5} \epsilon^* \left(\frac{a}{R} \right) \right)}{\epsilon_0 \left(1 - \epsilon^* \left(\frac{a}{R} \right) \right)}. \tag{27}$$

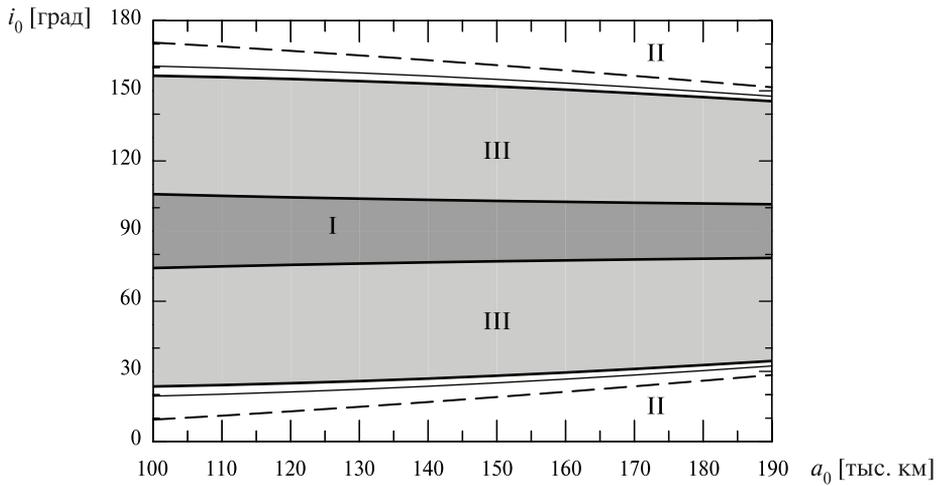


Рис. 14. Зависимость границ многообразий I, II, III в области $0 < i_0 < 180^\circ$ от начальных значений большой полуоси орбиты спутника и высоты перигея над поверхностью шарообразной Земли радиуса R

Из *теоремы 2* следует, что значение i_{02} является верхней границей области $0 < \sin^2 i_0 \leq \sin^2 i_{02}(\varepsilon_0, a/R)$ значений i_0 , принадлежащих многообразию II, и нижней границей области $\sin^2 i_{02} < \sin^2 i_0$ значений i_0 , принадлежащих многообразию III.

На рис. 14 в области возможных значений $0 < i_0 < 180^\circ$ наклона орбиты к плоскости орбиты возмущающего тела показаны границы i_{01} и i_{02} при значениях большой полуоси орбиты спутника, принадлежащих диапазону $100\,000 < a_0 < 190\,000$ км. Линиями разного стиля показаны границы i_{02} , полученные исходя из трёх значений ε_0 , соответствующих трём значениям $h_{\pi 0}$, показанным на рис. 13. Тонировкой выделены области значений i_0 , принадлежащих соответствующим многообразиям: самой тёмной тонировкой показана область, принадлежащая многообразию I, более светлой — область, принадлежащая многообразию III, без тонировки оставлена область, принадлежащая многообразию II.

3. На многообразиях II вековая эволюция не приводит к пересечению орбиты с поверхностью планеты при любых начальных значениях аргумента перигея ω_0 . А на многообразиях III, согласно *теореме 3*, имеется определяемая выражением (17) граница $\omega_3(a_0/R, \varepsilon_0, i_0)$, выделяющая область значений ω_0 , не приводящих к пересечению орбиты с поверхностью планеты:

$$\sin^2 \omega_0 > \sin^2 \omega_3 \left(\varepsilon^* \left(\frac{a}{R} \right), \varepsilon_0, i_0 \right).$$

4. На многообразиях II и III выполняются неравенства $c_1 = \varepsilon_0 \cos^2 i_0 \leq \varepsilon_{\min}(c_1, c_2) \leq \varepsilon_0$ и $h_{\pi \min}(a_0, c_2, c_2) \leq h_{\pi 0}(a_0, \varepsilon_0)$, которые означают, что минимальное значение высоты перигея орбиты в процессе вековой эволюции не превосходит своего начального значения. И только при начальных значениях $\omega_0 = 270^\circ$ или 90° и значениях i_0 , принадлежащих многообразиям II и III, в процессе вековой эволюции орбиты сохраняются неравенства $\varepsilon^* < \varepsilon_{\min} = \varepsilon_0$ и $0 < h_{\pi \min} = h_{\pi 0}$, и минимальное значение высоты перигея остаётся равным своему начальному значению.

ИТОГИ

Используя приведённые в работе практические рекомендации, связанные с выбором начальных орбитальных данных, с учётом времени баллистического существования, следует обратить особое внимание на тот факт, что эти рекомендации действуют в области преобладающего влияния внешних гравитационных возмущений, при начальных значениях больших полуосей, удовлетворяющих неравенству (20).

На рис. 15 показан полученный численным интегрированием прогноз эволюции перигейного расстояния и времени баллистического существования орбит КА серии «Прогноз» (1972–1995) и орбиты КА «Спектр-Р» (2011) (после её коррекции). Значения больших полуосей этих орбит принадлежат указанному диапазону.

Орбиты, принадлежащие области преимущественного действия асимптотики сжатия планеты, определяемой неравенством $a_0 < 37\,000$ км, как и все другие орбиты спутников, и даже траектории ракет большой дальности также испытывают влияние гравитационных возмущений от внешних тел.

Эволюция эксцентриситета (и высоты перигея) этих орбит под влиянием гравитационных возмущений от внешних тел может приводить к падению спутников на поверхность Земли. Однако в этом случае вековая эволюция эксцентриситета под влиянием внешних гравитационных возмущений происходит по другим правилам, которые определяются закономерностями вековой эволюции угловых элементов, управляемой преимущественным влиянием сжатия Земли. Эти закономерности получены в работе [Охоцимский и др., 1957] трёх авторов Д. Е. Охоцимского, Т. М. Энеева и Г. П. Таратыновой без учёта гравитационных возмущений от внешних тел и заключаются в том, что вековой эволюции подвержены угловые элементы ω_{eq} и Ω_{eq} , измеренные относительно невращающейся экваториальной системы координат, при сохранении значений i_{eq0} и ε_0 .

Отметим, что в статье [Охоцимский и др., 1957] упомянутое в названии время существования исследуется для орбит со значениями больших полуосей $a_0 < 1000$ км, принадлежащих области преимущественного влияния возмущений, обусловленных влиянием атмосферы Земли.

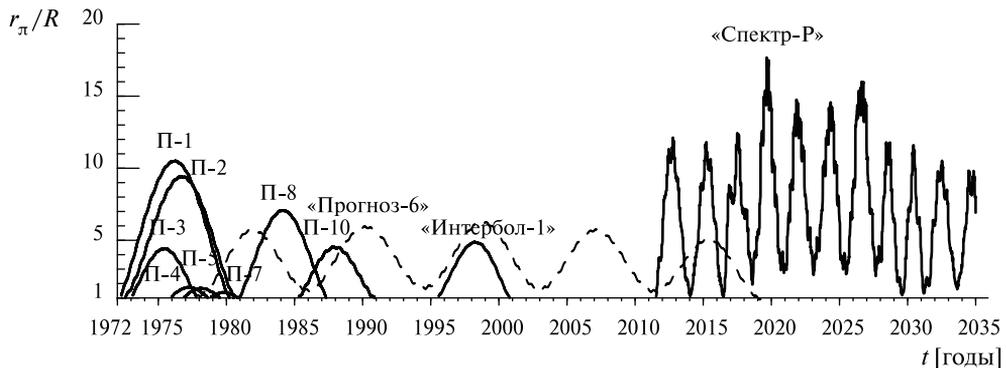


Рис. 15. Численный расчёт эволюция геоцентрического перигейного расстояния орбит КА серии «Прогноз» и КА «Спектр-Р»

Качественным исследованиям вековой составляющей эволюции и времени баллистического существования орбит под влиянием сжатия Земли с учётом внешних гравитационных возмущений в области $1000 < a_0 < 37\,000$ км посвящена работа [Прохоренко, 2006]. В этой работе рассматривается ряд методических примеров, из которых можно извлечь полезные практические рекомендации по выбору начальных значений орбитальных элементов с учётом времени баллистического существования.

Выполненные в этом направлении исследования оказались весьма плодотворными и заслуживают продолжения и систематизации.

Что касается области паритетного влияния смешанных возмущений (полярного сжатия Земли и внешних гравитационных возмущений), соответствующей значениям больших полуосей, удовлетворяющих неравенству $37\,000 < a < 100\,000$ км, то в этом случае задача усложняется, поскольку при этом угловые элементы испытывают одновременное влияние двух рассматриваемых возмущений. Для качественных исследований вековой составляющей эволюции орбит в этой области можно использовать некоторые интегрируемые случаи, указанные в работе М. Л. Лидова и М. В. Ярской (1974), но для решения этой задачи в общем случае нужно искать свои подходы.

В области значений большой полуоси, удовлетворяющих неравенству (20), которой, в основном, посвящена настоящая работа, задачу о выборе орбит с учётом вековой составляющей эволюции под влиянием возмущений от внешних тел можно считать решённой.

Но и в этом случае существуют вопросы, для решения которых нужны дополнительные исследования. Один из таких вопросов касается учёта влияния прецессии орбиты Луны, наклонение которой к плоскости эклиптики составляет $5,5^\circ$, а период прецессии — около 18,5 лет.

На рис. 1 даны результаты численных расчётов эволюции орбит КА серии «Прогноз» и показано наличие некоторой дополнительной составляющей, «накладывающейся» на вековую эволюцию орбиты КА «Прогноз-6». К этой дополнительной составляющей в своё время привлёк внимание автора Павел Ефимович Эльясберг (в 1980 г.) в процессе обсуждения этого рисунка, заметив монотонное возрастание минимального значения перигейного расстояния орбиты КА «Прогноз-6» с каждым новым периодом вековой составляющей эволюции этой орбиты.

Рассматривая рис. 15, можно убедиться, что возрастание минимального перигейного расстояния орбиты КА «Прогноз-6» постепенно сменяется монотонным убыванием этой составляющей и, как показывают расчёты, приводит в начале 2019 г. к падению КА «Прогноз-6» на Землю.

Это и есть проявление влияния прецессии орбиты Луны. Подобный эффект, даже в более явном виде, наблюдается в процессе вековой эволюции орбиты КА «Спектр-Р». На рис. 15 видно, что минимальные значения перигейного расстояния этой орбиты на промежутке времени от 2017 до 2028 г. имеют значительный подъём, а затем возвращаются к первоначальному состоянию. Это выглядит как одно из подтверждений известной теоремы Пуанкаре о возвращении замкнутой динамической системы к своему первоначальному состоянию.

Возникает естественный вопрос, чем можно объяснить отличие в поведении составляющей эволюционного процесса, связанной с прецессией орбиты Луны, в двух рассматриваемых случаях?

Подсказку можно найти, исследуя табл. 1 и 3 и убедившись в существенном различии начальных значений наклона рассматриваемых орбит к плоскости эклиптики. Наклонение орбиты КА «Прогноз-6» составляет $\sim 42^\circ$, а наклонение орбиты КА «Спектр-Р» — $\sim 30^\circ$. Определённую роль играет и отличие в начальных значениях больших полуосей этих орбит.

Из этих примеров видно, что прецессия орбиты Луны является существенной составляющей эволюции орбит и может влиять на время баллистического существования спутника, а управлять этой составляющей можно путём выбора начальных орбитальных данных и даты запуска.

В заключение хотелось бы выразить благодарность доктору технических наук, профессору Б. И. Рабиновичу, за науку, за многочисленные ценные советы и доброжелательные обсуждения, а также за моральную поддержку. В последние годы своей жизни, с 1993 г., Борис Исаакович был главным научным сотрудником ИКИ РАН, 22 июня 2014 г. ему исполнилось бы 90 лет, а 20 января 2010 г. его не стало, но он незримо присутствует на страницах этой работы. Светлая память навсегда останется в сердцах тех, кто знал Бориса Исааковича.

ЛИТЕРАТУРА

- [Артюхов и др., 2012] *Артюхов М. И., Хартов В. В., Шишаков А. Е.* и др. Космическая миссия «Радиоастрон». Первые результаты // Вестник. Научно-технический журн. ФГУП НПО им. С. А. Лавочкина. 2012. № 3. С. 2.
- [Вашковьяк, 1999] *Вашковьяк М. А.* Об эволюции орбит далёких спутников Урана // Письма в Астрономический журн. 1999. Т. 23. № 7. С. 564–560.
- [Гордеева, 1968] *Гордеева Ю. Ф.* Зависимость элементов от времени в долгопериодических колебаниях в ограниченной задаче трёх тел // Космич. исслед. 1968. Т. 6. № 4. С. 536.
- [Лидов, 1961] *Лидов М. Л.* Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. № 8. С. 5.
- [Лидов, 1963] *Лидов М. Л.* О приближённом анализе эволюции орбит искусственных спутников // Проблемы движения искусственных небесных тел: Доклады на Конференции по общим и прикладным вопросам теоретической астрономии. Москва 20–25 ноября 1963. М.: Астрономический Совет АН СССР. 1963. С. 119–134.
- [Лидов, Ярская, 1974] *Лидов М. Л., Ярская М. В.* Интегрируемые случаи в задаче об эволюции орбиты спутника при совместном влиянии внешнего тела и нецентральнойности поля планеты // Космич. исслед. 1974. Т. 12. № 2. С. 155–170. (Cosmic Research P. 139).
- [Назирова и др., 2002] *Назирова Р. Р., Прохоренко В. И., Шейхет А. И.* Ретроспективный геометрический анализ долгопериодической эволюции орбит и времени баллистического существования ИСЗ серии «Прогноз» // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 5. С. 538–554.
- [Прохоренко, 2002] *Прохоренко В. И.* Исследование времени баллистического существования эллиптических орбит, эволюционирующих под влиянием гравитационных возмущений внешних тел // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 3. С. 285–294.
- [Прохоренко, 2006] *Прохоренко В. И.* Долговременная эволюция орбит ИСЗ под влиянием гравитационных возмущений, обусловленных сжатием Земли, с учётом возмущений от внешних тел // Изв. ВУЗов. Физика. Издание ТГУ. 2006. (2 Приложение). С. 63–73.

- [Прохоренко, 2007] *Прохоренко В. И.* Об условиях пересечения орбиты спутника с поверхностью центрального тела конечного радиуса в двукратно осреднённой ограниченной задаче трёх тел // Труды МИАН РАН. 2007. Т. 259. С. 156–173. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics 259: 150–166.
- [Прохоренко, 2014a] *Прохоренко В.* Об особенностях долговременной эволюции высокоапогейной орбиты КА «Спектр-Р» // Космич. исслед. 2014. Т. 52. С. 132–152.
- [Прохоренко, 2014б] *Прохоренко В. И.* Проблема выбора высокоапогейных орбит искусственных спутников Земли с учётом времени баллистического существования // Космонавтика и ракетостроение. 2014. Т. 74. № 1. С. 30–41.
- [Охоцимский и др., 1957] *Охоцимский Д. Е., Энеев Т. М., Таратынова Г. П.* Определение времени существования искусственного спутника Земли и исследование вековых возмущений его орбиты // Успехи физ. наук (УФН). 1957. Т. 83. № 1а. С. 33–50.
- [Эльясберг, 1965] *Эльясберг П. Е.* Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли. М.: Физматлит, 1965. 540 с.
- [Prokhorenko, 2011] *Prokhorenko V. I.* On manifolds of initial conditions leading to intersection of orbits of satellites with planet under weak gravitational perturbations // Functional Analysis and Other Mathematics. 2011. V. 3. N. 2. P. 135–167. doi: 10.1007/s11853-011-0046-y.

ON THE APPLICATION OF QUALITATIVE METHODS OF PERTURBATION THEORY IN SOLVING PRACTICAL PROBLEMS OF SELECTION AND CORRECTION OF THE ORBITS OF THE SATELLITES OF THE PLANETS GIVEN THE SECULAR AND LONG-PERIOD COMPONENTS OF THE EVOLUTION UNDER THE INFLUENCE OF EXTERNAL GRAVITATIONAL PERTURBATIONS

V. I. Prokhorenko

Space research institute of Russian Academy of Sciences (IKI RAN)

The article provides an overview of the author's work performed at the Space Research Institute for last fifteen years. We discuss the qualitative methods using for analysis of the evolution and the ballistic lifetime of the orbits of the satellites of the planets under the influence of external gravitational perturbations taking into account perturbations caused by the gravitational field of the planet. These studies are based on the developed by M. Lidov and his disciples over 50 years ago qualitative theory of perturbations of a satellite version of the limited spatial elliptic three-body problem (the Hill problem) with account of the planet's oblateness. Given the approximate nature of the qualitative perturbation theory, much attention is paid to the estimates of the boundaries of the region of the predominant influence of each of the considered disturbing factors; besides, the verification of the results obtained by numerical integration of the full system of differential equations of the perturbed motion is mandatory. Considered in the paper examples and practical recommendation applied to the dynamic system Earth-Moon-Sun.

Keywords: artificial satellites' orbits, evolution of orbits, perturbation theory application, qualitative methods, external gravitational perturbations, perturbations caused by gravitational field of planet, planet's Oblateness, secular and long-period components of the evolution, ballistic lifetime, manifolds of initial orbital data classifications, practical recommendations.

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ТРАЕКТОРИЯ ДЛЯ ПИЛОТИРУЕМОЙ МИССИИ К ОКОЛОЗЕМНОМУ ОБЪЕКТУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ

С. А. Аксёнов¹, Д. У. Данхэм², С. А. Бобер¹, Е. Н. Чумаченко³

¹ Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), Россия

² Компания KinetX Aerospace, США

³ Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (МИЭМ НИУ ВШЭ), Россия

Рассмотрена возможность использования точек либрации при проектировании миссий к околоземным объектам. Разработан сценарий возможной пилотируемой миссии к астероиду 1994 XL1, предполагающей старт с гало-орбиты вокруг точки либрации L_2 системы Земля-Луна и возвращение на неё после пролёта астероида. Для минимизации затрат топлива используются облёты Луны и транзитные орбиты между транслунной точкой либрации и точками L_1 и L_2 системы Солнце-Земля. Суммарные затраты характеристического импульса для реализации предложенной миссии составляют менее 432 м/с.

Ключевые слова: точки либрации, гало-орбита, высокоэллиптическая орбита, характеристическая скорость, реалистичная система сил.

ВВЕДЕНИЕ

Точки либрации являются точками равновесия гравитационных сил в системе двух массивных тел, вращающихся вокруг общего барицентра. Таким образом, если поместить в одну из таких точек некое тело бесконечно малой массы, то его положение относительно массивных тел будет неизменным с течением времени. В системе двух массивных тел таких точек пять: коллинеарные — L_1 , L_2 , L_3 и треугольные — L_4 , L_5 . Расположение наиболее близких к Земле точек либрации схематично изображено на рис. 1.

Внимание к точкам либрации при разработке космических миссий было впервые обращено в 1950 г. Артуром С. Кларком была предложена идея использования точки L_2 системы Земля-Луна для помещения в неё ретранслятора радио- и телесигналов, который сможет обеспечивать связь между Землёй и колониями, расположенными на обратной стороне Луны [Clarke, 1957].

Из пяти точек либрации системы Земля-Луна двумя, наиболее предпочтительными для исследования человеком, являются близкие к Луне точки L_1 и L_2 системы Земля-Луна. При использовании траектории с облётом Луны, впервые описанной Р. У. Фаркуаром [Farquhar, 1971], необходимый для достижения точки L_2 системы Земля-Луна импульс ΔV может быть ниже, чем для достижения точки L_1 , несмотря на гораздо большее расстояние от Земли.

Аксёнов Сергей Алексеевич — научный сотрудник, кандидат технических наук, aksenov.s.a@gmail.com

Данхэм Дэвид Уоринг — главный инженер по проектированию миссий, david.dunham@kinetx.com

Бобер Станислав Алексеевич — программист, stas.bober@gmail.com

Чумаченко Евгений Николаевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой механики и математического моделирования

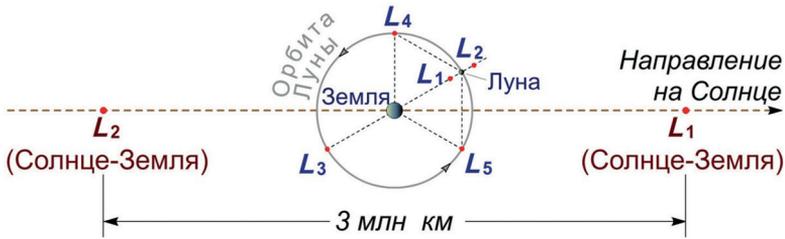


Рис. 1. Околоземные точки либрации

Кроме этого, точка L_2 системы Земля-Луна гораздо более интересна с научной точки зрения, чем точка L_1 , поскольку предоставляет возможность для проведения операций при помощи подвижной станции на неизученной дальней стороне Луны, являющейся приоритетной для изучения космогонии и истории раннего развития Солнечной системы [Hopkins et al., 2013].

С 2009 г. группа ведущих компаний космической индустрии разрабатывает концепцию создания международной космической станции, которая должна стать следующим шагом человечества в освоении космического пространства. В данную группу входят компании Boeing (США), Astrium (Европа), Lockheed Martin Space Systems Company (США), MDA (Канада), Mitsubishi Heavy Industries МНН (Япония), РКК «Энергия» (Россия) и Thales Alenia Space (Европа). Использование транслунной точки либрации (точки L_2 в системе Земля-Луна) для размещения создаваемой станции было признано членами данной международной группы наиболее логичным следующим шагом в освоении космического пространства [Duggan et al., 2012; Hopkins et al., 2012; Tsuboi et al., 2012; Viscio et al., 2012].

Некоторые концепции использования точек либрации для освоения космического пространства предложены в работе [Farquhar et al., 2004]. Для реализации полётов к околоземным космическим объектам межпланетный транспортный корабль (МТК) может быть собран на орбите вокруг точки L_2 , а затем переведён с этой орбиты на высокоэллиптическую вокруг Земли. С помощью технологии двойного облёта Луны (ДОЛ) данная орбита может быть повёрнута таким образом, чтобы её перигей совпадал с отлётной асимптотой гиперболической траектории, проходящей рядом с околоземным объектом. Космонавты доставляются на борт МТК в перигее высокоэллиптической околоземной орбиты и покидают его перед манёвром Оберта у Земли, после чего МТК отправляется обратно в окрестность транслунной точки либрации.

В работе данная концепция исследуется с помощью компьютерного моделирования с целью оценки затрат характеристической скорости ΔV на примере миссии к околоземному астероиду 1994 XL1.

ИНСТРУМЕНТАРИЙ

Для моделирования траектории был использован пакет GMAT (General Mission Analysis Tool), позволяющий рассчитывать траектории движения космических объектов в Солнечной системе [GMAT, 2013]. Описание миссий в среде GMAT осуществляется посредством специального языка сценариев,

который обеспечивает широкие возможности для анализа и оптимизации характеристик траекторий космических аппаратов.

При интегрировании траекторий использовался метод Рунге-Кутты 9-го порядка с контролем ошибки 8-го порядка и автоматическим подбором шага для обеспечения относительной ошибки в пределах 10^{-12} . Была использована гравитационная модель, включающая воздействие всех планет Солнечной системы и Луны. Солнце, Луна и все планеты, кроме Земли, учитывались как точечные массы, для Земли была выбрана модель гравитации EGM-96 с учётом гармоник до 20-го порядка.

ДОСТАВКА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ГАЛО-ОРБИТУ ВОКРУГ ТРАНСЛУННОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ

Как было показано в работе [Farquhar, 1971], наиболее эффективное попадание в окрестность точки L_2 системы Земля-Луна может быть обеспечено за счёт гравитационного манёвра около Луны. Анализ краткосрочных миссий в окрестность транслунной точки либрации без выхода на квазипериодическую орбиту вокруг неё приведён в работах [Аксёнов и др., 2013; Николаева и др., 2013; Dunham et al., 2012]. В статье [Hopkins et al., 2013] гравитационный манёвр у Луны используется для выведения аппарата на гало-орбиту с амплитудой в плоскости вращения Луны, равной 35 000 км.

Одно из преимуществ гало-орбит заключается в отсутствии затмений аппарата Луной, что может происходить при длительном нахождении на орбите Лиссажу [Федоренко и др., 2013]. Для рассматриваемой миссии была выбрана гало-орбита с амплитудой 45 000 км.

Трансфер на выбранную орбиту вокруг транслунной точки либрации происходил по схеме, представленной на рис. 2. Стартовый импульс с околоземной парковочной орбиты выполняется третьей ступенью ракеты-носителя и составляет 3,137 км/с. Данный манёвр направляет аппарат к Луне, так, что в лунном перицентре траектории он оказывается на расстоянии 50 км от поверхности.

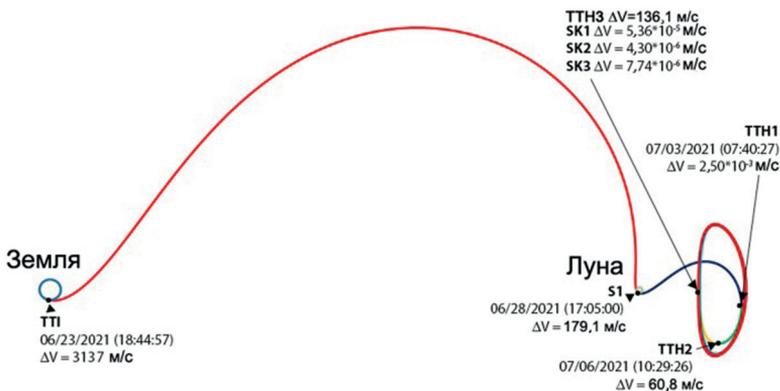


Рис. 2. Траектория выведения аппарата на гало-орбиту во вращающейся системе координат с фиксированным направлением Земля-Луна

На рис. 2 эта точка обозначена S1. В ней осуществляется манёвр, который уменьшает скорость аппарата на 179 м/с, что позволяет ему «зацепиться» за точку L_2 . Аппарат огибает точку L_2 , и после совершения двух промежуточных манёвров (ТТН1 и ТТН2) с суммарным ΔV менее 61 м/с оказывается в точке, принадлежащей гало-орбите, где совершается манёвр (ТТН3), выводящий его на гало-орбиту ($\Delta V = 136$ м/с).

Для удержания аппарата на гало-орбите необходимы корректирующие манёвры SK1, SK2, SK3, которые совершаются один раз в два оборота. Орбиты вокруг точек либрации неустойчивы, и рассчитать их сколь угодно длинный промежуток времени невозможно из-за ограничения машинной точности. Вследствие этого необходимы коррекции, в качестве которых нужно рассматривать манёвры ТТН1, SK1, SK2 и SK3. Данные коррекции нужны для обеспечения возможности расчёта траектории. В реальности, настолько малые значения ΔV не осуществимы. Кроме того, вследствие неточности определения положения и скорости аппарата и исполнения манёвров, коррекции необходимо осуществлять чаще, и с большими ΔV , однако величина таких коррекций составляет порядка 0,1 м/с и крайне незначительно влияет на общую схему миссии и оценки суммарных затрат ΔV .

ТРАЕКТОРИЯ СБЛИЖЕНИЯ С АСТЕРОИДОМ 1994 XL1

Для демонстрации возможности выполнения миссии к астероиду из окрестности транслунной точки либрации был осуществлён поиск околоземных объектов диаметром 100 м и более, миссии к которым возможны при отлёте с гало-орбиты после 1 сентября 2021 г. Таким образом, рассматриваются возможности траекторий с отлётом от Земли между 1 апреля 2022 и 1 апреля 2023 г.

С помощью известных методик [Zimmer, Messerschmid, 2011] и программного обеспечения SpaceFlightSolution's Mission Analysis Environment (MAnE) [Horsewood, 2013] были получены низкоэнергетические годовые возвратные траектории для 18 астероидов, удовлетворяющих вышеописанным условиям. Критерием выбора 1994 XL1 была близость перигея отлётной траектории к плоскости орбиты Луны, в которой расположены траектории ДОЛ.

После определения отлётной траектории с помощью MAnE была построена траектория, переводящая аппарат с гало-орбиты вокруг транслунной точки либрации в заданный перигей отлёта. Данную операцию можно выполнить с помощью симметричного относительно трансфера на гало-орбиту гравитационного манёвра около Луны, однако такая операция несёт в себе риски. Более безопасный способ, который, однако, требует больше времени для реализации, заключается в использовании окрестности точки L_2 в качестве промежуточного пункта.

Как показано в работе [Howell, Kakoi, 2006], переходы между окрестностями солнечных и лунных точек либрации могут быть осуществлены практически без затрат топлива. Для перехода из окрестности точки L_2 системы Земля-Луна в окрестность точки L_2 системы Солнце-Земля необходимо подобрать момент схода с орбиты, чтобы неустойчивое многообразие орбит вокруг лунной точки либрации переходило в устойчивое многообразие орбит вокруг

солнечной. На рис. 3 траектория аппарата представлена во вращающейся системе координат с фиксированным направлением Солнце-Земля. Цифрами отмечены манёвры, значения которых приведены в таблице.

Для перехода в окрестность точки L_2 системы Солнце-Земля необходим манёвр, изменяющий скорость аппарата всего на 10 см/с. На рис. 3 этому переходу соответствует участок орбиты между манёврами «1» и «2». Переход осуществляется таким образом, чтобы аппарат, обогнув солнечно-земную точку L_2 , вернулся в окрестность Земли, облетая Луну на расстоянии 23 111 км. Облёт Луны на таком расстоянии уменьшает энергию орбиты таким образом, что её период становится близким к половине периода Луны. Манёвр «2» необходим для того, чтобы облёт осуществлялся в плоскости вращения Луны.

Манёвры, необходимые для осуществления миссии

Манёвр	Дата, время	ΔV , м/с
1. Старт из окрестности L_2 Земля-Луна	21 сентября 2021 г. 22:49:18,203	0,0993583
2. Манёвр в окрестности L_2 Солнце-Земля	20 июня 2022 г. 19:51:05,192	53,053870
3. Манёвр в перигее	23 марта 2022 г. 02:19:59,191	0,1628427
4. Манёвр в апогее	31 марта 2022 г. 22:19:18,982	9,8520450
5. Манёвр в апогее при ДОЛ	01 июня 2022 г. 10:13:28,313	0,8910038
6. Манёвр в перигее, посылающий аппарат к астероиду	11 августа 2022 г. 10:55:42,848	179,99215
7. Пролёт астероида	13 декабря 2022 г. 13:26:24,000	9,2908261
8. Манёвр захвата	30 июля 2023 г. 17:01:43,091	110,27700
9. Первый манёвр в окрестности L_1 Солнце-Земля	19 сентября 2023 г. 20:40:41,627	17,057855
10. Второй манёвр в окрестности L_1 Солнце-Земля	09 ноября 2023 г. 07:30:12,846	25,483875
11. Выход на гало-орбиту	29 ноября 2023 г. 21:17:51,903	25,428411

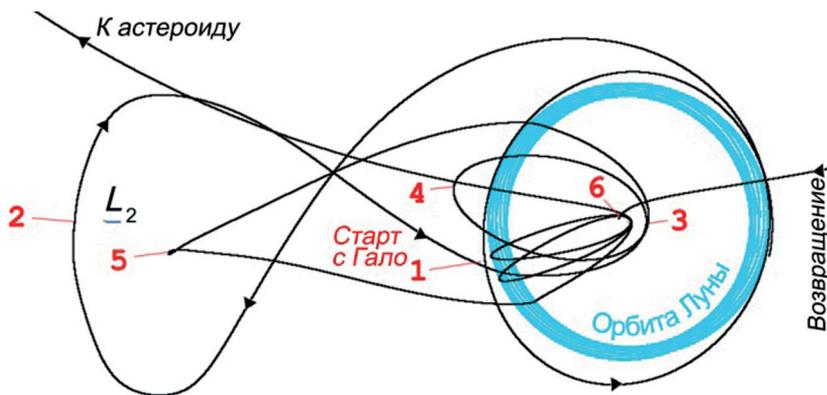


Рис. 3. Траектория аппарата во вращающейся системе координат с фиксированным направлением Солнце-Земля до момента возвращения на околоземную орбиту

Благодаря тому, что период эллиптической околоземной орбиты, на которую аппарат переводится из окрестности точки L_2 системы Солнце-Земля, близок к полупериоду Луны, второй её облёт происходит через 25 дней — 13 апреля, на расстоянии 23 269 км. Для того чтобы облёт происходил в плоскости вращения Луны, осуществляется манёвр «3», манёвр «4» выполняется с целью управления расстоянием облёта.

Второй облёт Луны на расстоянии 23 269 км увеличивает энергию орбиты, за счёт чего аппарат находится в течение 94 дней за пределами орбиты Луны и облетает её в третий раз 16 июля 2022 г. на расстоянии 10 241 км. В апогее данного участка траектории совершается манёвр «5», который контролирует выход орбиты из плоскости вращения Луны. Второй и третий облёты Луны позволяют практически с нулевыми затратами ΔV повернуть ось орбиты на 148° таким образом, что её перигей становится близок к перигею отлётной траектории к астероиду. Этот поворот хорошо виден на рис. 4, представляющем траекторию в инерциальной эклиптической системе координат с центром в Земле. Третий облёт Луны не просто уменьшает энергию орбиты, но и поворачивает её плоскость таким образом, чтобы обеспечить требуемое наклонение траектории в момент совершения манёвра «6», отправляющего МТК к астероиду.

После поворота оси околоземной эллиптической орбиты в её перигее делается манёвр, отправляющий аппарат к астероиду. Вид орбиты с указанием точки пролёта астероида представлен на рис. 5. Перед отправлением МТК к астероиду в перигее эллиптической околоземной орбиты он должен состыковаться с модулем, которые доставит на борт космонавтов. Большая петля на рис. 5 представляет собой основную часть пилотируемого участка миссии длительностью 354 дня.

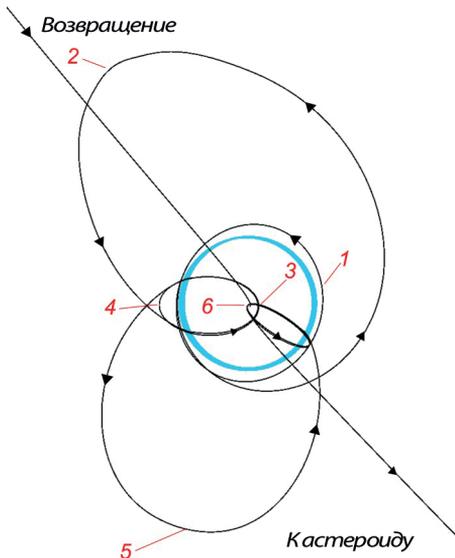


Рис. 4. Траектория аппарата в эклиптической инерциальной системе координат с центром в Земле



Рис. 5. Траектория аппарата в эклиптической инерциальной системе координат с центром в Земле с указанием точки пролёта астероида

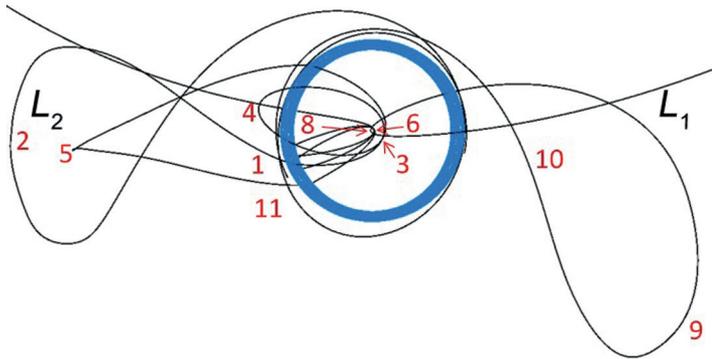


Рис. 6. Траектория аппарата во вращающейся системе координат с фиксированным направлением Солнце-Земля до момента возвращения на гало-орбиту вокруг транслунной точки либрации

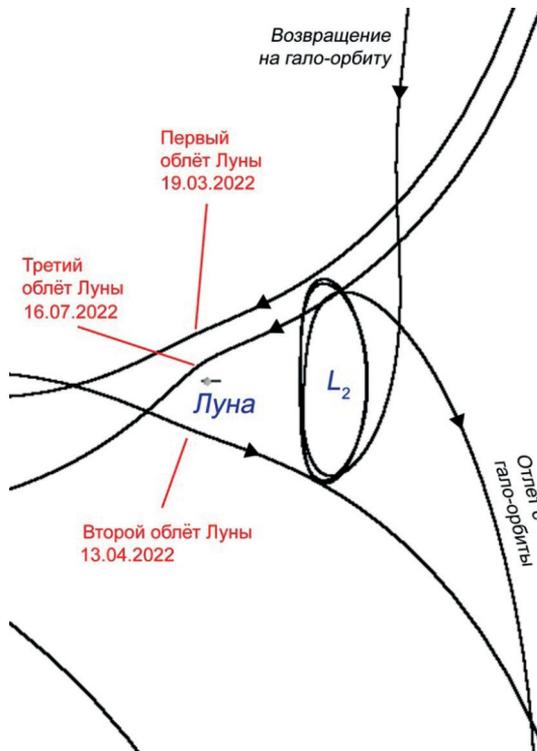


Рис. 7. Вид траектории в окрестности Луны во вращающейся системе координат с фиксированным направлением Земля-Луна

Для возвращения космонавтов на Землю МТК должен быть направлен на атмосферное входение, с высотой перигея около 100 км. За сутки до достижения перигея космонавты должны переместиться в возвратную капсулу и отстыковать её от МТК. Затем МТК будет автоматически передан импульс порядка 6 м/с для увеличения перигея до геоцентрического расстояния 7000 км, после чего будет применён манёвр захвата 110 м/с в перигее.

Значение этого манёвра рассчитано таким образом, чтобы МТК направился в окрестность точки L_1 системы Солнце-Земля, откуда он может быть с малыми затратами ΔV направлен на гало-орбиту вокруг транслунной точки либрации. Петля вокруг точки L_1 системы Солнце-Земля хорошо видна на рис. 6.

Недостаток этой траектории заключается в том, что возвратная орбита является ретроградной, поэтому поверхность Земли и её атмосфера будут двигаться на 1,4 км/с быстрее, чем при использовании прямой орбиты. Однако стоит отметить, что автоматическая возвратная капсула Stardust вошла в атмосферу со значительно большей скоростью, чем в случае с рассматриваемой траекторией к 1994 XL1.

После пролёта астероида 1994 XL1 совершается небольшой манёвр, меняющий скорость аппарата на 9 м/с для того, чтобы достичь необходимого наклона орбиты на момент манёвра захвата (манёвр «8»). После манёвра захвата аппарат направляется в окрестность точки L_1 системы Солнце-Земля, где совершаются два манёвра, обладающих суммарным характеристическим импульсом менее 43 м/с. Манёвры «9» и «10» позволяют вывести МТК в окрестность транслунной точки либрации, где совершается манёвр «11», выводящий его на гало-орбиту амплитудой 45 000 км. Суммарные затраты характеристического импульса для данной траектории не превышают 432 м/с. Вид траектории в окрестности Луны во вращающейся системе координат с фиксированным направлением Земля-Луна представлен на рис. 7.

На рис. 7 хорошо видны все три облёта Луны, момент схода с гало-орбиты вокруг транслунной точки либрации и момент возвращения на неё. Таким образом, МТК после совершения миссии к астероиду возвращается обратно на гало-орбиту, после чего может быть использован вторично, например для миссий к Марсу [Dunham et al., 2013].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современные технологии освоения космического пространства позволяют расширить возможности пилотируемых миссий по освоению космического пространства. Первым шагом в этом должны стать пилотируемые миссии в окрестность транслунной точки либрации. Эта точка представляет большой научный интерес при разработке миссий к Луне (по изучению её обратной стороны) и к другим объектам Солнечной системы.

В работе показана возможность использования точек либрации и гравитационных манёвров около массивных тел на примере миссии к околоземному астероиду 1994 XL1. Показано, что подобная миссия, начинающаяся и заканчивающаяся на гало-орбите вокруг транслунной точки либрации осуществима, причём необходимые затраты характеристического импульса для её реализации составляют порядка 432 м/с.

ЛИТЕРАТУРА

[Аксёнов и др., 2013] Аксёнов С. А., Ефремова Е. В., Данхэм Д. У. Компьютерное моделирование миссии к точке либрации L_2 системы Земля-Луна // Инновационные информационные технологии. 2013. Т. 2. № 2. С. 545–549.

- [Николаева и др., 2013] Николаева Ю. А., Аксёнов С. А., Данхэм Д. У. Расчёт окон запуска космического аппарата для траектории Земля-точка L_2 системы Земля-Луна // Инновационные информационные технологии. 2013. Т. 2. № 2. С. 567–573.
- [Федоренко и др., 2013] Федоренко Ю. В., Аксёнов С. А., Данхэм Д. Оценка времени видимости космического аппарата при движении вокруг точки либрации L_2 системы Земля-Луна // Инновационные информационные технологии. 2013. Т. 2. № 2. С. 573–577.
- [Clarke, 1957] Clarke A. C. The Making of a Moon. N. Y.: Harper and Brothers, 1957. P. 192–198.
- [Duggan et al., 2012] Duggan M. et al. ISS-Based Design for an Exploration Platform at EM-L2 // Global Space Exploration Conf. Washington, DC, 2012. GLEX-2012.01.1.1x12379.
- [Dunham et al., 2012] Dunham D. W. et al. New approaches for human deep-space exploration // Proc. 23rd Intern. Symp. Space Flight Dynamics. Pasadena: JPL, 2012.
- [Dunham et al., 2013] Dunham D. W., Farquhar R. W. et al. Using lunar swingbys and libration-point orbits to extend human exploration to interplanetary destinations // 64th Intern. Astronautical Congress. Beijing, China, 2013. IAC-13-A5.4-D2.8.8.
- [Farquhar, 1971] Farquhar R. W. The Utilization of Halo Orbits in Advanced Lunar Operations / NASA Technical Note D-6365, 1971. 109 p.
- [Farquhar et al., 2004] Farquhar R. W. et al. Utilization of libration points for human exploration in the Sun–Earth–Moon system and beyond // Acta Astronautica. 2004. V. 55. P. 687–700.
- [GMAT, 2013] General Mission Analysis Tool (GMAT): User Guide. The GMAT Development Team, 2013. R2013a. URL: <http://gmat.sourceforge.net/docs/R2013a/html/index.html>.
- [Hopkins et al., 2012] Hopkins J. B. et al. International Cooperation Mission (ICM) Towards Future Space Exploration // Global Space Exploration Conf. Washington, DC, 2012. GLEX-2012.05.4.5x.12592.
- [Hopkins et al., 2013] Hopkins J. B. et al. Proposed Orbits for Human Missions to the Earth-Moon L_2 Region // 64th Intern. Astronautical Congress. Beijing, China, 2013. IAC-13. A5.1.4.
- [Horsewood, 2013] Horsewood J. Mission Analysis Environment (MAnE tm): General Overview. 2013. URL: <http://spaceflight solutions.com/products/mane.asp>.
- [Howell, Kakoi, 2006] Howell K. C., Kakoi M. Transfers between the Earth-Moon and Sun-Earth systems using manifolds and transit orbits // Acta Astronautica. 2006. V. 59. N. 1–5. P. 367–380. IAC-05-C1.6.01.
- [Tsuboi et al., 2012] Tsuboi M. et al. A reference Study on Constructing Human Exploration Station at Earth-Moon Libration Point // 63rd Intern. Astronautical Congress. Naples, Italy, 2012. IAC-12-A5.4.9.
- [Viscio et al., 2012] Viscio M. A. et al. Next Space Exploration Step: Human Expeditions to Libration Points // ASTech Intern. Conf. 2012.
- [Zimmer, Messerschmid, 2011] Zimmer, A., Messerschmid E. Going Beyond: Target Selection and Mission Analysis of Human Exploration Missions to Near-Earth Asteroids // Acta Astronautica. 2011. V. 69. N. 11–12. P. 1096–1109.

LOW-ENERGY TRAJECTORY FOR MANNED MISSION TO NEAR-EARTH OBJECT USING LIBRATION POINTS

S. A. Aksenov¹, D. W. Dunham², S. A. Bober¹, E. N. Chumachenko³

¹ Space Research Institute (IKI RAN), Russia

² KinetX Aerospace, USA

³ Moscow Institute of Electronics and Mathematics (MIEM) NRU HSE, Russia

This paper discusses the use of libration points in the design of the mission to the near-Earth objects. We suggest the scenario of a possible manned mission to the asteroid 1994 XL1 starting from the halo-orbit around the Earth-Moon L2 libration point and then returning to the same halo-orbit after the asteroid flyby. The lunar swingby and the transit orbits between the translunar libration point and the Sun-Earth L1 and L2 points are used to minimize the fuel cost. The total cost ΔV for the proposed mission is less than 432 m/s.

Keywords: : libration points, halo orbit, high elliptic orbit, characteristic velocity, realistic force mode.

Aksenov Sergey Alexeevich — associate professor, PhD, programmer, aksenov.s.a@gmail.com

Dunham David Waring — chief mission designer, PhD, david.dunham@kinetx.com

Bober Stanislav Alexseevich — programmer, stas.bober@gmail.com

Chumachenko Evgenii Nikolaevich — doctor of technical sciences, professor, head of department of mechanics and mathematical simulation, mmkaf@miem.edu.ru

ПРОЕКТИРОВАНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ПОЛЁТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА К ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНОМУ АСТЕРОИДУ 2001 JV1 С ЦЕЛЮ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО ОРБИТЫ ВЗРЫВОМ

Ю. Ф. Колюка, Т. И. Афанасьева

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИмаш)

Рассматриваются вопросы, связанные с решением проблемы противодействия астероидно-кометной опасности. Приведены результаты проектно-баллистических исследований по разработке миссии, схемы полёта и навигации космических аппаратов, обеспечивающей требуемые условия сближения с астероидом 2001 JV1 с целью демонстрации возможности изменения его орбиты с помощью ядерного взрыва, который, в свою очередь, может быть зарегистрирован и количественно оценён в относительно короткие сроки.

Ключевые слова: потенциально опасный космический объект (ПОО), минимальное расстояние между орбитами, сценарий демонстрационной миссии, корректирующий импульс скорости, энергетические затраты.

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа относится к области исследований и проектно-технических проработок, связанных с поиском путей противодействия угрозам, создаваемым небесными телами, способными сближаться с Землёй до опасных расстояний, что может привести при неблагоприятных исходах к крайне негативным последствиям, вплоть до глобальных катастроф.

Работа выполнялась в рамках международного сотрудничества по проекту NEOShield, включённому в 7-ю Рамочную программу Европейского Союза (ЕС) по развитию научных исследований и технологий.

Одним из направлений этого проекта стало проведение исследований и разработка предложений по отклонению потенциально опасных космических объектов (ПОО) от Земли изменением орбит этих объектов в результате определённого воздействия на них с использованием космической техники. В числе возможных способов рассматриваются: кинетический удар специального космического аппарата (КА) по астероиду, применение технологии гравитационного тягача, направленный ядерный взрыв вблизи астероида. Необходимым условием проекта становится требование возможности регистрации последствий оказываемого воздействия и получение количественной оценки эффекта изменения траектории ПОО в результате этого воздействия.

Конкретно данная работа относится к разработке варианта проекта полёта КА к потенциально опасному астероиду, сближающемуся с Землёй, для изменения его орбиты взрывом. Основной целью подобной миссии является техническая демонстрация принципа изменения параметров орбиты ПОО

Колюка Юрий Фёдорович — начальник лаборатории, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, yfk@mcc.rsa.ru

Афанасьева Татьяна Иосифовна — ведущий научный сотрудник, кандидат технических наук, yfk@mcc.rsa.ru

с помощью ядерного взрыва, а также повышение уровня понимания физических процессов, происходящих при ядерном взрыве вблизи астероида, в том числе:

- испарения вещества астероида,
- динамики разлёта испарённого вещества.

Кроме того, данная миссия преследует и другие научные цели и задачи, связанные с исследованиями и изучением астероидов на примере выбранного для рассматриваемой миссии, включая:

- определение химического состава вещества астероида,
- изучение геологического строения, геоморфологии астероида,
- получение данных о размере и форме, картографирование астероида,
- уточнение массы астероида.

Для реализации указанной демонстрационной миссии и достижения её основной цели необходимо осуществить доставку КА с ядерным взрывным устройством к астероиду и выбрать наиболее подходящие условия для проведения взрыва и обеспечения последующего наблюдения астероида так, чтобы эффект от этого воздействия мог бы быть зарегистрирован и количественно оценён в относительно короткие сроки.

Решение данной проблемы предусматривает проведение соответствующих небесно-механических и проектно-баллистических исследований, результатом которых является схема полёта КА, отвечающая целям и требованиям рассматриваемой миссии. Данная схема должна быть практически реализуемой по энергетическим затратам при использовании существующей или способной быть созданной в ближайшей перспективе ракетно-космической техники и должна укладываться в достаточно ограниченные временные рамки, что диктуется условиями особенностей, связанных с нахождением и хранением ядерного заряда в космосе.

Для проектирования баллистической схемы полёта КА к выбранному астероиду, предусматривающей сближение КА с астероидом до малых расстояний, и осуществления корректной оценки изменения орбиты астероида в результате взрыва, необходимо иметь достаточно точные исходные параметры орбиты рассматриваемого небесного тела, знать его основные физические характеристики и особенности движения по орбите.

В качестве возможного кандидата на роль объекта-цели для рассматриваемой демонстрационной миссии был выбран сближающийся с Землёй астероид (АСЗ), имеющий обозначение 2001 JV1.

В работе выполнен анализ характеристик орбитального движения астероида 2001 JV1 и особенностей его сближения с Землёй. Оценена возможность существования у данного астероида спутника, что было учтено при разработке баллистической схемы миссии к этому небесному телу для участка движения КА вблизи объекта-цели.

Был исследован вопрос о влиянии выбора места проведения взрыва на орбите и направления в пространстве появляющегося в результате взрыва импульса скорости на изменение параметров орбиты астероида и обстоятельств его последующих сближений с Землёй.

Проектирование баллистических схем полёта КА к выбранному астероиду осуществлялось в соответствии с предложенной концепцией организации

миссии, основные положения которой приводятся в разделе «Концепция и сценарий...».

Было установлено, что ближайший, возможный по энергетике, полёт к астероиду 2001 JV1 может быть осуществлён при старте в период 2021 г. Для этого периода были рассмотрены различные схемы полёта, в том числе и схемы, позволяющие осуществить «перехват» астероида до времени его минимального сближения с Землёй, которое прогнозируется на 22 июля 2021 г. Однако в этих схемах скорости подлёта КА к астероиду были бы недопустимо большими с точки зрения принятой концепции миссии.

В результате оптимизационного анализа было определено окно старта, в период с конца июня по начало июля 2021 г., в пределах которого могли быть спроектированы траектории полёта КА к астероиду 2001 JV1, отвечающие требованиям указанной концепции и с минимально возможными энергетическими затратами на их реализацию.

При выборе лучших вариантов траекторий перелётов из числа возможных учитывался также фактор условий наблюдения астероида с борта КА, что имеет большое значение для осуществления качественной бортовой навигации на участке сближения КА с объектом-целью.

КОНЦЕПЦИЯ И СЦЕНАРИЙ ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ МИССИИ К ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНОМУ АСТЕРОИДУ С ЦЕЛЮ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО ОРБИТЫ ВЗРЫВОМ

В качестве одной из действенных мер противодействия угрозе со стороны потенциально опасных космических объектов, в частности астероидов, тесно сближающихся с Землёй, рассматривается отклонение траектории их полёта на безопасные расстояния от Земли с помощью использования ракетно-космической техники.

Одним из возможных способов воздействия на астероид, способных каким-либо образом изменить его орбиту, является взрыв, проводимый на некотором близком расстоянии от поверхности, непосредственно на поверхности, или при некотором заглублении под поверхность астероида.

В нашем случае рассматривается использование ядерного зарядного устройства определённой мощности, в результате взрыва которого происходит выброс (испарение) астероидного вещества, создавая, тем самым, некоторое реактивное ускорение в движении астероида. В дальнейшем будем считать, что интегральным эффектом действия этого реактивного ускорения станет импульс скорости ΔV , придаваемый астероиду, при этом допускается, что скорость астероида V_A меняется после взрыва на величину ΔV мгновенно.

Основные концептуальные положения демонстрационной миссии к потенциально опасному астероиду, сближающемуся с Землёй, с целью изменения его орбиты с помощью ядерного взрыва состоят в следующем:

1. Для снижения рисков негативного влияния космической среды на работоспособность ядерного зарядного устройства осуществляющий миссию космический аппарат должен быть доставлен к выбранному астероиду в как можно более короткие сроки. В этой связи, при выборе схем полёта КА с ядерным зарядным устройством предпочтение

отдаётся схемам прямого перелёта от Земли к астероиду, при условии их технической реализуемости.

2. Ядерное зарядное устройство должно содержаться в специальном отделимом модуле КА, способном совершать автономный полёт.
3. Демонстрационная миссия организуется на основе использования существующей или способной быть созданной в ближайшей перспективе ракетно-космической техники (РКТ).
4. После подлёта к астероиду КА должен совершать полёт вблизи него с небольшими относительными скоростями, что необходимо для качественной подготовки и выполнения намеченной целевой программы.
5. Место проведения взрыва на орбите и направление возникающего импульса скорости ΔV в пространстве должны быть выбраны таким образом, чтобы в результате был обеспечен максимальный эффект отклонения астероида от Земли при последующих сближениях. При этом должна также быть обеспечена возможность регистрации результата воздействия и выполнения его количественной оценки (по изменению параметров орбиты астероида).
6. В рассматриваемом варианте миссии для демонстрации возможностей воздействия на астероид ядерного взрыва выбирается отнесённый ядерный взрыв, проводимый на небольшом (30...100 м) расстоянии от поверхности этого небесного тела.
7. Мощность взрыва должна соответствовать условию изменения скорости астероида на величину ΔV , не превышающую 5 см/с, во избежание возможной нежелательной фрагментации этого тела.

В соответствии с принятой концепцией был разработан сценарий демонстрационной миссии. Согласно этому сценарию последовательно реализуются следующие этапы этой миссии:

- КА с ядерным зарядным устройством с помощью ракеты-носителя и разгонного блока выводится на межпланетную траекторию перелёта к выбранному астероиду;
- участок перелёта завершается выходом КА в определённую точку в окрестности астероида, где он может совершить безопасный манёвр торможения, в результате которого скорости КА и астероида будут, в основном, выровнены, а оставшаяся относительная скорость позволит КА достаточно медленно сближаться с астероидом;
- в период сближения с использованием бортовых измерительных средств и наземных средств траекторного контроля осуществляется прецизионная навигация КА относительно астероида и реализуется отработанная технология выхода КА на режим сопровождения полёта некооперируемого объекта;
- КА в течение заданного периода времени совершает полёт вблизи и вокруг астероида и выполняет запланированную программу дистанционных исследований этого объекта;
- с использованием высокоточных бортовых угловых и дальномерных измерений астероида уточняется его исходная орбита (до проведения взрыва);
- при нахождении над заданной точкой на поверхности астероида от КА отделяется автономный модуль с зарядным устройством, который

начинает медленно выходить на заданную высоту проведения взрыва, а КА в результате небольшого манёвра удаляется от астероида на безопасное расстояние (~100...200 км);

- по команде с базового КА (или по заложенной в автономном модуле программе) реализуется взрыв, который регистрируется на базовом космическом аппарате;
- после осуществления взрыва КА с помощью небольших манёвров снова выходит на режим полёта в достаточной близости от астероида и реализует специальную программу бортовых навигационных измерений, которые позволят определить эффект изменения орбиты астероида.

ВЫБОР ОБЪЕКТА-ЦЕЛИ ДЛЯ ДЕМОСТРАЦИОННОЙ МИССИИ

Требования к сближающемуся с Землёй астероиду — кандидату для демонстрационной миссии

Согласно требованиям проекта NEOShield кандидат для демонстрационной миссии, из числа астероидов, сближающихся с Землёй, должен быть реально потенциально опасным для Земли объектом, т. е. соответствовать следующим критериям:

- минимальное расстояние между орбитами астероида и Земли (minimum orbit intersection distance — MOID) должно быть $\leq 0,05$ а. е.;
- объект должен иметь размер (по диаметру в поперечнике) $\varnothing > 100...300$ м.

С другой стороны, для того, чтобы изменение орбиты астероида взрывом было заметно, астероид должен быть не очень большим. Поэтому для объекта-цели был рекомендован размер $\varnothing \approx 100...600$ м (что соответствует абсолютной звёздной величине объекта $H \approx 19...24^m$).

Другие ключевые требования к объекту-цели для демонстрационной миссии в проекте NEOShield:

- орбита астероида-цели должна быть достаточно хорошо известна;
- астероид по своим орбитальным характеристикам должен быть достигаемым при использовании существующей или создаваемой в ближайшем будущем ракетно-космической техники (РКТ) в сроки, не превышающие 3–5 лет.

Астероид 2001 JV1 как объект-цель для демонстрационной миссии

В качестве возможного объекта-цели для демонстрационного полёта КА в рамках проекта NEOShield рассматривается открытый в 2001 г. астероид 2001 JV1.

Общие сведения об астероиде 2001 JV1

Согласно данным, полученным в результате обработки наблюдений, астероид 2001 JV1 имеет период обращения вокруг Солнца $P \approx 2,225$ года. Большая полуось его орбиты составляет величину $a \approx 1,705$ а. е., эксцентриситет —

$e \approx 0,435$, наклонение орбиты к плоскости эклиптики — $i \approx 6,63^\circ$. При движении по орбите астероид приближается к Солнцу на минимальное расстояние (в перигелии) $q \approx 0,963$ а. е. и максимально удаляется от Солнца в афелии на расстояние $Q \approx 2,441$ а. е.

Согласно принятой классификации астероид 2001 JV1 относится к классу *Аполлонов*, характеризуемому значениями $q \leq 1,017$ а. е. и $a > 1,0$ а. е.

По существующим оценкам астероид имеет диаметр в поперечнике $\varnothing \approx 130...350$ м, вращается вокруг своей оси с периодом ~ 29 ч, а его масса может составлять величину $m \approx 2,5...6,0 \cdot 10^9$ кг.

Минимальное расстояние между орбитами астероида 2001 JV1 и Земли — MOID $\approx 0,021...0,023$ а. е. (3,14...3,44 млн км).

Таким образом, астероид 2001 JV1 является потенциально опасным для Земли объектом и удовлетворяет требованиям демонстрационной миссии по противодействию астероидной угрозе в проекте NEOShield.

Орбита астероида 2001 JV1

При проведении исследовательских и проектно-баллистических расчётов использовались параметры орбиты астероида 2001 JV1, полученные в Лаборатории реактивного движения (Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System, Jet Propulsion Laboratory. URL: <http://ssd.jpl.nasa.gov/>).

Определение орбиты астероида в данном случае было выполнено по результатам его наблюдений в двух оппозициях в периоды 2001 и 2010 гг. Использованный набор измерительной информации состоял из 129 оптических измерений прямого восхождения α и склонения δ астероида, распределённых на интервале дат 14.05.2001—25.09.2001, трёх радиолокационных измерений, выполненных 26.05.2001 г. (два измерения доплеровского смещения частоты) и 28.05.2001 г. (одно измерение времени запаздывания отражённого сигнала), а также двух измерений угловых положений α и δ , полученных 12.11.2010 г. (Near Earth Objects-Dynamic Site NEODyS-2, URL: <http://newton.dm.unipi.it/neodyS/>). Тем самым измерительная база для определения орбиты астероида 2001 JV1 составила 134 измерения, а мерный интервал при этом охватывал 3469 дней.

Результатом определения орбиты астероида стали следующие значения её параметров в гелиоцентрической эклиптической инерциальной системе координат эпохи J2000, отнесённые к начальному моменту времени $t_0 = 2013.11.04,0$ TDB:

- большая полуось a — 1,7049595 а. е.;
- эксцентриситет e — 0,4354005;
- наклонение i — 6,63096°;
- аргумент перигелия ω — 200,96077°;
- долгота восходящего узла Ω — 92,32424°;
- время прохождения перицентра t_π — 2014.11.13,2904;
- период P — 813,147888 дней;
- расстояние в перигелии q — 0,9626193 а. е.;
- расстояние в афелии Q — 2,4472997 а. е.

Расчёт параметров движения астероида 2001 JV1

На рассматриваемые моменты и интервалы времени расчёт осуществлялся посредством численного интегрирования его уравнений движения с учётом возмущений от всех больших планет Солнечной системы. Для описания движения астероида в этом случае использовалась гелиоцентрическая прямоугольная инерциальная система координат, отнесённая к среднему экватору Земли и равноденствию эпохи J2000.

Для интегрирования системы уравнений движения астероида применялся высокоточный численный метод, разработанный в Центре управления полётами ЦНИИмаш [Kolyuka, Margorin, 1995] и реализованный в соответствующем программном обеспечении.

Для описания движения Земли и других планет, в том числе при учёте возмущений со стороны этих небесных тел в уравнениях движения астероида использовались разработанные в JPL высокоточные эфемериды DE 405 (JPL ephemerides DE405, URL: <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/export/DE405>), представляющие координаты и скорости планет, Луны и Солнца также в прямоугольной геоэкваториальной системе координат стандартной эпохи J2000.

При расчёте параметров движения астероида методом численного интегрирования использовались начальные условия, полученные путём соответствующего преобразования приведённых выше элементов орбиты астероида. Эти начальные условия, представляющие собой координаты и скорости астероида в гелиоцентрической эклиптической прямоугольной системе координат эпохи J2000 и соответствующие указанному начальному моменту времени t_0 , даны в табл. 1.

Таблица 1. Начальные условия движения астероида 2001 JV1 в гелиоцентрической эклиптической системе координат эпохи J2000. Начальный момент времени $t_0 = 2013.11.04$, 0 TDB (JD = 2456600,5)

X [км]	$-0,1786124549213000E+09$	V_x [км/с]	$-0,1182722956670167E+02$
Y [км]	$0,3170777628592087E+09$	V_y [км/с]	$-0,8131638594886098E+01$
Z [км]	$0,1925202940531736E+08$	V_z [км/с]	$0,1412139847726522E+01$

Характер движения астероида 2001 JV1 по орбите и особенности его сближения с Землёй

Двигаясь по орбите, астероид 2001 JV1 периодически приближается к Солнцу до минимальных расстояний в перигелии $\sim 0,96$ а. е. и удаляется от него, достигая в афелии расстояний $R \approx 2,45$ а. е.

Практически синхронно с изменением расстояния до Солнца меняется и расстояние между орбитами астероида и Земли, обозначаемое как OID (orbit intersection distance). Математически OID в каждый момент времени t определяется как кратчайшее расстояние между положением астероида в пространстве в этот момент времени и кривой, представляющей орбиту Земли. Минимальное значение, достигаемое OID при движении астероида по орбите, обозначается как MOID.

На рис. 1 показано изменение гелиоцентрического расстояния R астероида и OID между орбитами астероида и Земли на интервале времени с июня 2020 г. по май 2042 г. Виден периодический характер изменения этих величин. В районах приближения астероида к Солнцу OID достигают своих минимальных значений, характеризуемых значениями $MOID \approx 0,02$ а. е.

Более детально характер поведения R и расстояний $d = OID$ на интервале времени, охватывающем чуть более одного периода обращения астероида вокруг Солнца, показан на рис. 2.

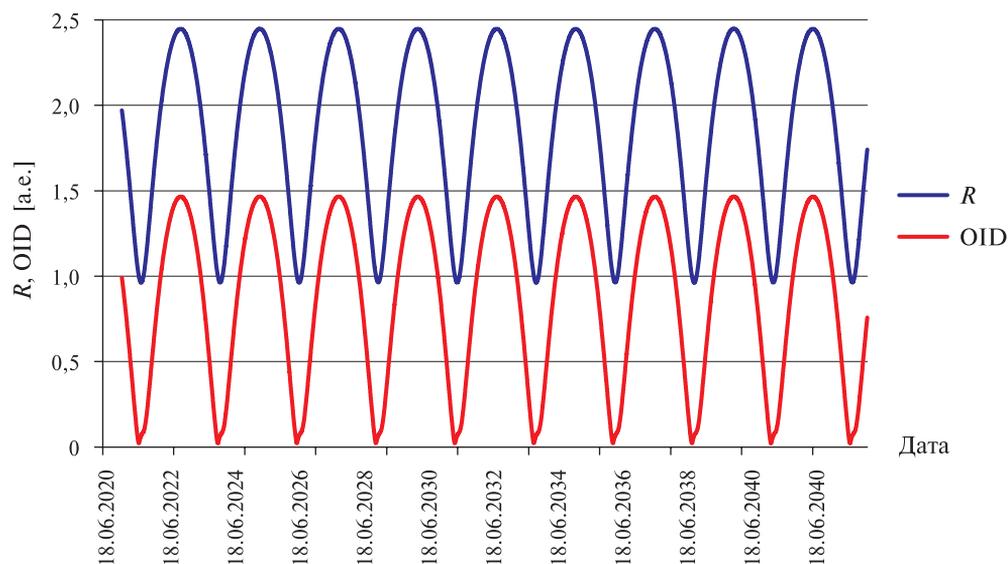


Рис. 1. Изменение гелиоцентрического расстояния R астероида и расстояния OID между орбитами астероида и Земли в период с 2020 по 2042 гг.

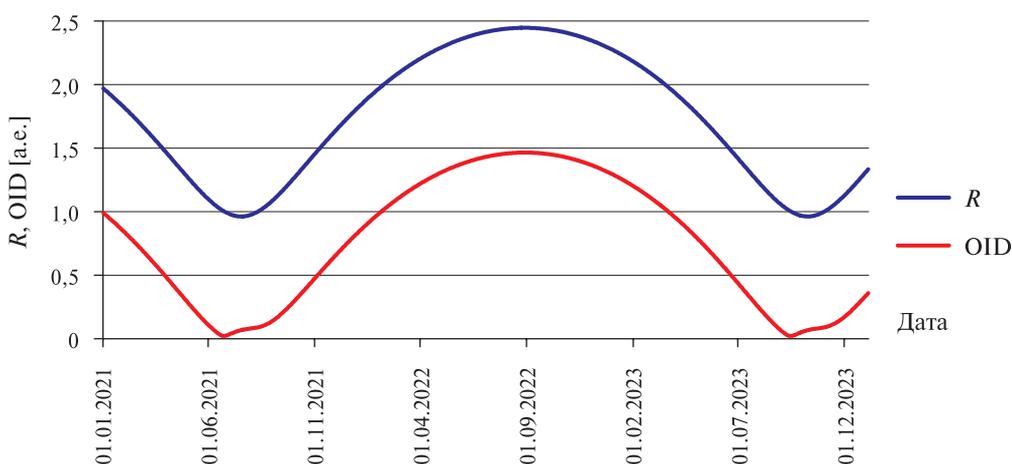


Рис. 2. Изменение гелиоцентрического расстояния R астероида и расстояния OID между орбитами астероида и Земли на интервале времени, охватывающем один период обращения астероида

При движении астероида по орбите меняются его эллиптические координаты — долгота λ и широта β , определяемые следующим образом:

- λ — угол, отсчитываемый в плоскости эклиптики от оси X до проекции положения астероида на плоскость эклиптики;
- β — угол между гелиоцентрическим радиус-вектором астероида и плоскостью эклиптики.

Угол λ отсчитывается против часовой стрелки и меняется в пределах $0 \leq \lambda \leq 360^\circ$. Ввиду того, что орбита астероида наклонена к плоскости эклиптики, угол β будет меняться в пределах $-i \leq \beta \leq i$, где $i \approx 6,63^\circ$ — наклонение орбиты астероида к эклиптике.

Изменение значений координат λ , β в зависимости от времени в период с 2020 по 2029 г. показано на рис. 3. На этом же рисунке приведены графики изменения в указанный период значений OID для того, чтобы можно было понять, при каких значениях λ и β достигаются $MOID$. На левой оси ординат в представленном рисунке приведена шкала для отсчёта угловых значений λ и β в градусах, а на правой оси ординат — шкала отсчёта значений $d = OID$ в астрономических единицах.

Так же, как и в случае сопоставления R и OID для более детального показа характера поведения параметров λ , β и OID на более коротком интервале времени — с 01.01.2021 г. по 22.12.2023 г., охватывающем чуть более одного периода обращения астероида вокруг Солнца, приводятся соответствующие графики на рис. 4.

Проведённые расчёты показали, что изменение расстояний от астероида 2001 JV1 до Земли имеет более сложный характер, чем изменение расстояний между орбитами этих тел OID .

На рис. 5 показаны графики изменений расстояния ρ_{A-3} астероида от Земли и расстояния $d = OID$ между орбитами Земли и астероида на интервале времени ~ 22 года — с 18.06.2020 г. по 14.05.2042 г.

Как и следовало ожидать, из приведённых графиков видно, что минимальные значения ρ_{A-3} достигаются в районах периодов, когда OID стремится к своим минимальным значениям, хотя время достижения $\min \rho_{A-3}$ не полностью совпадает со временем достижения $MOID$. При этом далеко не в каждом периоде, когда астероид проходит на минимальном расстоянии от орбиты Земли, расстояние ρ_{A-3} также становится малым.

При анализе рис. 5 легко могут быть выявлены периоды, когда при нахождении астероида в районе $MOID$ Земля, наоборот, находится на значительном расстоянии от него. В тех же случаях, когда Земля всё-таки приближается к астероиду, расстояния ρ_{A-3} в разные периоды сближений будут иметь разные значения.

Так, в рассмотренный период времени минимальное расстояние между астероидом и Землёй будет достигнуто 24.07.2021 г. и составит значение $\rho_{A-3} \approx 0,07507$ а. е. Время же достижения $MOID$ в этом цикле сближения придётся на 23.06.2021 г. и величина $MOID$ составит значение $d \approx 0,02213$ а. е.

Тем самым в 2021 г. астероид пролетит на минимальном расстоянии от Земли примерно через месяц после того, как он пройдёт точку, в которой $d = MOID$.

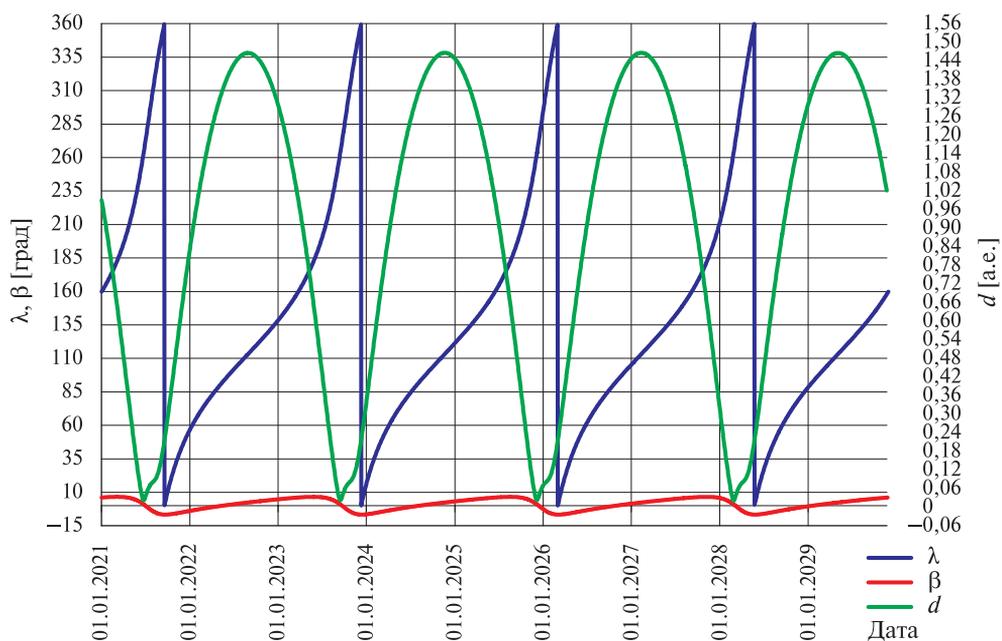


Рис. 3. Изменение эклиптических координат λ и β астероида и расстояния d между его орбитой и орбитой Земли на временном интервале 2020–2029 гг.

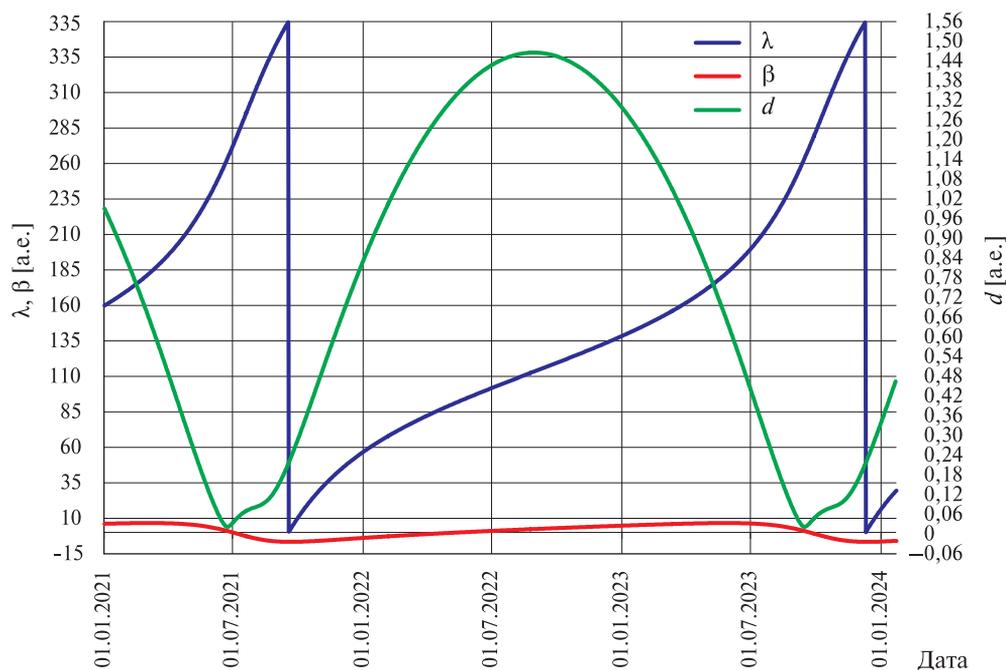


Рис. 4. Изменение эклиптических координат λ и β астероида и расстояний d между его орбитой и орбитой Земли на интервале времени, охватывающем один период обращения астероида вокруг Солнца

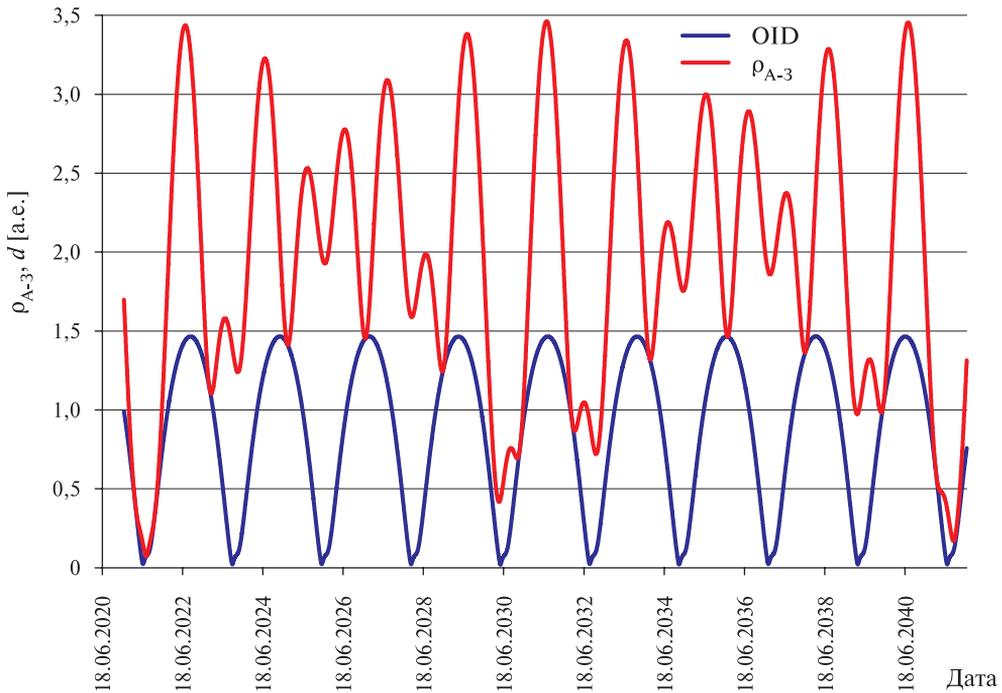


Рис. 5. Изменение расстояния ρ_{A-3} астероида от Земли и расстояния $d = \text{OID}$ между орбитами Земли и астероида на интервале времени с 18.06.2020 г. по 14.05.2042 г.

Следующее сближение, в котором астероид приблизится к Земле на расстоянии меньше, чем 1 а.е., произойдёт менее чем через 9 лет, в мае 2030 г. В этом цикле астероид сближится с Землёй 08.05.2030 г. до минимального расстояния $\rho_{A-3} \approx 0,41625$ а.е. и лишь позднее, через 12 дней — 20.05.2030 г., пройдёт точку орбиты с MOID, в которой $d \approx 0,02180$ а.е.

Более тесное сближение астероида 2001 JV1 с Землёй случится лишь в 2041 г., когда 2 сентября астероид пролетит на минимальном расстоянии от Земли — $\rho_{A-3} \approx 0,169$ а.е.

Точку с минимальным расстоянием до орбиты Земли, которое в данном цикле сближения составит величину $d \approx 0,02129$ а.е., астероид пройдёт почти двумя месяцами ранее — 7 июля 2041 г.

Оценка возможности существования спутника у астероида 2001 JV1

Был исследован вопрос о возможности существования спутника у астероида 2001 JV1.

В этом случае предполагалось, что основное возмущающее воздействие на движение другого космического объекта (КО) вблизи астероида оказывает Солнце, т.е. принималось, что в рассматриваемые периоды времени отсутствуют очень тесные сближения астероида с Землёй и Марсом, когда, гипотетически, гравитационное влияние этих планет на находящийся вблизи астероида КО могло бы быть соизмеримым с влиянием Солнца.

Теоретической возможностью существования спутника у астероида будем считать выполнение условия

$$r_{\text{сф}}^A > \varnothing^A,$$

где $r_{\text{сф}}^A$ — радиус сферы действия астероида; \varnothing^A — диаметр астероида.

В качестве сферы действия астероида будем рассматривать область пространства, которая, согласно Лапласу, определяется выполнением условия [Дубошин, 1976]:

$$\frac{\delta F_S}{F_A} < \frac{\delta F_A}{F_S},$$

здесь δF_S и F_A — возмущающее ускорение, создаваемое силой притяжения Солнца, и ускорение от силы притяжения астероида соответственно, когда астероид принимается за центральное тело; δF_A и F_S — возмущающее ускорение, создаваемое силой притяжения астероида, и ускорение от силы притяжения Солнца соответственно, когда Солнце рассматривается в качестве центрального тела.

Граница сферы действия астероида представляет собой поверхность, весьма близкую к геометрической сфере с центром в центре астероида. При этом приближённое значение радиуса этой сферы определяется по формуле:

$$r_{\text{сф}}^A = R_A \sqrt[5]{\left(\frac{m_A}{m_S}\right)^2}, \quad (1)$$

где R_A — расстояние от Солнца до астероида; m_A , m_S — массы астероида и Солнца.

Если, согласно (NEOSShield Memorandum: Rendezvous and impactor mission optimisation to candidate asteroids, Elecnor deimos, 17.07.2013.), принять, что

$$m_A = 2,76 \cdot 10^9 \text{ кг},$$

то, учитывая известное значение гравитационной постоянной Солнца [Дубошин, 1976] и используя в качестве постоянной тяготения величину

$$G = 6,67384(80) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{с}^2 \cdot \text{кг}),$$

можно установить, что радиус сферы действия астероида 2001 JV1

$$r_{\text{сф}}^A = R_A \times 0,45388 \cdot 10^{-8}.$$

На основании (1) можно сделать вывод, что радиус сферы действия астероида будет зависеть от его гелиоцентрического расстояния. Так, в районе перицентра орбиты радиус сферы действия астероида будет определяться величиной $r_{\text{сф}_\pi}^A \approx 0,6$ км, а в районе апоцентра орбиты — величиной $r_{\text{сф}_\alpha}^A \approx 1,6$ км.

Таким образом, запускаемый к астероиду 2001 JV1 космический аппарат может совершать полёт вокруг астероида как его искусственный спутник, правда, на достаточно низкой орбите с высотой порядка нескольких сотен метров. При этом полёт КА вокруг астероида будет более устойчив, когда астероид будет находиться на большем расстоянии от Солнца, например, в районе афелия своей орбиты.

Принятой в настоящих оценках массе астероида соответствует, согласно (NEOSShield Memorandum: Rendezvous and impactor mission optimisation to candidate asteroids, Elecnor deimos, 17.07.2013), диаметр этого небесного тела $\varnothing^A \approx 130$ м. По другим оценкам диаметр астероида может достигать величины $\varnothing^A \approx 350$ м.

Будем предполагать, что КА может совершать полёт вокруг астероида по орбите с минимальной высотой $H_{\min} \geq 120$ м. С учётом имеющихся данных о размере астероида сделаем допущение, что радиус околокруговой орбиты искусственного спутника астероида r_{sat}^A должен удовлетворять условию

$$r_{sat}^A \geq 300 \text{ м.}$$

В табл. 2 приведены данные об относительной скорости полёта и периоде обращения спутника вокруг астероида 2001 JV1 по околокруговой орбите для разных значений r_{sat}^A .

Таблица 2. Характеристики движения КА по орбите вокруг астероида 2001 JV1

Характеристика	Радиус орбиты r_{sat}^A [м]		
	300	400	500
Орбитальная скорость [м/с]	0,025	0,021	0,019
Период обращения [ч]	21,13	32,53	45,47

Приведённые данные свидетельствуют, что во всех рассмотренных случаях орбитальная скорость движения КА вокруг астероида составляет примерно 2 см/с, в то время как период меняется в зависимости от r_{sat}^A от ~21 до ~45,5 ч.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МЕСТА И НАПРАВЛЕНИЯ ПРИЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСА СКОРОСТИ НА ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ АСТЕРОИДА

При решении проблемы изменения орбиты потенциально опасного астероида, сближающегося с Землёй, с помощью взрыва возникают вопросы: в каком месте на орбите должен быть осуществлён взрыв и как должен быть направлен в пространстве импульс скорости ΔV , являющийся следствием такого воздействия, для того чтобы ожидаемый эффект коррекции орбиты астероида был бы максимальным.

Будем предполагать, что в результате ядерного взрыва скорость астероида меняется мгновенно на величину ΔV . При этом вектор импульса скорости ΔV может иметь произвольное направление в пространстве, а модуль этого импульса удовлетворяет условию:

$$\Delta V = |\Delta V| \leq 5 \text{ см/с.}$$

Рассмотрим произвольную точку орбиты M .

Положение астероида в этой точке характеризуется определёнными значениями радиус-вектора \mathbf{r}_A и истинной аномалией ϑ . Скорость астероида в той же точке представляется вектором \mathbf{V}_A , который образует с направлением \mathbf{r}_A угол θ (рис. 6).

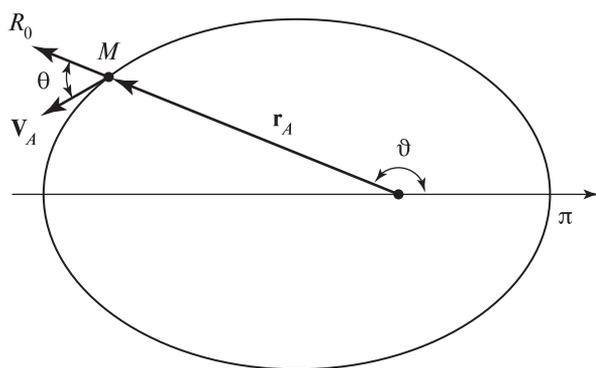


Рис. 6. Параметры, характеризующие движение астероида по орбите

При движении астероида 2001 JV1 по орбите его гелиоцентрическое расстояние r_A меняется в пределах

$$1,440058 \cdot 10^8 \leq r_A \leq 3,661108 \cdot 10^8 \text{ км,}$$

а скорость V_A в пределах периода обращения принимает значения

$$14,306 \leq V_A \leq 36,371 \text{ км/с,}$$

достигая своего максимума в перигелии и принимая минимальное значение в афелии орбиты, а величина $\sin \theta$, меняясь, остаётся всё время в пределах значений $0,9 \leq \sin \theta \leq 1$.

Введём в точке M орбитальную систему координат **RNB**. Ось **R** этой системы направлена по радиус-вектору r_A , ось **N** лежит в плоскости орбиты, ортогональна вектору r_A и направлена в сторону движения астероида. Ось **B** направлена по нормали к плоскости орбиты и дополняет систему до правой.

Допустим, что в некоторый момент времени t_0 астероиду придаётся дополнительный импульс скорости ΔV .

В случае приложения этого импульса по направлению **B** в орбитальной системе координат, т. е. ортогонально плоскости орбиты астероида, произойдёт изменение положения плоскости орбиты — она пересечёт плоскость исходной орбиты по линии, содержащей r_A , и образует с ней угол Δi , определяемый соотношением:

$$\sin \Delta i = \frac{\Delta V}{V_A} \quad (\Delta V = |\Delta \mathbf{V}|).$$

В результате такой коррекции орбиты при последующем движении астероид будет отклоняться вверх и вниз по отношению к исходной орбите на расстояния

$$\Delta \rho_B \leq r_A \sin \Delta i.$$

При сделанных допущениях относительно величины ΔV можно установить, что на участках возможных сближений астероида с Землёй, в районах перигелия его орбиты, величина $\Delta \rho_B$ не будет превосходить нескольких сотен километров. Тем самым такого рода коррекция орбиты астероида не в состоянии, в принципе, решать проблему отклонения его на безопасное расстояние до Земли.

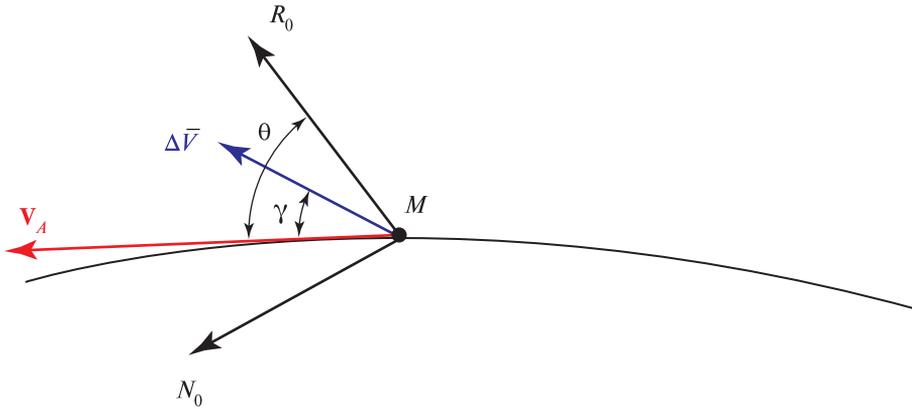


Рис. 7. Приложение импульса скорости ΔV в плоскости орбиты астероида

Предположим теперь, что импульс скорости ΔV в момент t_0 прикладывается в плоскости орбиты астероида, как это показано для общего случая на рис. 7.

Подобный импульс, в общем случае, способен изменить большую полуось a орбиты, её эксцентриситет e , а также направление на перигецентр орбиты и начальное время его прохождения t_π .

Величина изменения большой полуоси Δa за счёт мгновенного изменения скорости астероида на ΔV может быть определена из следующего соотношения:

$$\frac{1}{a + \Delta a} = \frac{2}{r_A} - \frac{(V_A + \Delta V)^2}{\mu_S},$$

где μ_S — гравитационная постоянная Солнца.

Из данного соотношения можно установить, что в первом приближении

$$\frac{\Delta a}{a} \approx 2 \frac{a V_A}{\mu_S} \Delta V \cos \gamma, \quad (2)$$

где γ — угол между векторами ΔV и V_A .

Из соотношения (2), в частности, следует, что наибольшее изменение Δa большой полуоси при проведении коррекции орбиты в произвольной точке M при заданной величине ΔV достигается в случае, когда дополнительный импульс скорости прикладывается вдоль направления вектора скорости астероида V_A в этой точке. При этом максимального значения Δa можно добиться, если прикладывать импульс ΔV в перигецентре орбиты.

Так, при $\Delta V = 5$ см/с приложение данного импульса вдоль V_A в перигецентре орбиты приведёт к изменению её большой полуоси на величину $\Delta a \approx 1780$ км, а подобное приложение импульса в апоцентре орбиты даст результат $\Delta a \approx 700$ км.

Если же прикладывать импульс скорости ΔV ортогонально вектору V_A , то, согласно (2), такая коррекция орбиты не приведёт к сколько-нибудь заметному изменению её большой полуоси, так как в этом случае $\gamma = \pi/2$.

Изменение эксцентриситета орбиты астероида после придания ему в точке M дополнительного импульса скорости ΔV может быть оценено на основании следующего соотношения:

$$\Delta e = \frac{1-e^2}{e} \left[\frac{aV_A}{\mu_S} \Delta V \cos \gamma - \frac{r_A}{c} \Delta V_n \right], \quad (3)$$

где $c = |\mathbf{c}| = |[\mathbf{r}_A \times \mathbf{V}_A]|$ — постоянная площадей для орбиты астероида; ΔV_n — трансверсальная (по направлению N) составляющая вектора ΔV .

Для орбиты астероида 2001 JV1 имеют место значения:

$$\frac{1-e^2}{e} \approx 1,86, \quad \frac{a}{\mu_S} \approx 0,001922 \text{ с}^2/\text{км}^2, \quad c \approx 5,2377 \cdot 10^9 \text{ км}^2/\text{с}.$$

С учётом этих данных, используя соотношение (3), можно показать, что в пределах периода обращения в зависимости от места приложения импульса $\Delta V \approx 5 \text{ см/с}$ величина Δe будет принимать значения из интервала

$$-0,39 \cdot 10^{-5} \leq \Delta e \leq 0,39 \cdot 10^{-5}. \quad (4)$$

Изменение в результате коррекции орбиты астероида её большой полуоси и эксцентриситета приведёт к изменению в процессе последующего движения гелиоцентрических расстояний астероида — Δr_A и к смещению положения астероида вдоль орбиты, которое может характеризоваться, например, соответствующим изменением истинной аномалии — $\Delta \vartheta$ или связанной с ней эксцентрисической аномалии — ΔE .

Для получения количественных оценок величин Δr_A и ΔE могут быть использованы следующие зависимости:

$$\left. \begin{aligned} \Delta r_A &\approx \Delta a(1 - e \cos E) - \Delta e a \cos E + \Delta E a e \sin E, \\ \Delta E(1 - e \cos E) &\approx -\frac{3}{2} \frac{\Delta a}{a} n(t - t_0) + \Delta e \sin E, \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

где $n = \sqrt{\mu_S/a^3} \approx 0,00772707 \text{ сут}^{-1}$ — среднее движение (средняя угловая скорость движения) астероида по орбите.

На основании соотношений (5), с учётом полученных оценок (4), можно установить, что основное влияние на изменение положения астероида в результате коррекции его орбиты будет оказывать изменение большой полуоси Δa . Наиболее заметно это может сказываться на смещении астероида вдоль орбиты, особенно с течением времени.

Так, после придания астероиду 2001 JV1 дополнительного импульса скорости $\Delta V \approx 5 \text{ см/с}$ в точке, удалённой от перигелия его орбиты, данный астероид по прошествии одного неполного периода обращения может отклоняться от первоначального положения в районе перигелия:

- по радиальной составляющей — на величину порядка единиц тысяч километров,
- вдоль орбиты — уже на величину порядка единиц радиусов Земли.

При этом по мере увеличения интервала прогнозирования, в следующие прохождения района перигелия, величина смещения астероида по направлению вдоль орбиты будет постоянно возрастать.

БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ ПОЛЁТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА К АСТЕРОИДУ 2001 JV1

Одним из основных этапов при разработке рассматриваемой демонстрационной миссии является проектирование соответствующей баллистической схемы полёта КА, отвечающей заданным требованиям целевых задач, оценка её практической реализуемости и эффективности с точки зрения энергетических и временных затрат, а также с позиций навигационного обеспечения полёта КА согласно данной схеме.

Исходные данные и ограничения для проектирования баллистических схем

При проектировании баллистических схем полёта к астероиду 2001 JV1 предполагалось, что космический аппарат демонстрационной миссии будет разработан в НПО им. С. А. Лавочкина на основе использования опробованной платформы, которая применялась и планируется к применению для КА различного назначения, в первую очередь, КА, предназначенных для полётов в дальний космос. Предварительные проектные проработки, выполненные в НПО им. С. А. Лавочкина, показали, что искомый космический аппарат, направляемый к астероиду, со всеми необходимыми бортовыми системами и полезной нагрузкой может иметь сухую массу $\sim 900 \dots 1000$ кг, а необходимый для обеспечения выполнения программы полёта запас топлива может составить $750 \dots 1050$ кг.

Тем самым масса заправленного топливом КА после выведения на межпланетную траекторию могла достигать величины $m_{КА} \approx 2000$ кг.

Двигательная установка (ДУ) КА, работающая на химическом топливе, может иметь удельный импульс $I_{sp} \approx 304 \dots 320$ с.

Предполагается, что КА будет выведен на межпланетную траекторию с помощью системы «Протон-М/Бриз-М» с космодрома «Байконур». При этом скорость отлёта КА от Земли должна удовлетворять ограничению

$$V_{\infty}^{отл} \leq 7000 \text{ м/с.}$$

Накладываются также ограничения и на величину тормозного импульса при подлёте к астероиду. Величина этого импульса не должна превосходить 1000 м/с, т. е.

$$\Delta V_T \leq 1000 \text{ м/с.}$$

Баллистические схемы полёта к астероиду 2001 JV1 при старте в 2021 г.

В результате анализа взаимного движения Земли и астероида 2001 JV1 и на основании проведённых проектно-баллистических расчётов было установлено, что ближайший период времени, когда может быть осуществлён запуск КА к астероиду 2001 JV1 с допустимыми на реализацию полёта энергетическими затратами, приходится на 2021 г.

Для указанного периода возможных стартов были рассмотрены различные схемы полёта, в том числе и схемы, позволяющие осуществить «перехват» астероида, когда КА мог бы приблизиться к астероиду и осуществить запланированное воздействие на него ещё до времени минимального сближения астероида с Землёй, которое прогнозируется на 22 июля 2021 г.

Баллистические схемы полёта КА, рассчитанные на «перехват» астероида 2001 JV1

В этих случаях старты КА должны были осуществляться значительно ранее времени сближения астероида с Землёй. Однако, как показали расчёты, в таких схемах полёта недопустимо большими являются скорости подлёта КА к астероиду.

На рис. 8 показаны в виде графиков энергетические затраты, требуемые на разгон КА от Земли и торможение его при подлёте к астероиду для схем с двумя датами старта — в начале марта и в начале мая 2021 г. и с разными датами подлёта КА к астероиду. Графики, отмеченные фиолетовым и красным цветом, соответствуют схемам со стартом в марте 2021 г., синим и голубым — схемам полёта со стартом в начале мая 2021 г. Кривыми показаны значения характеристической скорости $\Delta V_{\text{ст}}$, требуемой для разгона КА с опорной орбиты ИСЗ на траекторию полёта к астероиду, а квадратиками — значения скоростей $V_{\infty}^{\text{подл}}$ подлёта КА к астероиду для схем с разными датами подлёта, которые приводятся на горизонтальной шкале.

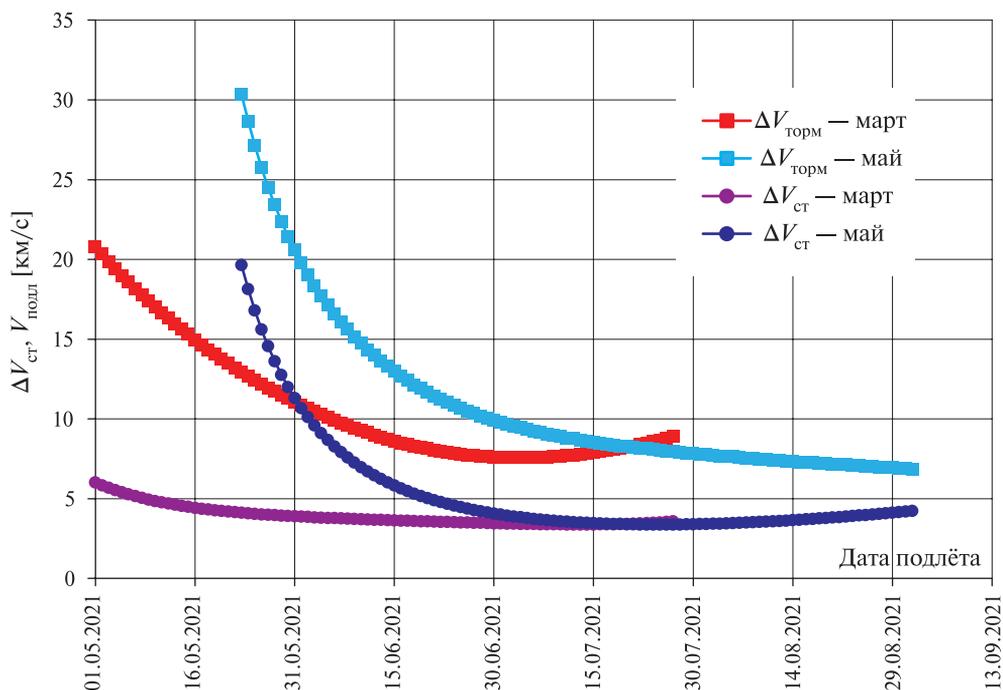


Рис. 8. Энергетические характеристики «перехватывающих» баллистических схем полёта к астероиду 2001 JV1 при стартах в начале марта и начале мая 2021 г.

Из рисунка видно, что для схем полёта со стартом в начале марта 2021 г. и при датах подлёта начиная с мая 2021 г. величина характеристической скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ на разгон становится меньше 5 км/с, достигая в пределе значений $\Delta V_{\text{ст}} \approx 3$ км/с. В то же время скорость КА при подлёте к астероиду в этих схемах не опускается ниже значений $V_{\infty}^{\text{подл}} \approx 7$ км/с, что является недопустимо большой величиной с позиций принятой концепции и требований рассматриваемой демонстрационной миссии.

Для баллистических схем со стартом в начале мая энергетические характеристики «перехватывающих» траекторий с датами подлёта к астероиду до времени его сближения с Землёй имеют примерно те же предельные значения, что и в случаях схем со стартом в марте 2021 г., т. е. не удовлетворяют требованиям миссии по условиям допустимой величины тормозного импульса при подлёте КА к астероиду.

Баллистические схемы полёта КА к астероиду 2001 JV1, отвечающие требованиям демонстрационной миссии

В результате оптимизационного анализа было определено окно старта, в период с конца июня по начало июля 2021 г., в пределах которого могли быть спроектированы траектории полёта КА к астероиду 2001 JV1, отвечающие требованиям концепции демонстрационной миссии и с минимально возможными энергетическими затратами на их реализацию.

При выборе лучших вариантов траекторий перелётов из числа возможных учитывался также фактор условий наблюдения астероида с борта КА, что имеет большое значение для осуществления качественной бортовой навигации на участке сближения КА с объектом-целью.

Одной из возможных дат старта в выбранном окне является 28 июня 2021 г.

На рис. 9 показаны кривые, характеризующие энергетические затраты на перелёт к астероиду для указанной даты старта в зависимости от выбираемой даты подлёта к астероиду.

Зелёным цветом отмечены энергетические затраты, необходимые на перевод КА с опорной орбиты ИСЗ на траекторию полёта к астероиду, т. е. $\Delta V_{\text{ст}}$, синим цветом — потребные энергетические затраты на торможение и выравнивание скоростей КА и астероида при подлёте к астероиду, красным цветом — суммарные энергетические затраты.

Как видно из рисунка, для схем полёта КА со стартом 28.06.2021 г. требования концепции демонстрационной миссии по энергетике перелёта к астероиду могут быть удовлетворены для достаточно широкого периода дат подлёта.

Более детально характеристики некоторых баллистических схем со стартом 28.06.2021 г. приведены в табл. 3.

Несмотря на схожесть многих баллистических схем с разными датами подлёта по энергетическим характеристикам важным фактором при полёте к астероиду является также возможность осуществления бортовой навигации при сближении КА с объектом-целью. Возможность и качество такой навигации существенно зависит от условий наблюдения объекта бортовыми опико-электронными средствами, в том числе, от освещённости астероида.

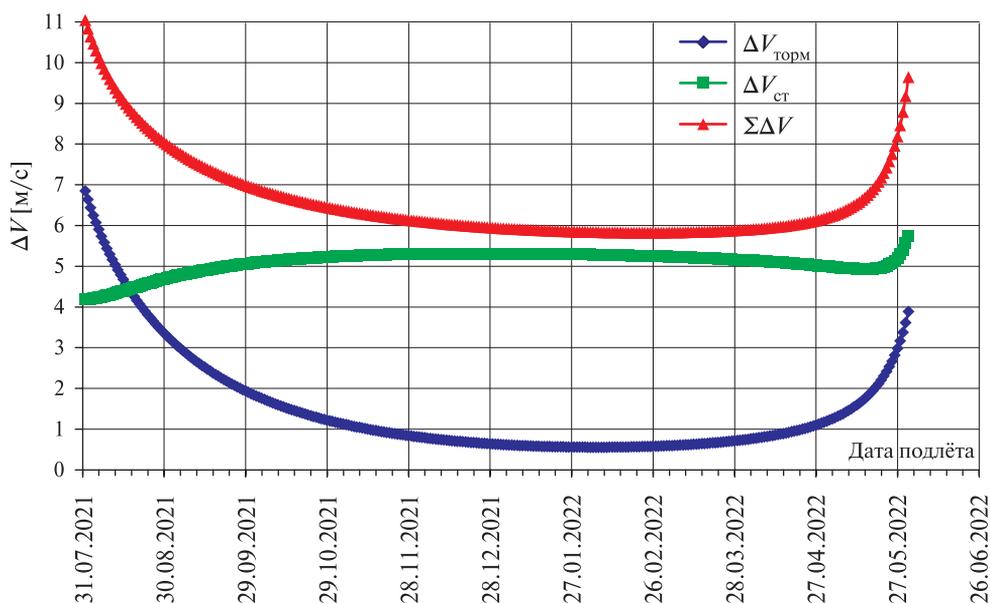


Рис. 9. Энергетические характеристики перелёта к астероиду 2001 JV1 при старте 28.06.2021 для разных дат полёта к астероиду

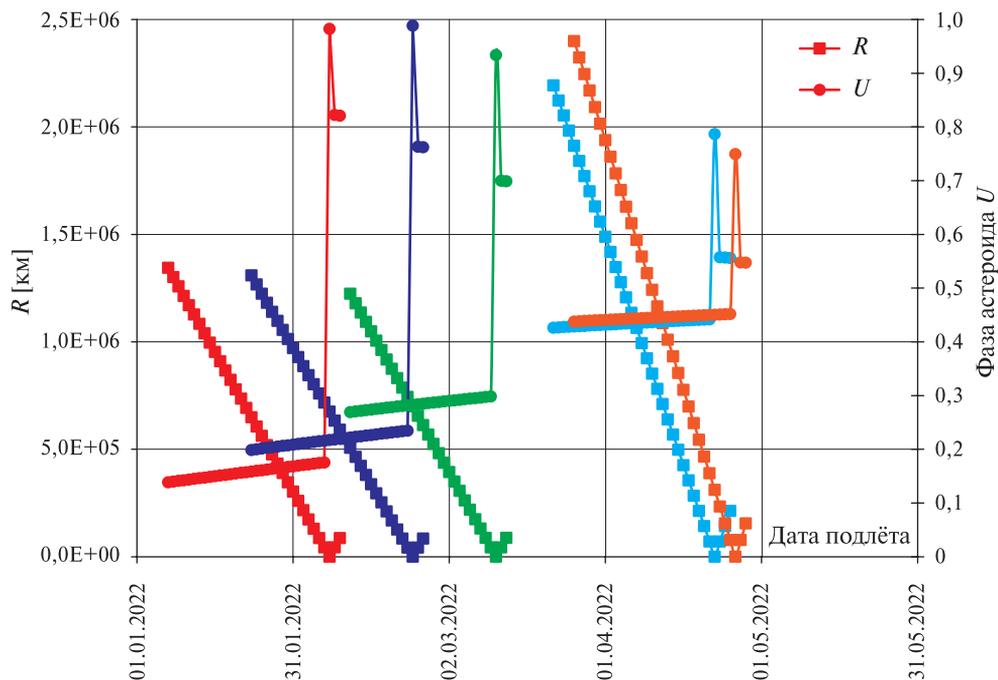


Рис. 10. Условия для бортовой навигации при полёте КА к астероиду 2001 JV1 в период миссии 2021 г.

Таблица 3. Характеристики некоторых баллистических схем полёта к астероиду 2001 JV1 при старте 28.06.2021

Дата полёта	Время перелёта [сут]	Угол перелёта [град]	ΔV старта [км/с]	V_{∞} отлёта [км/с]	ΔV подлёта [км/с]	$\Sigma \Delta V$ [км/с]
14.11.2021	137	119	5,274	7,079	0,991	6,265
25.12.2021	178	136	5,312	7,150	0,656	5,968
23.02.2022	238	155	5,255	7,044	0,574	5,829
15.03.2022	258	160	5,207	6,956	0,638	5,845
22.04.2022	296	169	5,053	6,663	1,002	6,055

На рис. 10 показано, что освещённость астероида, как его видимая с КА фаза, заметно меняется по мере увеличения времени перелёта.

В связи с этим, с учётом оптимизации баланса энергетических затрат, как наиболее предпочтительная была выбрана баллистическая схема, соответствующая дате полёта КА к астероиду 22 апреля 2022 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты проведённой работы по проектированию баллистической схемы полёта КА к потенциально опасному астероиду 2001 JV1 с целью изменения его орбиты взрывом и связанные с этим вопросом небесно-механические исследования состоят в следующем:

- предложена концепция осуществления демонстрационной миссии к потенциально опасному астероиду с целью изменения его орбиты взрывом в части баллистики и навигации КА и оценки эффекта воздействия на ПОО;
- исследованы динамика и особенности движения и сближения с Землёй астероида 2001 JV1 — возможного кандидата для демонстрационной миссии в проекте NEOShield;
- оценены возможность и характеристики движения КА вблизи астероида 2001 JV1 по орбите его искусственного спутника;
- установлена зависимость величины изменения параметров орбиты и условий сближения астероида 2001 JV1 с Землёй от места и направления приложения импульса скорости ΔV , возникающего в результате ядерного взрыва вблизи астероида;
- выполнен анализ потребных энергетических затрат для реализации миссии полёта к астероиду 2001 JV1 для разных вариантов перелётов при старте КА в период 2021 года;
- спроектирована баллистическая схема полёта КА к астероиду 2001 JV1, отвечающая требованиям демонстрационной миссии к ПОО, которая может быть практически реализована в 2021–2022 гг. на основе существующих (или способных быть созданными в ближайшей перспективе) ракетно-космической техники, космических технологий и инфраструктуры.

ЛИТЕРАТУРА

- [Дубошин, 1976] *Дубошин Г. Н.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. 2-е изд. М.: Наука, 1976.
- [Kolyuka, Margorin, 1995] *Kolyuka Yu. F., Margorin O. K.* The new high-effective method for numerical integration of space dynamics differential equation // Spaceflight Dynamics conference. Toulouse, France, 1995.
- [Solar System..., 2014] Solar System Dynamics Group, Horizons On-Line Ephemeris System, Jet Propulsion Laboratory. URL: <http://ssd.jpl.nasa.gov/>

DESIGN OF A BLAST DEFLECTION DEMONSTRATION MISSION OF A SPACECRAFT TO THE POTENTIALLY DANGEROUS ASTEROID 2001 JV1 FOR THE PURPOSE OF CHANGING OF ITS ORBIT BY EXPLOSION

Yu. Kolyuka, T. Afanasieva

Central Research Institute of Machine Building (TsNIMash)

The questions related to the solution of a problem of counteraction against an asteroid and comet hazard are considered. Results of a blast deflection mission design, including mission profiles and navigation, guarantying demanded conditions of a space vehicle rendezvous with the asteroid 2001 JV1 for the purpose of demonstration of a capability of changing of the asteroid's orbit by means of a nuclear explosion which, in turn, can be registered and quantitatively estimated in rather short terms are given.

Keywords: potentially dangerous space object (PDO), the minimum orbit intersection distance, the scenario of a demonstration mission, correcting velocity pulse, delta velocity expenses.

Kolyuka Yury — head of laboratory, PhD, senior scientist, yfk@mcc.rsa.ru
Afanasieva Tatiana — leader scientist, PhD, yfk@mcc.rsa.ru

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ПРОГНОЗ ПАДЕНИЯ СХОДЯЩИХ С ОРБИТ НЕУПРАВЛЯЕМЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Н. А. Голубцова, Т. И. Афанасьева, Т. А. Гридчина, Ю. Ф. Колока

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИмаш)

Работа посвящена проблеме поиска путей повышения точности окончательного решения по прогнозу падения космических объектов (КО), сходящих с орбиты в неуправляемом режиме, и, в частности, оценке влияния разных факторов на точность таких прогнозов. На примере решения задачи прогноза падения для семи различных объектов, пять из которых были в разное время объектами-целями для тестовых кампаний Межагентского координационного комитета по космическому мусору (МККМ) и по которым имеются официально подтверждённые данные о времени и районе их схода с орбиты, на основе обработки измерительной информации, полученной по этим объектам в последние 1...1,5 сут их полёта по орбите, и реализации большого количества разных вариантов решения задачи прогноза при разных исходных данных, в том числе при использовании разных моделей атмосферы, получены результаты и сделаны выводы, которые могут быть использованы для нахождения «лучших» решений и оценки реальной точности результатов окончательного прогноза падения КО. Выявлена причина различий прогнозов падения КО при использовании одних из лучших на сегодняшний день моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000. Оценена степень этих различий для рассмотренных случаев и близость окончательных прогнозов, полученных с использованием одной или другой из этих моделей, к официальным, подтверждённым другими источниками, данным о входе КО в плотные слои атмосферы.

Ключевые слова: космический мусор, объект риска, прогноз падения, модель атмосферы.

ВВЕДЕНИЕ

Точный прогноз времени и района падения сходящего с орбиты неуправляемого космического объекта (КО) является сложной научно-технической задачей, представляющей теоретический интерес и имеющей большую практическую значимость.

Особую важность эта задача приобретает в случаях схода с орбиты так называемых КО «риска», несущих угрозу возникновения опасных ситуаций для экологии, экономики и жизнедеятельности людей при падении КО на Землю. К числу таких объектов относятся, например, КО, имеющие в своём составе радиоактивные и другие опасные вещества, а также крупногабаритные и массивные техногенные КО с тугоплавкими элементами, часть обломков которых обязательно достигает поверхности Земли, имея большую кинетическую

Голубцова Наталья Алексеевна — ведущий инженер, nagoal@mail.ru

Афанасьева Татьяна Иосифовна — ведущий научный сотрудник, кандидат технических наук, yfk@mcc.rsa.ru

Гридчина Татьяна Алексеевна — главный специалист, yfk@mcc.rsa.ru

Колока Юрий Фёдорович — начальник лаборатории, кандидат технических наук, yfk@mcc.rsa.ru

энергию. В подобных случаях достижение максимальной точности прогноза падения КО актуально, как с точки зрения своевременного предупреждения о возможности возникновения опасных ситуаций на определённых территориях, так и подтверждения или опровержения фактов падения фрагментов таких КО в некоторых интересующих местах на поверхности Земли.

Однако на сегодняшний день практически достигаемая точность прогноза падения неуправляемых КО в большинстве случаев остаётся достаточно невысокой. Типовая ошибка в прогнозируемом времени схода КО с орбиты оценивается величиной, составляющей ~10...20 % от оставшегося времени его баллистического существования. Ясно, что при этом точность прогноза параметров падения КО будет тем выше, чем короче будет рассматриваемый интервал прогноза. Однако и в этом случае достигаемая точность заключительного прогноза, а также точность апостериорного определения параметров падения КО, может быть разной, и она будет зависеть от многих факторов, таких как: параметры заключительной орбиты КО, используемый при определении параметров движения КО состав измерительной информации, учитываемые возмущения в модели движения КО, аэродинамические и другие характеристики самого КО, его ориентация в пространстве, точность используемых методических и программных средств прогнозирования.

Одним из важных факторов, влияющих на точность прогноза движения КО, является корректный учёт силы сопротивления атмосферы, зависящей от используемой модели атмосферы и входящих в неё параметров гелиогеомагнитной активности, а также от свойств КО и условий его полёта. Ввиду того, что при использовании разных моделей атмосферы в модели движения КО на заключительном участке его полёта могут получаться существенно разные результаты в прогнозе падения объекта, вполне естественным становится вопрос — какой модели атмосферы отдать предпочтение.

Другим серьёзным вопросом, связанным с достижением максимально возможной точности прогноза падения КО, является выбор наиболее эффективного с навигационной точки зрения состава измерительной информации для определения параметров движения КО по данным имеющихся измерений. В работе предложены определённые критерии для выбора таких составов навигационной информации.

На примерах сопровождения неуправляемых объектов, по которым была достигнута официально подтверждённая высокая точность предсказания и окончательного определения параметров их падения, оценена степень влияния указанных факторов на точность прогноза падения КО. Приводятся данные, позволяющие оценить эффективность предложенных критериев по выбору «лучших» составов измерений путём сравнения прогноза падения КО, полученного по данным этих измерений, с результатами точного определения времени и места падения того же КО, полученными независимым способом, в частности, с использованием средств слежения Стратегического командования США.

На основе отобранных согласно указанным критериям составов измерений для каждого из рассмотренных КО были решены задачи определения параметров движения этих КО в последние сутки их полёта при использовании моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000. Определены различия в прогнозе падения каждого КО при использовании одной или другой из этих моделей.

Выявлена причина указанных различий. Она состоит в разном представлении плотности атмосферы в высотном диапазоне 120...80 км при использовании моделей ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000. Оценена степень этого отличия в представляемой плотности для всех рассмотренных случаев и степень влияния имеющихся отличий на результаты прогноза падения КО.

ВЫБРАННЫЕ ОБЪЕКТЫ, ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И МОДЕЛИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для проведения исследований по оценке влияния различных факторов на заключительный прогноз падения сходящих с орбит неуправляемых космических объектов были выбраны семь следующих завершивших свой полёт КО (табл. 1).

Таблица 1. Космические объекты для исследования

Наименование объекта	Международное обозначение	Номер в каталоге NORAD	Дата падения	Принадлежность
1. КА «Коронас-Ф»	2001-032A	26873	06.12.2005	Россия
2. РН Delta II (верхняя ступень)	2007-023B	31599	16.08.2007	США
3. РН «Восток-2М» (третья ступень)	1979-093B	11601	30.04.2010	Россия
4. КА ROSAT	1990-049A	20638	23.10.2011	Германия
5. КА «Фобос-Грунт»	2011-065A	37872	15.01.2012	Россия
6. РН «Союз-ФГ» (верхняя ступень)	2011-078B	38037	24.12.2011	Россия
7. Малый экспериментальный КА «Сфера»	1998-067CM	38751	24.11.2012	Россия

Пять первых из перечисленных КО являлись объектами-целями тестовых кампаний, проводимых МККМ. Для этих объектов имелись точные данные о времени и месте их входа в плотные слои атмосферы (на высоте 80 км), полученные USSTRATCOM, которые были приняты руководством тестовых кампаний в качестве официальных окончательных результатов этих кампаний.

Сгорание верхней ступени РН «Союз-ФГ» наблюдали жители ряда европейских городов в канун католического рождества 24 декабря 2011 г.

Экспериментальный КА «Сфера» был запущен космонавтами Падалкой Г. И. и Маленченко Ю. И. (32-я экспедиция на МКС) во время внекорабельной деятельности 20 августа 2012 г. в 22 ч 16 мин московского времени. Предполагалось, что этот КА будет использоваться для отработки математических методов учёта атмосферного сопротивления по наблюдениям наземными средствами за его движением.

На основании имеющегося опыта работ по сопровождению сходов с орбиты различных неуправляемых техногенных космических объектов и накопленной статистики по результатам определения времени и районов падения сходящих с орбиты КО в качестве заключительного участка полёта, по изме-

рениям которого могли быть получены наиболее достоверные данные определения параметров падения объекта, рассматривался оставшийся период нахождения КО на орбите продолжительностью 1...1,5 сут вплоть до прекращения его баллистического существования.

В качестве исходной измерительной информации для определения орбит КО использовались:

- а) данные об орбите, формируемые в российской системе контроля космического пространства (СККП) на основе результатов измерений объекта её средствами;
- б) доступные из публичных источников данные об орбите КА в формате TLE из каталога NORAD;
- в) данные об орбите КА в формате TLE и в виде векторов состояния (S/V) от NASA и других космических агентств (DLR, ESA, CNES), помещаемые в базу данных REDB МККМ в периоды проведения тестовых кампаний.

Измерения, предоставляемые в формате TLE, предварительно переводились в прямоугольные векторы состояния объекта, отнесённые к стандартной инерциальной системе координат (СК) эпохи J2000.

Всем используемым измерениям, представляемым в виде прямоугольных координат $\{X, Y, Z\}$ КО в указанной СК, приписывалась точность, характеризующаяся среднеквадратическими ошибками $\sigma_X = \sigma_Y = \sigma_Z = 1$ км.

В табл. 2–8 представлен состав использованной при апостериорном анализе измерительной информации, полученной в последние 1...1,5 сут полёта исследуемых КО по орбите. В каждой таблице последовательно приводятся: порядковый номер измерительных данных; время привязки орбитальных данных; оставшийся до падения КО виток, которому соответствует данное измерение; источник, откуда поступила измерительная информация; вид формата измерения. Цифра 0 в столбце «Виток до падения» свидетельствует, что измерение текущих параметров орбиты было выполнено на витке падения.

Таблица 2. Измерительная информация в последние 1,5 сут полёта КА «Коронас-Ф» (UTC — *англ.* Universal Time Coordinated, всемирное координированное время)

№ п/п	Дата/время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Дата/время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
1	05.12.2005/04:11	24	RSSS	S/V	13	06.12.2005/01:59	9	NASA	TLE
2	05.12.2005/05:26	23	NASA	TLE	14	06.12.2005/03:41	8	RSSS	S/V
3	05.12.2005/05:36	23	RSSS	S/V	15	06.12.2005/04:54	7	NASA	TLE
4	05.12.2005/08:41	21	RSSS	S/V	16	06.12.2005/07:50	6	NASA	TLE
5	05.12.2005/10:08	20	RSSS	S/V	17	06.12.2005/08:08	6	RSSS	S/V
6	05.12.2005/11:18	19	NASA	TLE	18	06.12.2005/09:34	5	RSSS	S/V
7	05.12.2005/11:29	19	ESA	TLE	19	06.12.2005/10:55	4	ESA	TLE
8	05.12.2005/11:37	19	RSSS	S/V	20	06.12.2005/11:04	4	RSSS	S/V
9	05.12.2005/16:08	16	RSSS	S/V	21	06.12.2005/15:40	1	RSSS	S/V

№ п/п	Дата/время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Дата/время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
10	05.12.2005/19:12	14	RSSS	S/V	22	06.12.2005/17:00	0	RSSS	S/V
11	05.12.2005/20:38	13	RSSS	S/V	23	06.12.2005/17:08	0	RSSS	S/V
12	05.12.2005/22:04	12	ESA	TLE					

Таблица 3. Измерительная информация в последние 1,5 сут полёта верхней ступени РН «Дельта-2»

№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
1	14.08.2007/01:12	38	NASA	TLE	14	15.08.2007/04:39	19	RSSS	S/V
2	14.08.2007/03:35	36	RSSS	S/V	15	15.08.2007/05:50	18	NASA	TLE
3	14.08.2007/04:46	35	NASA	TLE	16	15.08.2007/08:46	16	NASA	TLE
4	14.08.2007/04:59	35	RSSS	S/V	17	15.08.2007/10:15	15	NASA	TLE
5	14.08.2007/08:15	33	NASA	TLE	18	15.08.2007/12:15	14	RSSS	S/V
6	14.08.2007/12:17	30	NASA	TLE	19	15.08.2007/13:11	13	NASA	TLE
7	14.08.2007/12:41	30	RSSS	S/V	20	15.08.2007/18:06	10	RSSS	S/V
8	14.08.2007/13:37	29	NASA	TLE	21	15.08.2007/19:29	9	RSSS	S/V
9	14.08.2007/17:10	27	RSSS	S/V	22	15.08.2007/20:31	8	NASA	TLE
10	14.08.2007/19:31	25	NASA	TLE	23	15.08.2007/23:27	6	NASA	TLE
11	14.08.2007/19:58	25	RSSS	S/V	24	16.08.2007/04:08	3	RSSS	S/V
12	14.08.2007/22:28	23	NASA	TLE	25	16.08.2007/05:28	2	RSSS	S/V
13	14.08.2007/22:42	23	RSSS	S/V					

Таблица 4. Измерительная информация в последние 1,5 сут полёта РН «Восток-2М»

№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
1	29.04.2010/02:38	26	RSSS	S/V	13	30.04.2010/02:06	10	RSSS	S/V
2	29.04.2010/06:28	23	NASA	TLE	14	30.04.2010/03:00	9	NASA	TLE
3	29.04.2010/13:48	18	NASA	TLE	15	30.04.2010/03:26	9	RSSS	S/V
4	29.04.2010/15:16	17	NASA	TLE	16	30.04.2010/04:27	8	NASA	TLE
5	29.04.2010/15:16	17	NASA	TLE	17	30.04.2010/04:58	8	RSSS	S/V
6	29.04.2010/15:26	17	RSSS	S/V	18	30.04.2010/06:22	7	ESA	TLE
7	29.04.2010/16:44	16	NASA	TLE	19	30.04.2010/08:51	5	NASA	TLE
8	29.04.2010/18:32	15	RSSS	S/V	20	30.04.2010/11:46	3	NASA	TLE
9	29.04.2010/19:40	14	NASA	TLE	21	30.04.2010/13:24	2	RSSS	S/V
10	29.04.2010/19:50	14	ESA	TLE	22	30.04.2010/14:51	2	RSSS	S/V
11	29.04.2010/19:58	14	RSSS	S/V	23	30.04.2010/15:16	1	NASA	TLE
12	30.04.2010/00:37	11	RSSS	S/V	24	30.04.2010/16:16	1	RSSS	S/V

Таблица 5. Измерительная информация в последние 1,5 сут полёта КА ROSAT

№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
1	21.10.2011/07:33	29	RSSS	S/V	20	22.10.2011/08:32	12	RSSS	S/V
2	21.10.2011/10:31	27	ESA	TLE	21	22.10.2011/09:59	11	ESA	TLE
3	21.10.2011/11:00	27	ESA	TLE	22	22.10.2011/11:29	10	ESA	TLE
4	21.10.2011/11:00	27	CNES	S/V	23	22.10.2011/11:35	10	ESA	TLE
5	21.10.2011/12:02	26	ESA	TLE	24	22.10.2011/11:40	10	RSSS	S/V
6	21.10.2011/12:30	26	ESA	TLE	25	22.10.2011/12:42	9	NASA	TLE
7	21.10.2011/13:34	25	ESA	TLE	26	22.10.2011/12:42	9	NASA	TLE
8	21.10.2011/13:38	25	RSSS	S/V	27	22.10.2011/13:00	9	ESA	TLE
9	21.10.2011/16:11	23	ESA	TLE	28	22.10.2011/13:06	9	ESA	TLE
10	21.10.2011/17:15	23	CNES	S/V	29	22.10.2011/13:10	9	RSSS	S/V
11	21.10.2011/17:39	22	NASA	TLE	30	22.10.2011/14:32	8	ESA	TLE
12	21.10.2011/19:07	21	NASA	TLE	31	22.10.2011/14:37	8	ESA	TLE
13	21.10.2011/20:35	20	NASA	TLE	32	22.10.2011/14:43	8	RSSS	S/V
14	21.10.2011/23:31	18	NASA	TLE	33	22.10.2011/16:03	7	ESA	TLE
15	22.10.2011/02:27	16	NASA	TLE	34	22.10.2011/16:07	7	ESA	TLE
16	22.10.2011/04:12	15	RSSS	S/V	35	22.10.2011/18:32	5	NASA	TLE
17	22.10.2011/05:43	14	RSSS	S/V	36	22.10.2011/20:00	4	NASA	TLE
18	22.10.2011/06:51	13	NASA	TLE	37	22.10.2011/22:54	2	NASA	TLE
19	22.10.2011/07:14	13	RSSS	S/V					

Таблица 6. Измерительная информация в последние сутки полёта КА «Фобос-Грунт»

№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
1	2012.01.14/17:49	17	RSSS	S/V	18	2012.01.15/04:59	8	NASA	TLE
2	2012.01.14/19:02	16	DLR	TLE	19	2012.01.15/06:27	7	NASA	TLE
3	2012.01.14/19:16	16	RSSS	S/V	20	2012.01.15/07:54	6	NASA	TLE
4	2012.01.14/20:15	16	NASA	TLE	21	2012.01.15/07:54	6	NASA	TLE
5	2012.01.14/20:32	15	DLR	TLE	22	2012.01.15/09:21	5	NASA	TLE
6	2012.01.14/20:48	15	RSSS	S/V	23	2012.01.15/09:21	5	RSSS	S/V
7	2012.01.14/21:24	14	ESA	TLE	24	2012.01.15/12:31	4	RSSS	S/V
8	2012.01.14/22:03	13	DLR	TLE	25	2012.01.15/12:34	4	RSSS	S/V
9	2012.01.14/22:11	13	RSSS	S/V	26	2012.01.15/13:59	3	RSSS	S/V
10	2012.01.14/22:30	13	ESA	TLE	27	2012.01.15/14:03	3	RSSS	S/V
11	2012.01.14/23:10	12	NASA	TLE	28	2012.01.15/14:04	3	RSSS	S/V
12	2012.01.14/23:34	12	DLR	TLE	29	2012.01.15/15:21	2	RSSS	S/V
13	2012.01.14/23:42	12	ESA	TLE	30	2012.01.15/15:33	2	RSSS	S/V

№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
14	2012.01.15/01:40	11	CNES	S/V	31	2012.01.15/16:36	1	NASA	TLE
15	2012.01.15/02:05	10	NASA	TLE	32	2012.01.15/16:54	0	RSSS	S/V
16	2012.01.15/03:32	9	NASA	TLE	33	2012.01.15/17:02	0	RSSS	S/V
17	2012.01.15/03:32	9	RSSS	S/V	34	2012.01.15/17:03	0	RSSS	S/V

Таблица 7. Измерительная информация в последние 1,5 сут полёта верхней ступени РН «Союз-ФГ»

№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
1	22.12.2011/21:35	29	NASA	TLE	10	23.12.2011/17:14	16	RSSS	S/V
2	23.12.2011/04:57	24	NASA	TLE	11	23.12.2011/18:35	15	RSSS	S/V
3	23.12.2011/06:25	24	NASA	TLE	12	23.12.2011/20:11	14	RSSS	S/V
4	23.12.2011/09:41	21	RSSS	S/V	13	23.12.2011/21:08	13	NASA	TLE
5	23.12.2011/11:06	20	RSSS	S/V	14	24.12.2011/09:08	5	RSSS	S/V
6	23.12.2011/12:19	19	NASA	TLE	15	24.12.2011/10:34	4	RSSS	S/V
7	23.12.2011/12:43	19	RSSS	S/V	16	24.12.2011/12:11	3	RSSS	S/V
8	23.12.2011/14:15	18	RSSS	S/V	17	24.12.2011/13:41	2	RSSS	S/V
9	23.12.2011/15:43	17	RSSS	S/V					

Таблица 8. Измерительная информация в последние 1,5 сут полёта КА «Сфера»

№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения	№ п/п	Время измерения (UTC)	Виток до падения	Источник измерения	Вид измерения
1	22.11.2012/20:09	24	RSSS	S/V	12	23.11.2012/13:35	13	NASA	TLE
2	22.11.2012/21:17	23	NASA	TLE	13	23.11.2012/19:29	9	NASA	TLE
3	22.11.2012/21:42	23	RSSS	S/V	14	23.11.2012/19:42	8	RSSS	S/V
4	22.11.2012/22:46	22	NASA	TLE	15	24.11.2012/00:24	5	RSSS	S/V
5	22.11.2012/23:00	22	RSSS	S/V	16	24.11.2012/01:22	4	NASA	TLE
6	22.11.2012/23:29	22	NASA	TLE	17	24.11.2012/01:52	4	RSSS	S/V
7	23.11.2012/00:32	21	RSSS	S/V	18	24.11.2012/04:18	3	NASA	TLE
8	23.11.2012/02:14	20	RSSS	S/V	19	24.11.2012/04:47	2	RSSS	S/V
9	23.11.2012/04:42	18	NASA	TLE	20	24.11.2012/05:46	2	NASA	TLE
10	23.11.2012/05:11	18	RSSS	S/V	21	24.11.2012/07:13	1	NASA	TLE
11	23.11.2012/07:40	16	NASA	TLE					

Для описания движения исследуемых КО на заключительных участках полёта по низким околоземным орбитам использовалась модель, в которой учитывалось действие на КО силы притяжения нецентрального гравитационного поля Земли, силы сопротивления атмосферы и сил гравита-

ционного притяжения со стороны Луны и Солнца как материальных точек. Проведённые оценки показали, что в рассматриваемых случаях влиянием других природных возмущающих движение КО факторов можно было пренебречь.

Для оценки влияния той или иной модели гравитационного поля Земли на результат решения рассматриваемой задачи сравнивались данные расчётов параметров движения КО при использовании российской модели геопотенциала ПЗ-90, американской модели JGM-3 и европейской модели GEM-T3, а также сравнивались результаты расчёта при учёте разного количества гармоник в этих моделях.

Использование разных моделей гравитационного поля Земли (ГПЗ) при описании движения КА на заключительном этапе полёта приводило к различию в рассчитываемых положениях КА на интервале прогнозирования порядка 1...1,5 сут не более 1 км (для одинаковых размерностей учитываемых гармоник). Было также установлено, что для корректного учёта возмущений, создаваемых нецентральной частью ГПЗ, необходимо учитывать достаточно большое количество гармоник в его разложении в ряд по сферическим функциям. В связи с отмеченным, при проведении основных расчётов в рамках рассматриваемых исследований использовалась модель геопотенциала ПЗ-90, в которой учитывались все гармоники разложения до степени и порядка (16×16) .

Результаты предшествующих исследований, в частности, приведённые в работе [Kolyuka et al., 2012], позволили сделать вывод, что из всех используемых при решении практических задач моделей атмосферы, включая динамические модели ГОСТ-2004, NRL MSISE-2000, ГОСТ-84 (в редакции 1990 г.), Jасchia, а также статические модели типа CMA-62, лучшими, с точки зрения обеспечения достижения более точных прогнозов движения КО по низким орбитам, являются ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000. Поэтому для оценки зависимости результатов определения времени входа КО в атмосферу и его падения на Землю от используемой модели атмосферы реализовывались идентичные варианты решения поставленной задачи при использовании динамических моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000. При этом при проведении оценочных расчётов в указанных динамических моделях атмосферы использовались уже ставшие известными «фактические», т. е. уточнённые по реальным измерениям, значения индексов солнечной ($F_{10,7}$) и геомагнитной (A_p) активности, предоставляемые NOAA и российским институтом ИЗМИРАН.

При расчёте возмущений со стороны Луны и Солнца использовались эфемериды положений этих тел DE403, разработанные в Лаборатории реактивного движения (JPL).

Движение КО описывалось системой дифференциальных уравнений второго порядка, записанных в прямоугольной геоцентрической инерциальной системе координат, соответствующей среднему экватору и равноденствию стандартной эпохи J2000. Расчёт параметров движения КО на интересующие моменты времени осуществлялся посредством численного интегрирования указанных уравнений с помощью высокоэффективного метода, позволяющего достигать любой заданной точности [Kolyuka, Margorin, 1995]. Тем самым вычислительная ошибка в задаче численного прогнозирования траектории движения КО была пренебрежимо мала.

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА НА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОМ ЭТАПЕ ПОЛЁТА

Чтобы определить наилучший для целей решаемой задачи состав измерительной информации, из числа полученной в период за 1...1,5 сут до падения КО, были рассмотрены различные выборки этой информации. В каждом варианте, соответствующем сделанной выборке, решалась задача определения параметров движения КО, включающих шестимерный вектор состояния на некоторый начальный момент времени t_0 и баллистический коэффициент объекта, т.е. набор $\bar{q} = \{\bar{r}_0, \bar{V}_0, S_b\}$. Далее на основании уточнённых параметров осуществлялся прогноз движения КО на характерный момент времени T_p , соответствующий достижению объектом высоты $H \approx 100$ км непосредственно перед его входом в плотные слои атмосферы.

Навигационная эффективность каждого рассматриваемого варианта выборки, т.е. возможность достижения по данному составу измерений определённой высокой точности прогноза параметров движения КО, оценивалась по следующим критериям:

1. *Достижение минимального значения меры согласования использованных измерений* — ошибки единицы веса σ_0 , определяемой соотношением:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_k \sum_{i=1}^{M_k} P_i^k [\Psi_{i_{obs}}^k - \Psi_{i_{calc}}^k(\bar{q})]^2}{N - m}},$$

где $\Psi_{i_{obs}}^k$ и $\Psi_{i_{calc}}^k(\bar{q})$ — измеренное значение и расчётный аналог i -го наблюдения вида k (т.е. X_i , Y_i или Z_i) соответственно; $P_i^k = 1/\sigma_i^k$ — вес этого наблюдения (σ_i^k — его среднеквадратическая ошибка); M_k — общее количество включённых в обработку измерений k -го вида; $N = \sum_k M_k$.

При хорошем согласовании измерений и адекватном задании их весов должно удовлетворяться условие $\sigma_0 \leq 1$.

2. *Минимальная среднеквадратическая ошибка определения баллистического коэффициента S_b* .

3. *Минимальные формальные среднеквадратические ошибки прогноза положения КО на момент T_p* , рассчитываемые на основании ковариационной матрицы ошибок полученного решения и представляемые в орбитальной системе координат RNB (центр данной системы совпадает с центром масс КО, ось R направлена из центра Земли на КО, ось N ортогональна R, лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону движения КО, ось B дополняет систему до правой), в виде σ_R , σ_N и σ_B .

4. *Непротиворечивость последних используемых измерений остальным измерениям из рассматриваемого состава*.

Необходимость применения последнего критерия объясняется тем, что довольно часто последние измерительные данные соответствуют измерениям, выполняемым средствами слежения в трудных условиях на низкой высоте.

Решение задачи определения и прогнозирования параметров движения КО и его падения проводилось при использовании динамических моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000 при реальных («фактических») значениях индексов $F_{10,7}$ и A_p .

Результаты согласования данных измерений и формальные оценки точности искомых параметров для вариантов решения навигационной задачи по измерениям, распределённым в пределах мерных интервалов разной длины — от 6 ч до ~1,5 сут, — приведены в табл. 9–16. В таблицах для каждого варианта определения орбиты КО даются: начало и конец мерного интервала; его протяжённость (в часах); общее количество использованных комплектов исходных орбитальных данных и их распределение по источникам; дата и время падения КО — достижение им высоты $H = 10$ км, соответствующее данному варианту решения; достигнутый уровень согласования данных измерений σ_0 ; полученное в этом варианте значение баллистического коэффициента S_b с формальной ошибкой его определения (по уровню 3σ); формальные ошибки прогноза положения КА (по уровню 3σ) на момент T_f в орбитальной системе координат RNB.

В названиях таблиц (в скобках) приводятся также официально принятые или наиболее вероятные данные о времени падения КО, соответствующие другим источникам.

Розовым и зелёным цветом выделены варианты решения, полученные при использовании моделей атмосферы ГОСТ-2004 (G) и NRL MSISE-2000 (M) соответственно, которые были выбраны в качестве лучших для каждого из объектов согласно описанным критериям. При этом следует отметить, что этот выбор осуществлялся при комплексном применении критериев.

Таблица 9. Основные характеристики решения задачи определения и прогнозирования параметров движения КА «КОРОНАС-Ф» по различным составам измерительной информации (06.12.2005 17:34 UTC)

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
1	05.12.2005/04:12 – 06.12.2005/15:41	35,50	21	06.12.2005 17:07:06	4,150	0,0701±0,00048	4,870	6,282	24,568
2	05.12.2005/19:12 – 06.12.2005/17:00	21,80	11	06.12.2005 17:34:15	0,608	0,0652±0,00018	0,797	6,198	0,875
3G	05.12.2005/19:12 – 06.12.2005/17:08	21,93	12	06.12.2005 17:34:15	0,652	0,0653±0,00015	0,769	6,492	0,847
3M	05.12.2005/19:12 – 06.12.2005/17:08	21,93	12	06.12.2005 17:28:31	0,736	0,0717±0,00021	0,868	7,428	0,958
4G	06.12.2005/04:55 – 06.12.2005/17:08	12,22	8	06.12.2005 17:35:20	0,475	0,0647±0,00024	0,780	4,917	0,812
4M	06.12.2005/04:55 – 06.12.2005/17:08	12,22	8	06.12.2005 17:27:21	0,939	0,0724±0,00057	1,550	9,783	1,604
5G	06.12.2005/10:56 – 06.12.2005/17:08	06,20	4	06.12.2005 17:38:24	0,253	0,0634±0,00297	2,047	26,451	0,615
5M	06.12.2005/10:56 – 06.12.2005/17:08	06,20	4	06.12.2005 17:31:40	0,235	0,0689±0,00303	1,882	24,000	0,572

Таблица 10. Основные характеристики решения задачи определения и прогнозирования движения верхней ступени РН «Дельта-2» по различным составам измерительной информации (16.08.2007 09:30)

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
1G	14.08.2007/19:58 – 16.08.2007/05:28	33,50	15	16.08.2007 09:29:19	2,927	0,0729±0,00042	1,845	18,798	2,860
1M	14.08.2007/19:58 – 16.08.2007/05:28	33,50	15	16.08.2007 10:03:45	5,013	0,0717±0,00069	3,201	32,610	4,905
2G	15.08.2007/05:50 – 16.08.2007/05:28	23,50	10	16.08.2007 09:14:58	1,122	0,0715±0,00030	0,932	9,987	1,365
2M	15.08.2007/05:50 – 16.08.2007/05:28	23,50	10	16.08.2007 09:41:32	1,577	0,0703±0,00042	1,315	14,289	1,917
3G	15.08.2007/10:15 – 16.08.2007/05:28	19,22	7	16.08.2007 09:30:07	0,998	0,0684±0,00045	1,038	13,155	1,656
3M	15.08.2007/10:15 – 16.08.2007/05:28	19,22	7	16.08.2007 09:46:07	1,139	0,0680±0,00048	1,191	15,129	1,890
4G	15.08.2007/18:06 – 16.08.2007/05:28	11,50	6	16.08.2007 09:29:02	1,027	0,0684±0,00132	1,170	22,767	1,750
4M	15.08.2007/18:06 – 16.08.2007/05:28	11,50	6	16.08.2007 09:32:33	1,028	0,0699±0,00132	1,176	23,007	1,754
5G	15.08.2007/23:27 – 16.08.2007/05:28	06,00	3	16.08.2007 09:39:27	0,555	0,0651±0,00258	1,613	20,172	1,275
5M	15.08.2007/23:27 – 16.08.2007/05:28	06,00	3	16.08.2007 09:40:56	0,615	0,0669±0,00291	1,803	22,677	1,415

Таблица 11. Основные характеристики решения задачи определения и прогнозирования параметров движения верхней ступени РН «Восток-2М» по различным составам измерительной информации (30.04.2010 16:54 UTC)

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
1	29.04.2010/02:38 – 30.04.2010/16:16	36,65	24	30.04.2010 16:47:48	1,081	0,0622±0,00009	0,406	4,965	0,995
2G	29.04.2010/16:44 – 30.04.2010/16:16	23,53	17	30.04.2010 16:48:13	1,055	0,0621±0,00018	0,495	5,949	1,077
2M	29.04.2010/16:44 – 30.04.2010/16:16	23,53	17	30.04.2010 16:39:02	0,871	0,0679±0,00015	0,408	4,980	0,889
3G	30.04.2010/00:37 – 30.04.2010/16:16	15,65	12	30.04.2010 16:50:17	0,689	0,0615±0,00021	0,447	5,187	0,926
3M	29.04.2010/00:37 – 30.04.2010/16:16	15,65	12	30.04.2010 16:39:54	0,836	0,0676±0,00030	0,546	6,357	1,127

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
4G	30.04.2010/04:27 – 30.04.2010/16:16	11,80	8	30.04.2010 16:51:04	0,653	0,0612±0,00030	0,540	4,917	1,014
4M	30.04.2010/04:27 – 30.04.2010/16:16	11,80	8	30.04.2010 16:40:52	0,898	0,0672±0,00048	0,745	6,804	1,394
5G	30.04.2010/08:51 – 30.04.2010/16:16	06,50	5	30.04.2010 16:52:28	0,424	0,0604±0,00036	0,994	3,423	1,021
5M	30.04.2010/08:51 – 30.04.2010/16:16	06,50	5	30.04.2010 16:42:53	0,831	0,0662±0,00078	1,952	6,708	2,001

Таблица 12. Основные характеристики решения задачи определения и прогнозирования параметров движения КА ROSAT по различным составам измерительной информации (23.10.2011 01:57 UTC)

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения (UTC)	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
1G	21.10.2011/10:32 – 22.10.2011/22:55	36,00	29	23.10.2011 02:05:25	3,627	0,0481±0,00024	1,313	15,606	2,625
2G	22.10.2011/19:08 – 22.10.2011/18:33	23,58	15	23.10.2011 01:42:18	1,564	0,0478±0,00042	1,282	23,550	1,556
2M	22.10.2011/19:08 – 22.10.2011/18:33	23,58	15	23.10.2011 02:03:22	1,455	0,0461±0,00039	1,192	22,005	1,457
3G	22.10.2011/20:35 – 22.10.2011/20:09	23,43	15	23.10.2011 01:57:40	1,057	0,0468±0,00027	0,867	15,171	1,064
3M	22.10.2011/20:35 – 22.10.2011/20:09	23,43	15	23.10.2011 02:15:35	1,080	0,0456±0,00027	0,888	15,603	1,091
4G	22.10.2011/04:13 – 22.10.2011/20:00	15,93	14	23.10.2011 01:57:50	0,915	0,0468±0,00036	0,782	11,232	1,014
4M	22.10.2011/04:13 – 22.10.2011/20:00	15,93	14	23.10.2011 02:08:00	0,883	0,0460±0,00036	0,757	10,917	0,982
5G	22.10.2011/09:59 – 22.10.2011/22:55	12,00	10	23.10.2011 02:07:43	0,889	0,0460±0,00042	0,740	8,901	1,246
5M	22.10.2011/09:59 – 22.10.2011/22:55	12,00	10	23.10.2011 02:03:01	0,962	0,0462±0,00048	0,804	9,741	1,349
6G	22.10.2011/16:08 – 22.10.2011/22:55	06,78	4	23.10.2011 02:01:54	0,501	0,0469±0,00114	0,886	17,778	1,768
6M	22.10.2011/16:08 – 22.10.2011/22:55	06,78	4	23.10.2011 01:53:06	0,432	0,0477±0,00099	1,523	15,390	1,525

Таблица 13. Основные характеристики решения задачи определения и прогнозирования параметров движения КА «Фобос-Грунт» по различным составам измерительной информации (15.01.2012 17:53 UTC)

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения (UTC)	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
1G	2012.01.14/17:49 – 2012.01.15/17:03	23,23	34	15.01.2012 18:00:00	0,759	0,0136±0,00003	0,314	4,137	0,561
1M	2012.01.14/17:49 – 2012.01.15/17:03	23,23	34	15.01.2012 17:39:17	0,740	0,0161±0,00003	0,313	4,041	0,547
2	2012.01.14/17:49 – 2012.01.15/12:34	18,73	25	15.01.2012 18:09:06	0,566	0,0134±0,00005	0,263	5,109	0,447
3	2012.01.14/23:10 – 2012.01.15/17:03	17,88	24	15.01.2012 17:58:33	0,561	0,0137±0,00003	0,324	3,396	0,471
4	2012.01.14/17:49 – 2012.01.15/06:27	12,62	19	15.01.2012 18:14:46	0,449	0,0133±0,00011	0,228	6,852	0,423
5G	2012.01.15/04:59 – 2012.01.15/17:03	12,07	17	15.01.2012 17:57:04	0,470	0,0138±0,00004	0,447	3,492	0,492
5M	2012.01.15/04:59 – 2012.01.15/17:03	12,07	17	15.01.2012 17:40:17	0,668	0,0159±0,00007	0,634	4,926	0,697
6	2012.01.15/02:05 – 2012.01.15/13:59	11,90	12	15.01.2012 18:01:33	0,574	0,0136±0,00012	0,552	7,893	0,570
7	2012.01.14/17:49 – 2012.01.15/02:05	8,25	15	15.01.2012 17:58:02	0,427	0,0135±0,00026	0,260	10,818	0,522
8G	2012.01.15/07:54 – 2012.01.15/13:59	6,08	7	15.01.2012 17:55:47	0,605	0,0138±0,00042	0,978	10,941	0,897
8M	2012.01.15/07:54 – 2012.01.15/13:59	6,08	7	15.01.2012 17:31:29	0,613	0,0165±0,00051	0,993	11,040	0,906
9	2012.01.15/02:05 – 2012.01.15/07:54	5,83	7	15.01.2012 18:35:48	0,553	0,0130±0,00063	0,659	29,226	0,633
10	2012.01.15/12:31 – 2012.01.15/17:03	4,30	11	15.01.2012 17:55:15	0,310	0,0141±0,00012	0,474	2,676	0,630
10M	2012.01.15/12:31 – 2012.01.15/17:03	4,30	11	15.01.2012 17:44:12	0,364	0,0158±0,00016	0,555	3,081	0,740

Таблица 14. Основные характеристики решения задачи определения и прогнозирования параметров движения верхней ступени РН «Союз-ФГ» по различным составам измерительной информации (24.12.2011 16:30)

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
1	22.12.2011/21:35 – 24.12.2011/13:41	40,10	17	24.12.2011 16:12:33	1,911	0,0802±0,00021	1,643	15,279	1,953
2G	23.12.2011/12:43 – 24.12.2011/13:41	24,97	10	24.12.2011 16:22:16	1,167	0,0774±0,00036	1,357	12,999	1,684

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
2М	23.12.2011/12:43 – 24.12.2011/13:41	24,97	10	24.12.2011 16:34:15	1,261	0,0836±0,00045	1,464	14,127	1,811
3G	23.12.2011/17:15 – 24.12.2011/13:41	19,43	7	24.12.2011 16:24:19	1,352	0,0770±0,00075	1,801	22,149	2,163
3М	23.12.2011/17:15 – 24.12.2011/13:41	19,43	7	24.12.2011 16:30:19	1,397	0,0844±0,00087	1,858	23,109	2,228
4G	23.12.2011/20:23 – 24.12.2011/13:41	17,30	5	24.12.2011 16:25:43	1,591	0,0768±0,00114	2,737	30,270	2,930
4М	23.12.2011/20:23 – 24.12.2011/13:41	17,30	5	24.12.2011 16:29:18	1,684	0,0847±0,00132	2,987	32,370	3,099

Таблица 15. Основные характеристики решения задачи определения и прогнозирования параметров движения малого экспериментального КА «Сфера» по различным составам измерительной информации (24.11.2012 08:40 UTC)

№ вар.	Мерный интервал		Кол-во комплектов	Дата и время падения	Мера согласования измерений σ_0	Полученное значение S_b	Ошибка прогноза на T_f [км]		
	начало – конец (UTC)	длина [ч]					$3\sigma_R$	$3\sigma_N$	$3\sigma_B$
1G	23.11.2012/04:42 – 24.11.2012/04:47	24,08	9	24.11.2012 08:35:30	1,1	0,2576±0,0009	0,8202	11,52	1,9989
2G	23.11.2012/07:40 – 24.11.2012/07:13	23,55	7	24.11.2012 08:24:47	2,19	0,2622±0,0015	1,6527	18,615	4,668
3G	23.11.2012/07:40 – 24.11.2012/05:46	22,10	7	24.11.2012 08:37:20	1,28	0,2573±0,0009	1,3101	12,576	2,5467
3М	23.11.2012/07:40 – 24.11.2012/05:46	22,10	7	24.11.2012 08:39:00	1,60	0,2620±0,0012	1,8231	15,645	2,9082
4G	23.11.2012/19:29 – 24.11.2012/07:13	11,73	7	24.11.2012 08:19:25	2,04	0,2659±0,0033	1,9134	17,955	3,978
5G	23.11.2012/19:29 – 24.11.2012/05:46	10,28	7	24.11.2012 08:41:19	1,16	0,2543±0,0030	1,4106	14,295	2,0469
5М	23.11.2012/19:29 – 24.11.2012/05:46	10,28	7	24.11.2012 08:46:03	1,07	0,2561±0,0027	1,3989	13,203	1,5498
6G	23.11.2012/19:29 – 24.11.2012/04:47	9,30	6	24.11.2012 08:37:10	0,89	0,2566±0,0027	0,9858	11,868	1,7985
6М	23.11.2012/19:29 – 24.11.2012/04:47	9,30	6	24.11.2012 08:42:55	0,83	0,2582±0,0024	1,0974	11,046	1,3518
7G	24.11.2012/00:24 – 24.11.2012/07:13	6,82	6	24.11.2012 08:10:19	0,54	0,2787±0,0018	0,7332	5,556	0,8397
7М	24.11.2012/00:24 – 24.11.2012/07:13	6,82	6	24.11.2012 08:11:08	0,54	0,2842±0,0018	0,7125	5,601	0,8628
8G	24.11.2012/00:24 – 24.11.2012/05:46	5,37	6	24.11.2012 08:45:05	1,19	0,2502±0,0093	1,7103	23,226	1,8126
8.	24.11.2012/00:24 – 24.11.2012/05:46	5,37	6	24.11.2012 08:48:28	1,12	0,2529±0,0090	1,6554	22,155	1,5948

Как следует из данных табл. 9–15, в большинстве случаев «лучшие» решения, в смысле наиболее высокой точности прогноза оставшегося движения КО по орбите и его падения, могут быть получены по измерениям, распределённым на интервалах от $\sim 0,5$ до ~ 1 сут до схода объекта с орбиты. Хорошие решения могут быть получены и по более коротким мерным интервалам, например ~ 6 ч. Однако выбору таких решений в качестве основы для получения окончательного прогноза падения КО может препятствовать определённый элемент неуверенности в их надёжности, особенно если количество измерений, распределённых на таких интервалах, мало и имеются несогласованности по остаточным невязкам между последними и всеми остальными измерениями.

В табл. 16 приведены характеристики орбит рассматриваемых КО на моменты привязки t_0 уточнённых параметров движения КО, полученных в «лучших» решениях, и длительность заключительного прогноза (в витках) для этих решений от соответствующих моментов t_0 до времён сходов объектов с орбиты.

Таблица 16. Данные об основных параметрах орбит КО на моменты t_0 , полученные в лучших вариантах решения задачи определения орбит по измерениям

Наименование КО	Эксцентриситет	Максимальная высота H_{\max} [км]	Минимальная высота H_{\min} [км]	Баллистический коэффициент S_b	Длительность заключительного прогноза [витки]
1. КА «Коронас-Ф»	0,00117	188	161	0,0647	8
2. РН Delta II	0,00603	228	150	0,0684	15
3. РН «Восток-2М»	0,00032	181	159	0,0612	8
4. КА ROSAT	0,00065	187	170	0,0468	15
5. КА «Фобос-Грунт»	0,00174	154	135	0,0138	8
6. РН «Союз-ФГ»	0,00394	224	176	0,0774	19
7. КА «Сфера»	0,00191	215	192	0,2543	9

Как видно из табл. 16, длительность заключительного прогноза, соответствующего «лучшему» выбранному решению для рассмотренных объектов, составляла, в зависимости от объекта, от 8 до 19 витков.

Сравнивая результаты «лучших» решений, полученных при использовании разных моделей атмосферы — ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000, можно установить определённые отличия как в согласовании одних и тех же составов измерительной информации, так и в прогнозе времени падения КО. В табл. 17 для каждого «лучшего» решения для рассмотренных объектов сведены данные о мере согласования σ_0 измерительной информации для вариантов использования модели ГОСТ-2004 и модели NRL MSISE-2000, разницы в прогнозе времени падения КО, предсказанного в этих вариантах решений, и отличие предсказанного времени падения — T_{re}^G и T_{re}^M — для случаев использования моделей ГОСТ-2004 (G) и NRL MSISE-2000 (M) от официально принятых (или наиболее вероятных) данных о времени падения КО — T_{re}^{Ad} . Данные о T_{re}^{Ad} представлены в последней колонке таблицы.

Таблица 17. Отличия во времени падения выбранных КО, предсказанного при использовании динамических моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000

Наименование КО	Согласование σ_0		$\Delta t = T_{re}^G - T_{re}^M$ [мин]	$\Delta t = T_{re}^G - T_{re}^{Ad}$ [мин]	$\Delta t = T_{re}^M - T_{re}^{Ad}$ [мин]	T_{re}^{Ad} (UTC)
	ГОСТ	MSISE				
1. КА «Корона-Ф»	0,48	0,94	8	1	-7	06.12.2005 17:34
2. РН Delta II	1,00	1,14	-16	0	16	16.08.2007 09:30
3. РН «Восток-2М»	0,65	0,90	10	-3	-13	30.04.2010 16:54
4. КА ROSAT	0,92	0,88	-10	1	11	23.10.2011 01:57
5. КА «Фобос-Грунт»	0,47	0,67	17	4	-13	15.01.2012 17:53
6. РН «Союз-ФГ»	1,17	1,26	-12	-8	4	24.12.2011 16:30*
7. КА «Сфера»	1,16	1,07	-5	-	-	

* Время, в которое жители ряда европейских городов наблюдали сгорание РН «Союз-ФГ» в канун католического рождества 24 декабря 2011 г.

Как следует из табл. 17, различия в прогнозе времени падения КО — $\Delta t = T_{re}^G - T_{re}^M$ при использовании разных моделей атмосферы могут достигать значительных величин. При этом в большинстве случаев ближе к официально принятым данным о времени падения КО были результаты прогнозов, полученных с использованием модели ГОСТ-2004. К чему могут приводить имеющие место ошибки в прогнозе по времени падения в пересчёте в ошибку прогноза по району падения КО продемонстрировано на примере КА «Фобос-Грунт». В этом случае различие на 17 мин в прогнозе времени падения данного объекта при использовании моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000 порождало достаточно большое отличие в прогнозируемом районе падения КА для этих двух вариантов, как это показано на рис. 1.

В то же время, как показали расчёты, отличие в прогнозах параметров движения КО для аналогичных решений, но полученных при использовании разных моделей атмосферы, на орбитальном участке полёта является уже не столь значительным. В табл. 18 приведены отличия в прогнозируемых параметрах движения рассматриваемых КО на начало последнего полного витка, предшествующего витку падения, для вариантов прогнозов, соответствующих «лучшим» выбранным решениям и полученных при использовании моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000. Отличия приводятся в орбитальной системе координат, т.е. по высоте — ΔR , направлению вдоль движения КО — ΔN и направлению поперёк орбиты — ΔB . Здесь же для каждого случая приводится высота на экваторе на рассмотренном для сравнения витке орбиты.

Данные, приведённые в табл. 18, свидетельствуют, что при достаточно длительном орбитальном прогнозе (который, согласно табл. 16, мог достигать 19 витков) различия в прогнозируемых параметрах движения КО на завершающем витке полёта для вариантов, в которых использовались модели атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000, в большинстве случаев не превышали единиц километров.

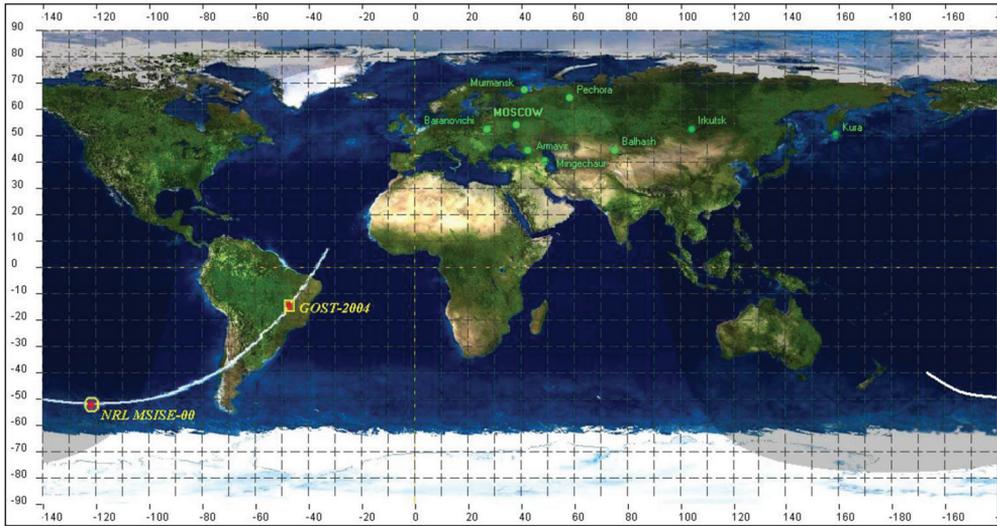


Рис. 1. Отличие в прогнозе падения КА «Фобос-Грунт», рассчитанного от «лучшего» решения для вариантов, в которых использовались модели атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000

Таблица 18. Отличия в прогнозируемых параметрах движения КО на начало последнего полного витка орбитального полёта при использовании динамических моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000

Наименование КО	Высота $H_{\text{экр}}$ на витке сравнения [км]	ΔR [км]	ΔN [км]	ΔB [км]
1. КА «Коронас-Ф»	124,5	-0,4	-0,3	1,1
2. РН Delta II	122,0	3,2	8,4	-0,5
3. РН «Восток-2М»	135,0	-0,4	0,7	-0,1
4. КА ROSAT	128,7	3,1	29,5	-1,7
5. КА «Фобос-Грунт»	119,9	-0,3	1,1	-0,1
6. РН «Союз-ФГ»	134,9	1,7	12,4	-0,7
7. КА «Сфера»	146,5	0,7	4,7	-0,1

Различия полученных результатов в прогнозах параметров движения КО на орбитальном участке и при их падении в случае использования разных моделей атмосферы вынудили искать причину этих различий.

Было установлено, что модели ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000 по-разному представляют плотность атмосферы на различных участках полёта сходящих с орбиты КО.

На рис. 2–4 показан характер поведения отношения плотностей $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$, рассчитанных по моделям NRL MSISE-2000 и ГОСТ-2004 соответственно, в точках пространства, через которые пролетали КА ROSAT, верхняя ступень РН «Восток-2М» и КА «Фобос-Грунт» на заключительном участке их полёта. На этих же рисунках приведены кривые, представляющие высоты указанных точек пространства над поверхностью Земли. По оси абсцисс

графиков, приведённых на этих рисунках, откладывается оставшееся время полёта КО до момента достижения им определённой высоты. Для объектов ROSAT и «Восток-2М» это был момент t_0 , соответствующий достижению объектом нулевой высоты над поверхностью Земли, а для КА «Фобос-Грунт» — момент t_{80} , в который снижающийся объект достиг высоты $H = 80$ км.

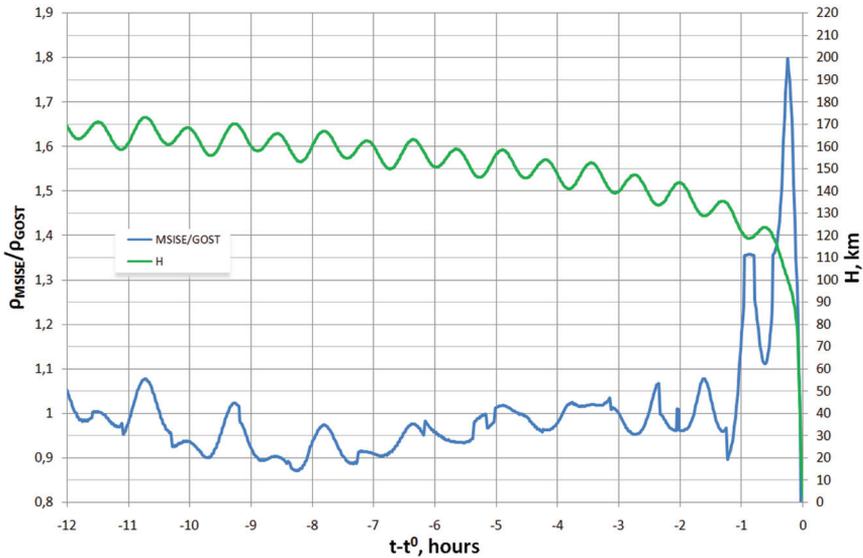


Рис. 2. Динамика изменения отношения плотностей атмосферы ρ_{MSISE}/ρ_{GOST} и высоты вдоль траектории движения КА ROSAT на завершающей фазе его полёта

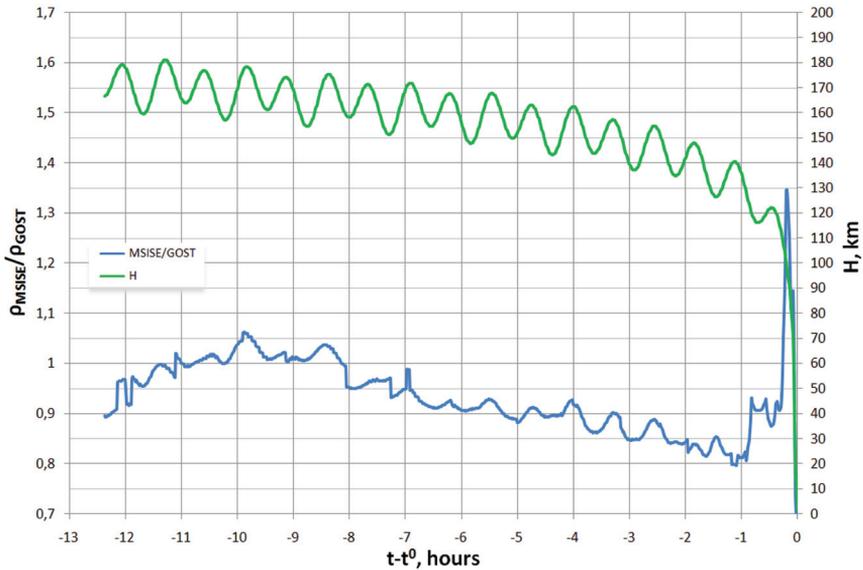


Рис. 3. Динамика изменения отношения плотностей атмосферы ρ_{MSISE}/ρ_{GOST} и высоты вдоль траектории движения ступени РН «Восток-2М» на завершающей фазе её полёта

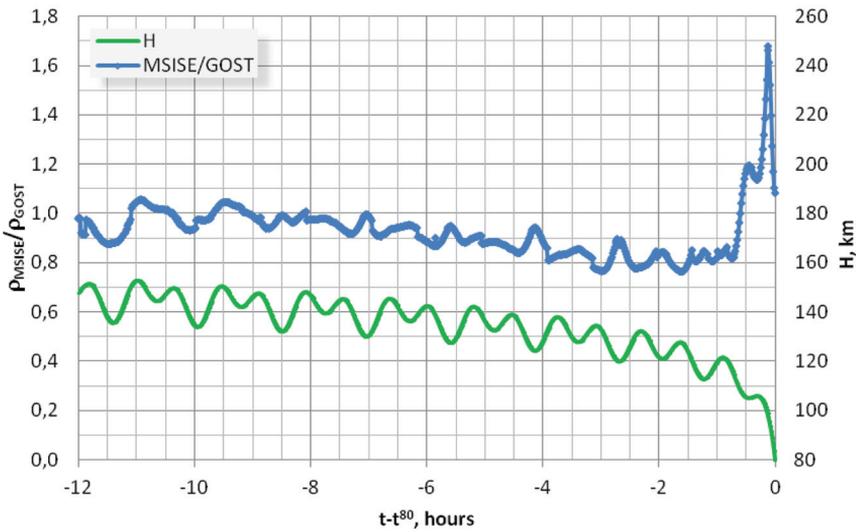


Рис. 4. Динамика изменения отношения плотностей атмосферы $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ и высоты вдоль траектории движения КА «Фобос-Грунт» на завершающей фазе его полёта

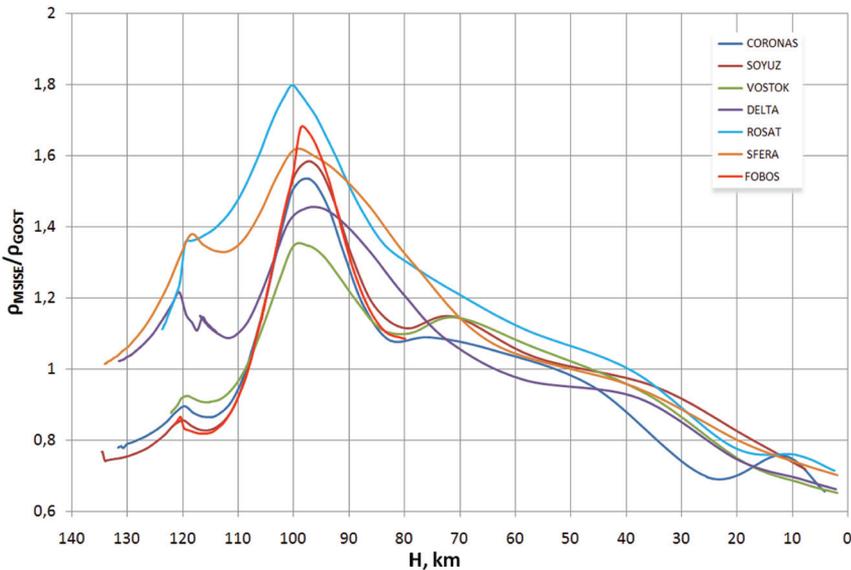


Рис. 5. Зависимость отношения плотностей атмосферы $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ от высоты вдоль траекторий полёта исследуемых КО

Как видно на рис. 2–4, во всех случаях отношение плотностей $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ на высотах полёта более 120 км имеет достаточно сложный колебательный характер, определённым образом коррелированный с меняющимся профилем высоты в соответствующих точках пространства. При этом амплитуда колебаний величины $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ на этом участке полёта для всех объектов была незначительной, а полное изменение данной величины оставалось в пределах: 0,85...1,1 — для КА ROSAT; 0,8...1,07 — для РН

«Восток-2М» и 0,75...1,07 — для случая полёта КА «Фобос-Грунт». Однако на участках схода КО с орбиты, после их снижения до высот начиная со 120...110 км, характер изменения отношения $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ резко меняется. Величина этого отношения быстро возрастает по мере уменьшения высоты, достигая максимальных значений отношений $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ при $H \approx 100$ км. После этого значения отношений плотностей также стремительно уменьшаются, снижаясь до значения $\sim 1,1$ на высотах $H \approx 80...60$ км.

Выявленная закономерность в характере изменения отношений плотностей $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ вдоль траектории полёта сходящего с орбиты КО подтвердилась и в остальных случаях. На рис. 5 представлена зависимость величины $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ от высоты полёта КО для всех рассмотренных объектов.

Выявленный характер связи плотностей атмосферы, представляемых моделями ГОСТ-2004 и NRL MSISE-2000 в области низких высот полёта КО, с резким выбросом в характере поведения отношения $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ на участке снижения в высотном диапазоне 110...80 км и является, по всей видимости, причиной значительного расхождения во времени падения сходящих с орбиты КО, предсказываемого при использовании одной или другой модели, даже в тех случаях, когда обе эти модели обеспечивали близкие результаты в описании движения КА по орбите при идентичных исходных данных.

Анализируя рис. 5, нетрудно установить, что максимальные значения отношений плотностей атмосферы — $\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ имеют разные значения для разных рассмотренных случаев, соответствующих разным КО. Максимальное значение $\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ соответствует случаю схода с орбиты КА ROSAT, здесь $\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}} \approx 1,8$, а минимальное — случаю схода с орбиты верхней ступени РН «Восток-2М», когда $\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}} \approx 1,35$.

Причина таких расхождений в значениях $\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ в зависимости от свойств КО и условий его полёта требует специального исследования. Прежде всего необходимо установить связь между величинами $\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ и уровнем солнечной и геомагнитной активности в периоды сходов КО с орбиты. В табл. 19 приводятся данные о величинах $\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$, достигнутых при сходах с орбиты рассмотренных в настоящей статье КО, и значениях индексов солнечной ($F_{10,7}$) и геомагнитной (A_p) активности в периоды завершения полётов этих КО.

Таблица 19. Максимальные значения $\rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$ и значения индексов солнечной и геомагнитной активности, используемых в динамических моделях атмосферы, при сходе рассматриваемых КО с орбиты

Наименование КО	$\max \rho_{\text{MSISE}}/\rho_{\text{GOST}}$	Текущее значение $F_{10,7}$	Среднее значение $F_{10,7}$		A_p
			ГОСТ	MSISE	
1. КА «Коронас-Ф»	1,53	92	83	86	3
2. РН Delta II	1,45	68	71	69	7
3. РН «Восток-2М»	1,35	77	80	75	5
4. КА ROSAT	1,80	164	126	145	4
5. КА «Фобос-Грунт»	1,70	130	142	127	5
6. РН «Союз-ФГ»	1,59	142	144	137	3
7. КА «Сфера»	1,63	126	122	118	7

Данные, приведённые в таблице, свидетельствуют о существовании определённой зависимости величины $\max \rho_{\text{MSISE}} / \rho_{\text{GOST}}$ от уровня солнечной и геомагнитной активности. Однако, по всей видимости, имеет место влияние на величину $\max \rho_{\text{MSISE}} / \rho_{\text{GOST}}$ и других факторов. Это могут быть, например, условия полёта КО на участке схода: полёт над сушей или над океаном, на освещённой стороне или в тени, сезон и полушарие, над которым завершал полёт КО, и т. п.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведённых исследований по оценке влияния различных факторов на заключительный прогноз падения сходящих с орбит неуправляемых космических объектов на примерах решения задачи прогноза для неуправляемых космических объектов, по которым была достигнута официально подтверждённая высокая точность предсказания и окончательного определения параметров их падения, получены следующие результаты.

1. Установлено, что на точность прогноза падения КО влияет правильный выбор состава измерений, полученных в последние сутки существования объекта на орбите.
2. Предложены критерии для выбора наилучшего решения из возможных вариантов.
3. Определена величина возможных различий в прогнозе времени падения КО для идентичных решений при использовании лучших моделей атмосферы ГОСТ-2004 и NRL MSISE-00. Для рассмотренных случаев прогнозирования падения семи разных объектов это различие составляло от 8 до 17 мин.
4. Выявлена причина указанных различий, которая состоит в резком расхождении значений плотности атмосферы, представляемых моделями ГОСТ-2004 и NRL MSISE-00, при движении КО в диапазоне высот от 120 до 80 км.
5. Установлено, что в большинстве рассмотренных случаев более точный прогноз по времени падения КО достигался при использовании модели атмосферы ГОСТ-2004.

ЛИТЕРАТУРА

- [Ivanov et al., 2007] *Ivanov N. M., Kolyuka Yu. F., Afanasieva T. I., Gridchina T. A.* Coronas-F Orbit Monitoring and Re-Entry Prediction // Proc. 20th Intern. Symp. Space Flight Dynamics (20th ISSFD). Annapolis, MD, USA, 2007.
- [Kolyuka et al., 2012] *Kolyuka Yu. F., Afanasieva T. I., Gridchina T. A., Oleinikov I. I.* Arrangement and results of the Phobos-Grunt emergency flight monitoring and its re-entry impact window estimation in Russian Mission Control Center // Proc. 23th Intern. Symp. Space Flight Dynamics (23th ISSFD). Pasadena, California, USA, 2012.
- [Kolyuka, Margorin, 1995] *Kolyuka Yu. F., Margorin O. K.* The new high-effective method for numerical integration of space dynamics differential equation // Proc. Spaceflight Dynamics Conf. Toulouse, France, 1995.

THE EFFECT OF VARIOUS FACTORS ON THE FINAL PREDICTION OF THE RE-ENTRY OF THE UNCONTROLLABLE SPACE OBJECTS DESCENDING FROM THEIR ORBITS

N. A. Golubtsova, T. I. Afanasieva, T. A. Gridchina, Yu. F. Kolyuka

Federal State Unitary Enterprise Central Research Institute of Machine Building

This work considers the problem of a more exact prediction of the re-entry of the uncontrollable space objects descending from their orbits. In particular, the effect of different factors on the accuracy of the prognosis is discussed. As an example, the re-entry problem for 7 different objects is considered. Five of these objects have served as the test models, and the comparison of the theoretical prognoses with the officially confirmed results of observation during the last 1–1.5 days of their flights may be used to improve the accuracy of the prognoses for the uncontrolled falling objects. The difference in the final results of the re-entry prediction using the best-known atmospheric models GOST-2004 and NRL MSISE-2000 is analyzed. A comparison of the prognoses based on these models with the officially confirmed results on the re-entry of the space objects is presented.

Keywords: space debris, re-entry prediction, risk object, atmospheric model.

Golubtsova Natalia Alexeevna — leader engineer, nagoal@mail.ru

Afanasieva Tatiana Iosifovna — leader scientist, PhD, yfk@mcc.rsa.ru

Gridchina Tatiana Alekseevna — main specialist, yfk@mcc.rsa.ru

Kolyuka Yuri Fedorovich — head of laboratory, PhD, senior scientist, yfk@mcc.rsa.ru

ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ МОНИТОРИНГА ТЕХНОГЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОКОЛОЗЕМНОГО КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ КОСМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В. Г. Лаврентьев, И. И. Олейников, А. М. Червонов

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИмаш)

Статья посвящена вопросам мониторинга техногенной обстановки в околоземном космическом пространстве. Дается характеристика техногенной обстановки, приводится описание автоматизированной системы предупреждения об опасных ситуациях в околоземном космическом пространстве, разрабатываемой в интересах контроля за полётами объектов космического мусора и выявления опасных ситуаций.

Ключевые слова: автоматизированная система предупреждения об опасных ситуациях, космический мусор, мониторинг техногенной обстановки, околоземное космическое пространство.

С момента запуска Первого искусственного спутника Земли в 1957 г. космическими державами произведено свыше 5000 запусков ракет-носителей (РН). При этом в околоземное космическое пространство (ОКП) выведено свыше 6800 космических аппаратов (КА). На диаграмме рис. 1 показана динамика запусков ракет-носителей (синим цветом), космических аппаратов (красным цветом).

В результате этих запусков в околоземном космическом пространстве накопилось большое количество техногенного вещества. Основную часть космических объектов составляет так называемый космический мусор, к которому относят завершившие срок активного существования космические аппараты, верхние ступени ракет-носителей (РН) и разгонные блоки (РБ), операционные элементы запусков, фрагменты разрушений объектов ракетно-космической техники и их частей, оставшиеся на орбитах искусственных спутников Земли.

Общая характеристика сложившейся к настоящему времени техногенной обстановки в ОКП приведена на рис. 2. График на данном рисунке отражает качественную зависимость количества космических объектов (КО) в ОКП от их размера. Так, количество космических объектов в околоземном космическом пространстве, размеры которых более 1 см, около 600 тыс. единиц. Из них тех, которые доступны наблюдению в настоящее время наземными средствами наблюдения и каталогизированы, более 20 тыс. объектов.

На круговой диаграмме представлена государственная принадлежность наблюдаемых космических объектов. Надо отметить, что наибольшее их количество принадлежит России, США, Китаю.

Лаврентьев Виктор Григорьевич — заместитель начальника отдела, доктор технических наук, старший научный сотрудник, lvg@mcc.rsa.ru

Олейников Игорь Игоревич — начальник отделения, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, igor.oleynikov@mcc.rsa.ru

Червонов Андрей Михайлович — начальник отдела, кандидат технических наук, доцент, cham@mcc.rsa.ru

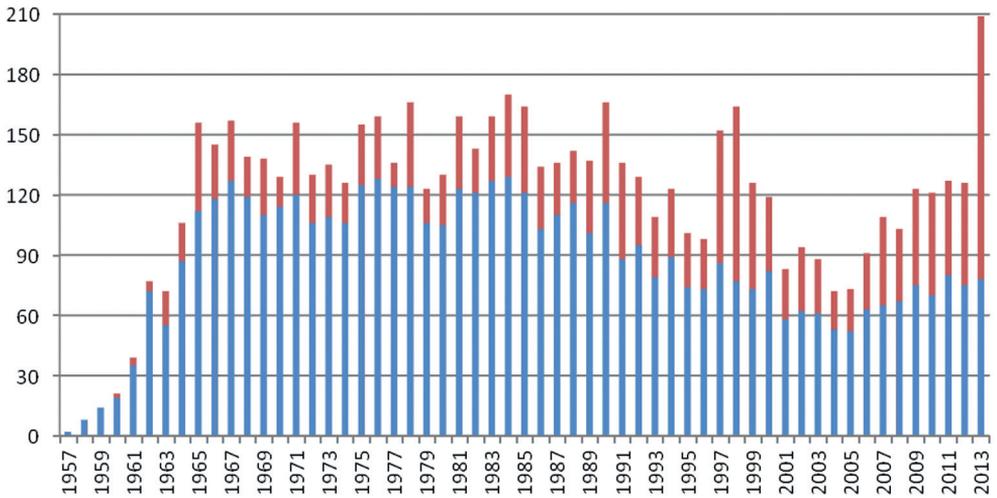


Рис. 1. Динамика запусков РН, КА

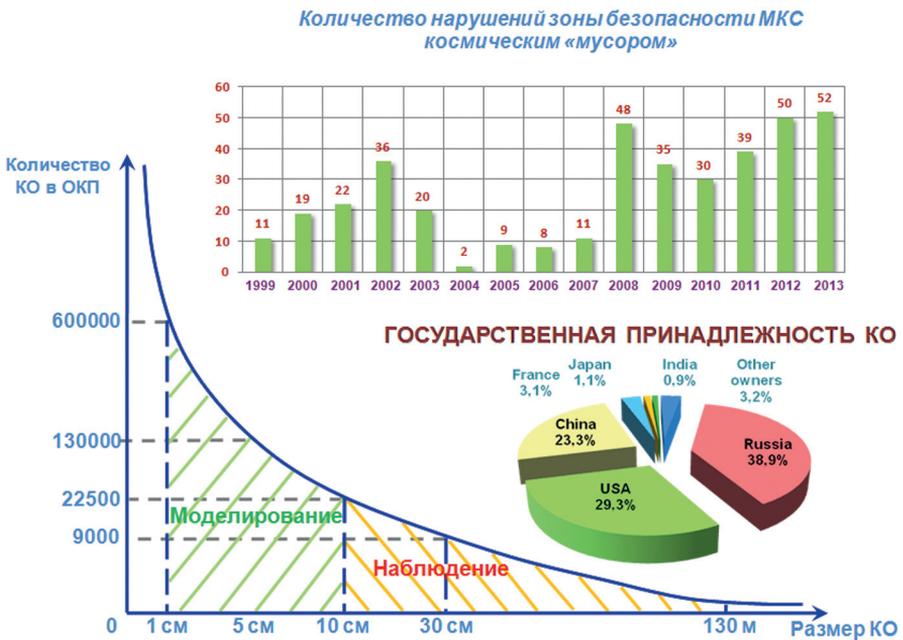


Рис. 2. Характеристика техногенной обстановки в ОКП

Техногенная обстановка в ОКП оказывает непосредственное влияние на управление космическими аппаратами [Иванов, Олейников, 2012]. Для примера на столбчатой диаграмме показана динамика роста нарушений зоны безопасности Международной космической станции (МКС) объектами космического мусора за 14 лет. 2013 г. был рекордным по числу таких нарушений. В восемнадцать случаях совершался манёвр уклонения станции от столкновения с космическим мусором.

Распределение каталогизированных космических объектов по областям околоземного космического пространства приведено на рис. 3. Можно выделить четыре устойчивые области накопления космического мусора, связанные с областями рабочих орбит КА: в низкоорбитальной области ОКП находится около 13 000 КО; в области средневысоких орбит — ~300 КО; геостационарных — ~1400 КО; высокоэллиптических — ~2000 КО. Приведённые на рис. 3 графики [Вениаминов, Червонов, 2012] свидетельствуют о неуклонном возрастании уровня засорённости ОКП.

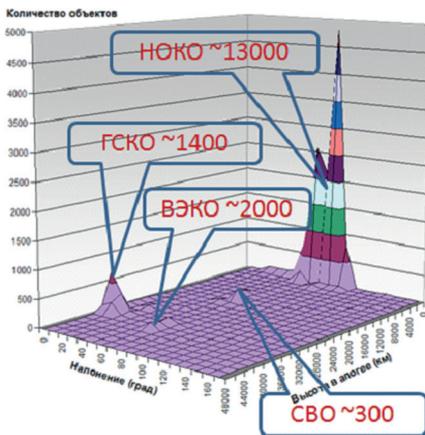
Засорение околоземного пространства не проходит бесследно. Зарегистрировано много случаев столкновения космических объектов, а также же падения фрагментов космического мусора на поверхность Земли.

В 1978 г. фрагменты разрушения КА «Космос-954» с ядерной энергетической установкой на борту упали в северо-западных районах Канады, что вызвало радиоактивное заражение значительной территории и имело большой международный резонанс.

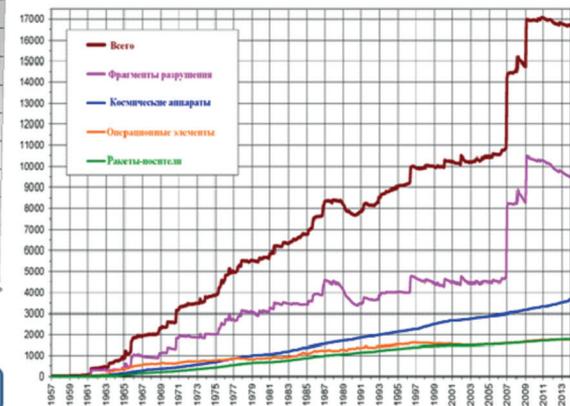
В 1996 г. в результате аварийного выведения упал в океан около берегов Южной Америки межпланетный КА «Марс-96», имевший в составе радиоактивные источники энергии.

В 2009 г. произошло столкновение действующего КА Iridium-33 с неуправляемым КА «Космос-2251». В результате столкновения оба этих объекта были полностью разрушены, что привело к образованию облака фрагментов и вызвало скачкообразное увеличение количества объектов космического мусора в околоземном космическом пространстве.

В 2012 г. в результате взрыва произошло разрушение разгонного блока «Бриз-М», находившегося на околоземной орбите после нештатного выведения КА. В результате образовалось более 100 фрагментов космического мусора.



Распределение КО в околоземном космическом пространстве по данным АСПОС ОКП 2014 год



Динамика изменения популяции каталогизированных космических объектов

Рис. 3. Распределение и динамика изменения популяции каталогизированных КО: АСПОС ОКП — автоматизированная система предупреждения об опасных ситуациях в околоземном космическом пространстве; НОКО — низкоорбитальный космический объект; ГСКО — геосинхронный КО; ВЭКО — космический объект на высокоэллиптической орбите; СВО — средневысокие орбиты

Подобные опасные события в ОКП на сегодня составляют достаточно длинный перечень. Таким образом, накопление космического мусора техногенного происхождения создаёт серьёзную угрозу осуществлению космической деятельности, а также представляет опасность для жизнедеятельности на Земле.

Проблема космического мусора в настоящее время осознана как глобальная, её решение не может быть осуществлено ни одной отдельно взятой страной. Как политики, так и учёные едины в том, что необходима разработка мер по решению данной проблемы [Космический мусор, 2014б]. В качестве основных направлений её решения в настоящее время рассматриваются следующие:

- обеспечение непрерывного мониторинга техногенной обстановки в ОКП, выявление (прогнозирование) опасных ситуаций, обусловленных космическим мусором, выдача предупреждений о них в интересах выработки и реализации мер противодействия;
- разработка технологий очищения околоземного космического пространства, создание средств удаления опасных космических объектов и очищение ОКП от космического мусора;
- разработка и реализация технологий, обеспечивающих защищённость космических аппаратов и комплексов от воздействия фрагментов космического мусора;
- внедрение технологий и конструкций, минимизирующих образование космического мусора при запусках и эксплуатации космических аппаратов;
- совершенствование базы нормативно-правовых документов по предотвращению образования космического мусора.

Основу мониторинга техногенной обстановки в ОКП составляют технологии и средства получения измерительной информации о космических объектах. Поддержание и регулярное обновление базы данных об объектах космического мусора требует значительного количества измерений параметров их движения, связанных с использованием различных средств наблюдения. На сегодняшний день сложилась определённая практика получения измерительной информации о КО [Космический мусор, 2014а]. На рис. 4 схематично представлены основные технологии получения измерительной информации.

Как правило, информацию о параметрах движения космических объектов в низкоорбитальной области получают с использованием наземных радиолокационных станций. И поскольку наибольшая часть каталогизированных КО находится в этой области, то этот тип измерительных средств является основным источником информации. По этому пути идут США, Россия и Европа.

Для получения информации о космических объектах в области геостационарных (ГСО), средневысоких (СВО) и высокоэллиптических (ВЭО) орбит, как правило, используются оптико-электронные средства. В последнее время стали появляться экспериментальные средства наблюдения КО космического базирования. Морской комплекс обнаружения и сопровождения космических объектов в силу своих технических возможностей, а также мобильности может быть использован для получения измерительной информации в различных областях ОКП.

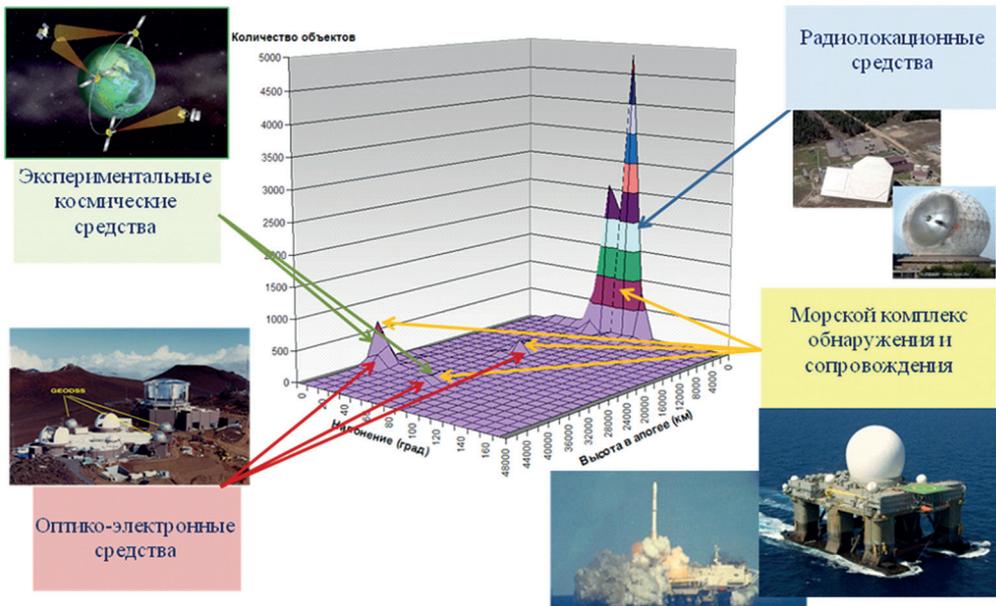


Рис. 4. Технологии получения измерительной информации о КО

На базе приведённых типов измерительных средств созданы системы контроля космического пространства России и США, разрабатываются системы мониторинга техногенной обстановки в околоземном космическом пространстве.

В рамках Федеральной космической программы России создаётся отраслевая автоматизированная система предупреждения об опасных ситуациях в ОКП (АСПОС ОКП). Основные задачи системы следующие:

- контроль за полётами космических объектов техногенного и естественного происхождения, представляющих опасность для пилотируемых и автоматических КА;
- заблаговременное выявление и прогнозирование развития опасных ситуаций в ОКП, прежде всего, опасных сближений космических объектов с функционирующими КА, неуправляемые сходы с орбиты и падение крупных фрагментов КО на Землю, разрушения космических объектов;
- доведение информации об опасных ситуациях до потребителей.

Работы по созданию АСПОС ОКП включают три этапа:

- создание первой очереди АСПОС ОКП (2006–2008);
- экспериментальная отработка первой очереди АСПОС ОКП, подготовка и проведение межведомственных испытаний, ввод первой очереди системы в опытную эксплуатацию (2009–2012);
- опытная эксплуатация первой очереди АСПОС ОКП, создание второй очереди системы (2013–2015).

В настоящее время создана и принята в опытную эксплуатацию первая очередь АСПОС ОКП, структура которой приведена на рис. 5.



Рис. 5. Состав первой очереди АСПОС ОКП

В состав первой очереди системы входят:

- главный информационно-аналитический центр (ГИАЦ), предназначенный для сбора, окончательной обработки, анализа, систематизации, каталогизации и хранения информации о КО, получаемой от сегментов системы и других доступных источников, прогнозирования и сопровождения опасных ситуаций в ОКП, выдачи сообщений (предупреждений) потребителям информации;
- сегмент мониторинга опасных ситуаций в области геостационарных, высокоэллиптических и средневысоких орбит, предназначенный для сбора, первичной обработки и передачи в ГИАЦ информации о событиях в ОКП (в области ответственности сегмента) по измерительной информации от специализированных оптических и оптико-электронных средств первой очереди АСПОС ОКП, а также от привлекаемых оптических пунктов научной сети оптических инструментов для астрометрических и фотометрических наблюдений (НСОИ АФН);
- сегмент мониторинга опасных ситуаций в низкоорбитальной области ОКП, предназначенный для получения, обработки и передачи в ГИАЦ предварительной информации о событиях в ОКП (в области ответственности сегмента) по данным от Центра контроля космического пространства МО РФ;
- сегмент по расчёту параметров солнечной и геомагнитной активности, предназначенный для сбора, обработки и передачи в ГИАЦ прогнозной информации о параметрах солнечной и геомагнитной активности, используемой при баллистических расчётах;
- сегмент анализа некоординатной информации о космических объектах, предназначенный для сбора, обработки и передачи в ГИАЦ информации о состоянии сопровождаемых системой космических аппаратов, находящихся в нештатных и аварийных ситуациях;

- три специализированных оптико-электронных средства наблюдения КО, включая экспериментальный оптический пункт (ЭОП) и два экспериментальных оптических средства (ЭОС).

В настоящее время созданы дополнительные специализированные оптико-электронные средства наблюдения космических объектов. Их ввод в состав системы, соответствующая доработка ГИАЦ и сегментов должны обеспечить создание второй очереди АСПОС ОКП.

Принципиальная схема функционирования АСПОС ОКП приведена на рис. 6. С использованием измерительных средств АСПОС ОКП, Системы контроля космического пространства Министерства обороны РФ, Российской академии наук производятся регулярные измерения параметров движения космических объектов в диапазоне высот от 120 до 40 000 км. Эти данные поступают в соответствующие сегменты АСПОС ОКП. Здесь производится сбор и запись данных в базы данных сегментов, первичная обработка измерительной информации, предварительное прогнозирование (выявление) опасных ситуаций в ОКП. Параметры движения космических объектов, предварительные прогнозы опасных ситуаций выдаются сегментами в ГИАЦ.

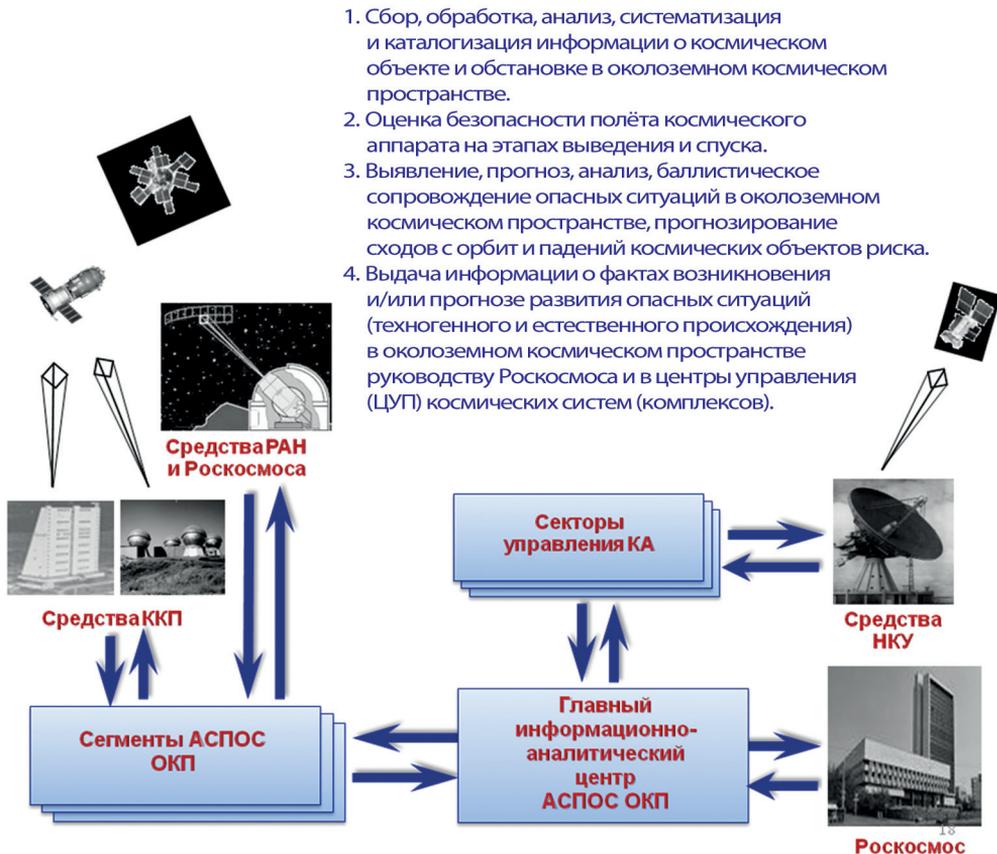


Рис. 6. Принципиальная схема функционирования АСПОС ОКП

В главном информационно-аналитическом центре системы выполняются работы:

- по сбору, окончательной обработке, анализу, систематизации, каталогизации и хранению информации о КО, КА и опасных событиях в ОКП, получаемой от сегментов системы, центров управления полётами космических систем (комплексов) и других доступных источников;
- оперативному выявлению и баллистическому сопровождению опасных сближений потенциально опасных КО с группировкой сопровождаемых КА, оценке вероятности столкновения;
- выявлению фактов схода с орбиты космических объектов риска, баллистическому сопровождению, прогнозированию времени и районов их падения;
- оперативному доведению до руководства Роскосмоса и центров управления полётами космических систем (комплексов) информации о фактах возникновения угрозы и прогнозе развития опасных ситуаций в ОКП.

С конца 2012 г. первая очередь АСПОС ОКП находится в опытной эксплуатации, задачи которой определены Программой опытной эксплуатации. В процессе опытной эксплуатации необходимо:

- отработать технологию применения комплексов программных и технических средств ГИАЦ и сегментов по назначению во всех режимах функционирования АСПОС ОКП;
- уточнить фактические значения функциональных и эксплуатационных характеристик первой очереди АСПОС ОКП;
- подготовить персонал к работе в условиях функционирования системы;
- оценить стоимость эксплуатации АСПОС ОКП;
- отработать способы технического обслуживания комплексов ГИАЦ и сегментов АСПОС ОКП;
- провести корректировку эксплуатационной документации ГИАЦ и сегментов АСПОС ОКП.

Для проведения опытной эксплуатации первой очереди АСПОС ОКП созданы оперативные группы ГИАЦ и сегментов, которые решают свои задачи в круглосуточном режиме.

Отдельные результаты, полученные АСПОС ОКП в 2013 г., приведены на рис. 7, 8. Так, системой сопровождалась орбитальная группировка из примерно 65 КА (это количество в течение года менялось) и выявлялись опасные сближения каталогизированных космических объектов с данными КА. Количественные данные приведены в таблице на рис. 7.

Оперативными группами ГИАЦ и сегмента мониторинга опасных ситуаций в низкоорбитальной области ОКП ежедневно проводились работы по выявлению фактов прекращения баллистического существования и схода космических объектов с орбиты (см. рис. 8). Основная масса падающих КА сгорает в плотных слоях атмосферы. Однако фрагменты разрушения круп-

ных КО достигают поверхности Земли. В ходе сопровождения таких объектов проводится многократное уточнение прогнозов времени и районов их падения, которые и доводятся до потребителей.

Наряду с работами, выполняемыми в соответствии с Программой опытной эксплуатации, первая очередь АСПОС ОКП использовалась при проведении ряда крупных мероприятий, связанных с разрешением опасных ситуаций в ОКП.

Наименование КА (КС)	апрель	май	июнь	июль	август	сентябрь	октябрь	Итого
МКС	52	58	49	47	39	72	65	382
МКА-ФКИ	-	-	105	240	241	258	255	1099
КА «Ресурс ДК1»	96	99	139	116	111	99	133	793
КА «Канопус-В»	74	64	62	81	60	88	76	505
КС «Ямал» 4	36	35	63	54	31	37	24	280
КА «Ресурс-П»	-	-	-	50	66	54	61	231
КС «Гонец» 5	-	-	-	-	-	-	216	216
КС «Экспресс» 11	39	27	17	26	21	1	2	133
КС «ГЛОНАСС» 29	23	5	6	5	4	5	4	52
КА «Электро - Л»	-	-	1	1	-	-	-	2
КС «Луч» 2	-	-	-	-	-	-	-	0

Рис. 7. Данные об опасных сближениях космических объектов с сопровождаемыми КА в 2013 г.



Осуществлено сопровождение схода с орбиты 38 КО «риска» в 2013 г.

Рис. 8. Схема работ по сопровождению падающих КО (ЦИП — центральный информационный пункт)

Так, в 2012 г. АСПОС ОКП была задействована в работах по затоплению аварийного КА «Экспресс-АМ4», который не был выведен на расчётную орбиту и не мог быть использован по целевому назначению. Расчёты, выполненные специалистами АСПОС ОКП, показывали, что, находясь на нерасчётной орбите, данный КА представлял опасность потенциального столкновения с большим количеством действующими космических аппаратов. Одним из вариантов решения данного вопроса являлся увод КА на орбиту захоронения. При этом, по расчётам АСПОС ОКП, существенно снижался риск столкновения, однако для порядка 30 КА такая опасность сохранялась. Вследствие этого был выбран вариант затопления КА, для которого средствами АСПОС ОКП была проведена предварительная оценка безопасности орбиты увода КА «Экспресс-АМ4», и затем реализованы мероприятия по затоплению.

Подобная опасная ситуация возникла в том же году, когда из-за отказа маршевой двигательной установки КА «Фобос-Грунт» остался на околоземной орбите и не мог быть использован для выполнения своей миссии. Ввиду ограниченного срока существования КА на орбите и потенциальной опасности падения этого крупного космического объекта на Землю, руководством Роскосмоса было принято решение об организации работ по оперативному контролю полёта на заключительном этапе и неуправляемого схода с орбиты КА «Фобос-Грунт», по прогнозированию времени и района падения его негсгорающих фрагментов на Землю.

Основные расчёты проводились в ЦНИИмаш на базе АСПОС ОКП. В качестве исходной и вспомогательной информации использовались:

- траекторные данные, получаемые из Центра контроля космического пространства МО РФ, из базы данных Межагентского комитета по космическому мусору, из доступных источников в сети Интернет;
- информация о параметрах солнечной и геомагнитной активности, предоставляемая специалистами ИЗМИРАН;
- результаты расчётов характеристик процесса разрушения КА в плотных слоях атмосферы и параметров района разброса фрагментов, предоставляемых специалистами НПО им. С. А. Лавочкина;
- прогнозы района и времени падения КА, получаемые в МО РФ.

Схема взаимодействия участников работ приведена на рис. 9.

На основе поступающей информации в ЦНИИмаш регулярно уточнялись параметры орбиты КА и осуществлялся прогноз времени и района падения КА «Фобос-Грунт». Информация об этом прогнозе через Министерство иностранных дел выдавалась тем государствам, по территории которых проходила трасса полёта КА на последних витках.

Ещё одно направление применения АСПОС ОКП — международные эксперименты. В соответствии с принятыми в Межагентском комитете по космическому мусору (МККМ) международными соглашениями, начиная с 1998 г., регулярно проводятся международные тестовые кампании по сопровождению схода с орбиты космических объектов. Цель таких кампаний заключается в отработке методов и технологий решения задач сопровождения схода с орбиты КО риска и прогноза времени и места падения таких КО, выработке эффективных механизмов международного взаимодействия в случае возникновения чрезвычайных ситуаций, связанных с падением КО на Землю, и максимальном снижении негативных последствий таких ситуаций.



Рис. 9. Схема взаимодействия участников работ по сопровождению схода с орбиты КА «Фобос-Грунт»

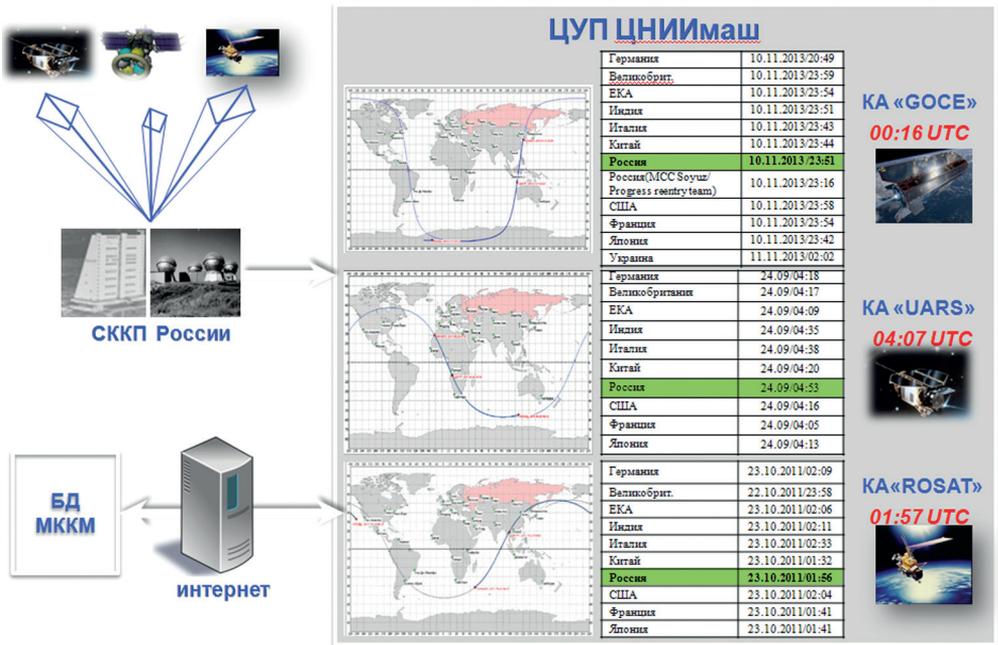


Рис. 10. Результаты работ в тестовых кампаниях по сопровождению схода с орбит космических объектов

Роскосмос, как член МККМ, является активным участником подобных международных космических экспериментов, объединяя усилия организаций разных ведомств, принимающих участие в этих работах от российской стороны. Головную координирующую роль в данных работах со стороны Роскосмоса традиционно выполняет ЦНИИмаш.

С момента создания первой очереди АСПОС ОКП её программно-технические комплексы стали основным инструментом для проведения расчётов и построения прогнозов. Некоторые результаты последних тестовых кампаний приведены на рис. 10.

Созданные и принятые в опытную эксплуатацию средства и комплексы АСПОС ОКП, ввод в её состав дополнительных специализированных оптико-электронных средств позволят осуществлять мониторинг техногенной обстановки в ОКП на минимально достаточном уровне. Однако для обеспечения глобального контроля обстановки, повышения оперативности получения координатной информации и точности оценок параметров движения космических объектов потребуются дальнейшее наращивание функциональных возможностей системы и прежде всего создание новых средств измерения.

Исследования показывают, что значительный прирост эффективности может быть достигнут за счёт создания средств наблюдения КО космического базирования, т.е. создания группировки космических аппаратов, оснащённых бортовой оптико-электронной аппаратурой наблюдения космического пространства. Основные преимущества такого размещения средств наблюдения космических объектов связаны с тем, что появляется возможность преодолеть территориальные ограничения по размещению наземных средств, обеспечить проведение измерений независимо от состояния атмосферы и погодных условий как в низкоорбитальной области, так и в области высоких орбит. Космический сегмент обеспечит высокоточное определение параметров движения КО и недостижимую для наземных средств оперативность получения измерительной информации.

В процессе развития АСПОС ОКП предполагается модернизировать специализированные оптико-электронные средства по результатам их опытной эксплуатации, создать и ввести в состав системы комплекс радиолокационного наблюдения космических объектов на базе радиотелескопа ТНА-1500. Работы по созданию новых средств потребуют значительной доработки специального математического и программного обеспечения главного информационно-аналитического центра и сегментов системы.

Ещё одним важным направлением развития АСПОС ОКП является расширение взаимодействия с зарубежными космическими агентствами. В настоящее время элементы такого взаимодействия созданы и реализуются при управлении полётом международной космической станции, при проведении международных тестовых кампаний по сопровождению схода с орбиты опасных космических объектов, регулярно проводимых по эгидой межагентского координационного комитета по космическому мусору. В будущем может быть предложен обмен данными со всеми ведущими космическими агентствами мира с целью создания международной системы обмена информацией о техногенной обстановке в ОКП.

ЛИТЕРАТУРА

- [Вениаминов, Червонов, 2012] *Вениаминов С. С., Червонов А. М.* Космический мусор — угроза человечеству / Под ред. Назирова Р. Р., Аксёнова О. Ю. М.: ИКИ РАН, 2012.
- [Иванов, Олейников, 2012] *Иванов В. М., Олейников И. И.* Оперативный мониторинг и предупреждение опасных ситуаций в околоземном космическом пространстве при управлении полётами из ЦУП ФГУП ЦНИИмаш // 30-я сессия Межагентского координационного комитета по космическому мусору (МККМ). Монреаль, Канада, 22–25 мая 2012.
- [Космический мусор, 2014а] Космический мусор. В 2-х кн. Кн. 1. Методы наблюдения и модели космического мусора / Под науч. ред. д-ра техн. наук, проф. Г. Г. Райкунова. М.: Физматлит, 2014.
- [Космический мусор, 2014б] Космический мусор. В 2-х кн. Кн. 2. Предупреждение образования космического мусора / Под науч. ред. д-ра техн. наук, проф. Г. Г. Райкунова. М.: Физматлит, 2014.

MAIN ASPECTS OF ANTHROPOGENIC SITUATION MONITORING IN NEAR-EARTH SPACE FOR GUARANTEEING COSMIC ACTIVITIES SECURITY

V. G. Lavrentyev, I. I. Oleynikov, A. M. Chervonov

Central Research Institute of Mechanical Engineering (TSNIImash)

The article is dedicated to the problem of monitoring the anthropogenic situation in the near-earth outer space. Is given the characteristic of the anthropogenic situation, the description of the automated system of near-earth space hazard warning, developed for monitoring of the space debris objects and identification of dangerous events.

Keywords: the automated system of near-earth space hazard warning, space debris, anthropogenic situation monitoring, the near-earth outer space

Lavrentyev Victor — deputy chief of division, doctor of technical sciences, senior scientist, lvg@mcc.rsa.ru

Oleynikov Igor — chief of department, PhD, senior scientist, igor.oleynikov@mcc.rsa.ru

Chervonov Andrey — chief of division, PhD, docent, cham@mcc.rsa.ru

СИНХРОНИЗАЦИЯ БОРТОВЫХ ШКАЛ ВРЕМЕНИ НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ «ГЛОНАСС» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕЖСПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ВДОЛЬ ПОЛНОЙ ЗАМКНУТОЙ ЦЕПОЧКИ МЕЖСПУТНИКОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

А. Ф. Щекутьев

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИмаш)

Исследуется один из возможных режимов применения межспутниковой линии (МСЛ) на базе бортовой аппаратуры межспутниковой лазерной навигационно-связной системы (МЛНСС) измерений-связи в глобальной навигационной спутниковой системе (ГНСС) ГЛОНАСС. Рассмотрена задача построения оценителя поправок к бортовым шкалам времени (БШВ) всех 24 навигационных космических аппаратов (НКА) «Глонасс» по составу межспутниковых измерений (МСИ) вдоль простой замкнутой цепочки межспутниковых взаимодействий, охватывающей все аппараты. Указан способ разрешения данной ненаблюдаемой задачи с матрицей коэффициентов неполного ранга в рамках метода наименьших квадратов (МНК). Для оценки характеристик получаемых поправок и итоговой точности синхронизации используется аппарат анализа собственных чисел и собственных векторов циркулянтных матриц, относящийся к методам линейной алгебры и геометрии.

Предлагается специальный алгоритм синхронизации сведением кратковременных скачков к композитной шкале времени (КШВ) на основе обработки результатов МСИ. Схема использования МСИ для повышения точности временного обеспечения системы ГЛОНАСС представляется вполне реалистичной при использовании МЛНСС в качестве системы межспутниковых измерений связи на аппаратах «Глонасс-К2», на которых предусмотрена установка двух независимо функционирующих бортовых оптико-электронных терминалов МЛНСС.

Ключевые слова: спутниковая навигация, высокостабильные стандарты времени-частоты, синхронизация шкал времени, ненаблюдаемая задача оценивания параметров, циркулянтная матрица.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ АЛГОРИТМА РАСЧЁТА ОПЕРАТИВНЫХ КРАТКОСРОЧНЫХ ПОПРАВОК ПО МЕЖСПУТНИКОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ ДЛЯ СИНХРОНИЗАЦИИ БОРТОВЫХ ШКАЛ ВРЕМЕНИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ «ГЛОНАСС» С ПОМОЩЬЮ АППАРАТУРЫ МЕЖСПУТНИКОВОЙ ЛАЗЕРНОЙ НАВИГАЦИОННО-СВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ

Для оперативной синхронизации бортовых шкал времени КА «Глонасс» по короткому мерному интервалу с целью парирования кратковременных скачков шкал предлагается специальный алгоритм синхронизации путём сведения их к композитной космической шкале времени на основе обработки результатов МСИ. В рассматриваемой постановке измерения попарных расхождений БШВ получаются и передаются оперативно в один центр обработки в ситуации, когда граф межспутниковых взаимодействий представляет собой простую замкнутую цепочку, охватывающую все навигационные КА «Глонасс». Данная схема использования МСИ для повышения точности временного обеспечения системы ГЛОНАСС представляется вполне реали-

стичной при использовании МЛНСС в качестве системы межспутниковых измерений на аппаратах «Глонасс-К2».

Наиболее сложной в техническом отношении проблемой в сфере синхронизации и улучшения качества бортовых шкал времени ГНСС является оперативное обнаружение и исправление кратковременных нестабильностей (скачков) показаний фазы бортовых шкал, которые имеют характерный период порядка 10 с – 3 мин и отвечают значениям функции вариации Аллана, соответствующим временным интервалам 10...100 с. У современных атомных стандартов частоты, применяемых в бортовом синхронизирующем устройстве (БСУ) НКА «Глонасс», эти величины амплитуды скачков могут достигать критических величин до 0,5...2 нс, и их игнорирование может наносить существенный урон итоговой точности навигации.

Для целей решения данной задачи оперативного парирования кратковременных скачков-нестабильностей может служить *алгоритм оперативной обработки всего набора МСИ* (по всей орбитальной группировке (ОГ) ГЛОНАСС) с коротких (1...3 мин) мерных интервалов с предварительным сбором всей измерительной информации в одном центре обработки. Данный метод предполагает частые обновления (шаг 10...30 с) поправок времени часов, парирующих скачки и отклонения БШВ от равномерной ШВ. При этом существенно используются связные возможности МЛНСС (большая пропускная способность канала передачи цифровой информации, высокая частота сеансов измерений-связи — не ниже одного сеанса в секунду при условии установленного межспутникового взаимодействия).

Необходимо иметь в виду следующие ключевые моменты. По соображениям оперативности и малой длины мерного интервала в данном режиме следует отказаться от возможности уточнения и коррекции *частоты бортовых часов* и сосредоточиться на уточнении и коррекции непродолжительных скачков фазы часов.

В каждый момент времени при установленных, согласно циклограмме МСЛ, межспутниковых взаимодействиях и при двухкомплектном размещении терминалов МЛНСС на борту каждого НКА «Глонасс» граф МС-взаимодействий представляет собой замкнутый контур, проходящий через все космические аппараты орбитальной группировки (КА ОГ). Без перенацеливания на каждом НКА по короткому мерному интервалу формируются две серии измерений (нормальных мест) расхождений БШВ относительно двух других КА, назначенных ему согласно циклограмме МСЛ, каждая серия числом до 20–60 нормальных мест измерений, в зависимости от полной длины используемого мерного интервала.

Следует отметить, что полное число возможных замкнутых цепочек МС-взаимодействий, полностью охватывающих всю ОГ из n аппаратов, достаточно велико, если предполагать, что каждый НКА способен взаимодействовать с любым другим. Это число выражается формулой $n!/2n$. Так, для $n = 5$ всего возможно 12 различных полных цепочек (рис. 1). Разумеется, в реальности далеко не все варианты МС-цепочек могут использоваться ввиду различных аппаратурно-технических и геометрических ограничений. Кроме того, рабочие межспутниковые цепочки формируются с учётом определённых симметрий в построении орбитальной группировки ГЛОНАСС [Чубыкин и др., 2007; Шаргородский и др., 2007б] (рис. 2). Геометрическая конфигурация графа взаимодействий важна при решении эфемеридной задачи в эфемерид-

но-временном обеспечении (ЭВО) ГЛОНАСС, но с точки зрения проблемы синхронизации БШВ в рассматриваемой постановке выбор конкретного варианта цепочки не имеет значения, если все парные МСИ равнозначны и сеансы измерений равновелики по составу.

В качестве основного варианта рассматривался набор 24 измерений вдоль замкнутой цепочки парных взаимодействий, охватывающей по одному разу каждый из 24 спутников ОГ ГЛОНАСС (рис. 3). Удвоенный состав МСИ по двум разным таким цепочкам можно исследовать по отдельности для каждой из цепочек и затем объединить результаты по принципу метода наименьших квадратов, считая погрешности двух оценок некоррелированными.

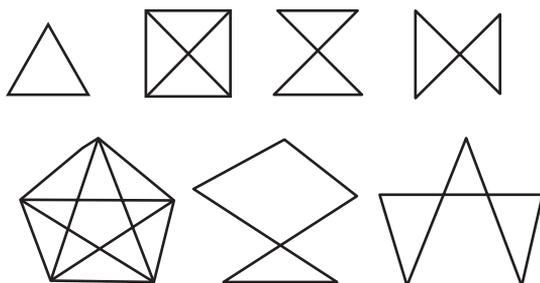


Рис. 1. Возможные варианты замкнутых полных цепочек взаимодействий при $n = 3, 4, 5$

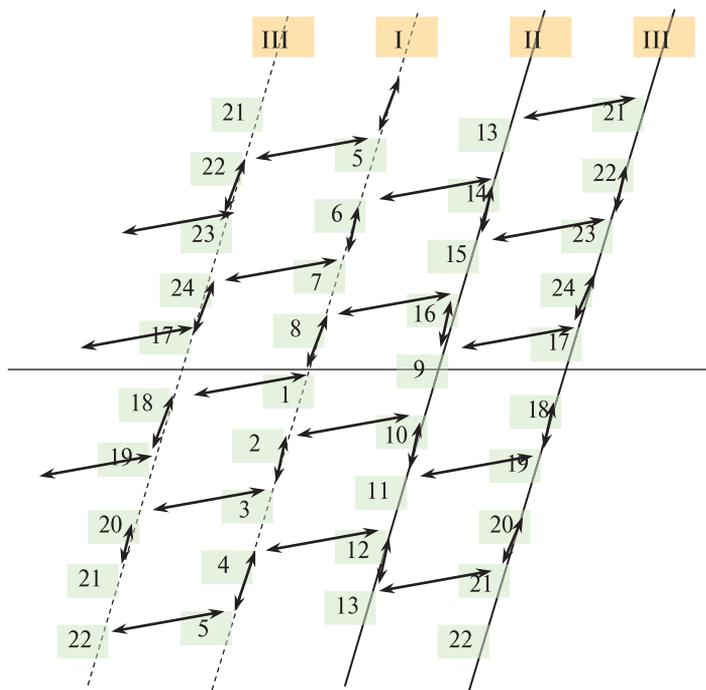


Рис. 2. Вариант регулярной замкнутой цепочки межспутниковых взаимодействий для МЛНСС, охватывающей все НКА «Глонасс», в которой чередуются межорбитальные и внутриорбитальные взаимодействия

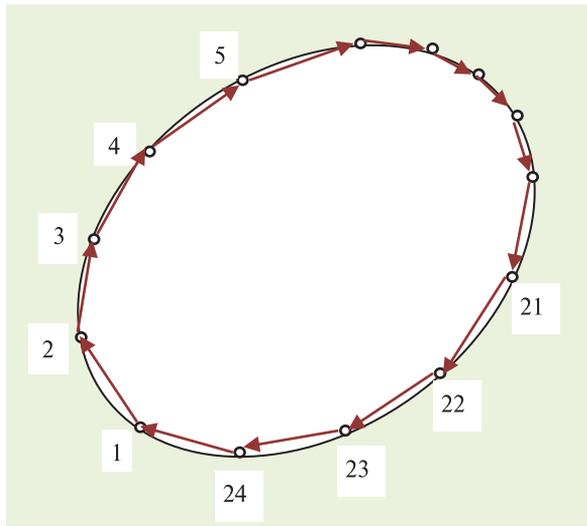


Рис. 3. Простая замкнутая цепочка межспутниковых взаимодействий в МЛНСС-К2

СПЕЦИФИКА НАБОРА МЕЖСПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И НАВИГАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ УЛУЧШЕНИЯ БОРТОВЫХ ШКАЛ ВРЕМЕНИ ЗА СЧЁТ СВЕДЕНИЯ К КОМПЗИТНОЙ ШКАЛЕ ВРЕМЕНИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МЕЖСПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

По всему набору измерений одной замкнутой цепочки МС-взаимодействий (фактически для МЛНСС-К2 это 24 измеряемых параметра расхождений шкал по 24 парам КА) необходимо уточнить 24 текущих поправки Δt_i к фактическим БШВ с учётом их опорных значений, прогнозируемых на основе частотно-временных поправок (ЧВП). Значения нормальных мест вторичных измерений расхождений шкал, будучи осреднены по серии 20–30 измерений, следующих с шагом 1 с, дают достаточно точные результаты при условии устранения влияния систематических погрешностей (задержек в приемо-передающих трактах, перемещений фазовых центров и др.). В процедуре осреднения измерений, привязанных к разным моментам времени, необходимо существенно использовать опорные показания частоты бортовых часов одного и другого взаимодействующих по МСЛ аппаратов. Эти показания в пределах короткого мерного интервала можно принять постоянными и равными опорным значениям частоты на каждом из аппаратов.

Полученные осреднённые значения расхождений БШВ по парам аппаратов (измерения $KA_i - KA_j$ объединяются с измерениями $KA_j - KA_i$) простым образом связаны с определяемыми параметрами поправок к шкалам времени. Добавление таких поправок должно сводить все 24 бортовые шкалы к одному значению. В итоге после привязания всех измерений к одному моменту привязки имеем 24 уравнений измерений вида

$$Izmer DT_{ij} = \Delta t_i - \Delta t_j; \quad (i, j) = (1, 2), (2, 3), \dots, (n-1, n), (n, 1). \quad (1)$$

Здесь последовательность номеров спутников условно соответствует последовательности номеров в текущей непрерывной связной цепочке взаимодей-

ствий, соединяющей спутники согласно циклограмме МС-взаимодействий при двухкомплектном размещении терминалов МЛНСС на каждом НКА.

Квадратная $n \times n$ -матрица A коэффициентов соответствующей системы является *циркулянтной*, имеет ранг $n - 1$, её определитель равен нулю ($A \times [1, 1, 1, \dots, 1]^T = [0, 0, 0, \dots, 0]^T$). Таким образом, задача уточнения поправок Δt_i по указанному составу измерений не наблюдаема полностью. А именно, решение данной системы $(\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_{24})$ определено лишь с точностью до добавления к каждой компоненте одного и того же произвольного сдвига. Чтобы обеспечить единственность решения, к данным уравнениям необходимо добавить дополнительное соотношение — либо условие сохранения среднеарифметического значения показаний шкал (сведёние к групповой композитной шкале):

$$\sum \Delta t_i = 0, \quad (*)$$

либо следующее условие: полагая точными значения БШВ на одном или нескольких выделенных спутниках, приравнять нулю их поправки Δt_i .

Величину кратковременного скачка фазы на каждом НКА можно полагать постоянной на протяжении 0,5...1 мин и считать, что она сохранится в ближайшие 10...20 с после конца этого интервала. Таким образом, задача сводится к определению поправок Δt_i из системы (1) при дополнительных условиях (*).

ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ МЕЖСПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В РАССМАТРИВАЕМОЙ ПОСТАНОВКЕ. АЛГОРИТМ УТОЧНЕНИЯ ПОПРАВК К БОРТОВЫМ ШКАЛАМ ВРЕМЕНИ И ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОЦЕНИВАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Рассмотрим геометрическую конфигурацию для понимания того, как расположен центр n -мерного симплекса (аналог тетраэдра) с $n + 1$ вершиной в n -мерном пространстве.

Вектор от начальной вершины этого симплекса до его медианного центра равен $1/(n + 1)$ суммы n векторов-рёбер этого симплекса, которые выходят из этой же начальной вершины в n других вершин.

Система уравнений (1) (как система условных уравнений) записывается следующим образом:

$$\begin{cases} X_1 - X_0 = y_0, \\ X_2 - X_1 = y_1, \\ X_3 - X_2 = y_2, \\ \dots \\ X_n - X_0 = y_n. \end{cases} \quad (2)$$

Поскольку матрица здесь имеет ранг на единицу меньше, чем число неизвестных, то система имеет одномерное подпространство решений (прямая, не проходящая через 0, — начало координат). Чтобы выбрать однозначное решение, добавляется (из других соображений) дополнительное условие-соотношение $X_0 + X_1 + X_2 \dots + X_{n-1} + X_n = 0$.

Тогда найдётся единственное решение.

Из уравнений (2) видно, что система непротиворечива, если только $y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_n = 0$.

Представим себе, что X_i и Y_i — это векторы n -мерного пространства, и пусть они удовлетворяют вышеприведённым уравнениям (2). Рассмотрим n -мерный симплекс с вершинами X_0, X_1, \dots, X_n и n -мерный параллелепипед, образованный векторами $X_1 - X_0, X_2 - X_0, \dots, X_n - X_0$ (рис. 4).

Из уравнений измерений видно, что образующие векторы-рёбра параллелепипеда (всего n штук) можно также записать как

$$Y_1, Y_1 + Y_2, Y_1 + Y_2 + Y_3, \dots, Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n \quad (\text{здесь не участвует } Y_0), \quad (**)$$

либо как

$$Y_1, Y_1 + Y_2, Y_1 + Y_2 + Y_3, \dots, -Y_0 - Y_n - Y_{n-1}, \dots, -Y_{n/2}, -Y_0 - Y_n, -Y_0. \quad (***)$$

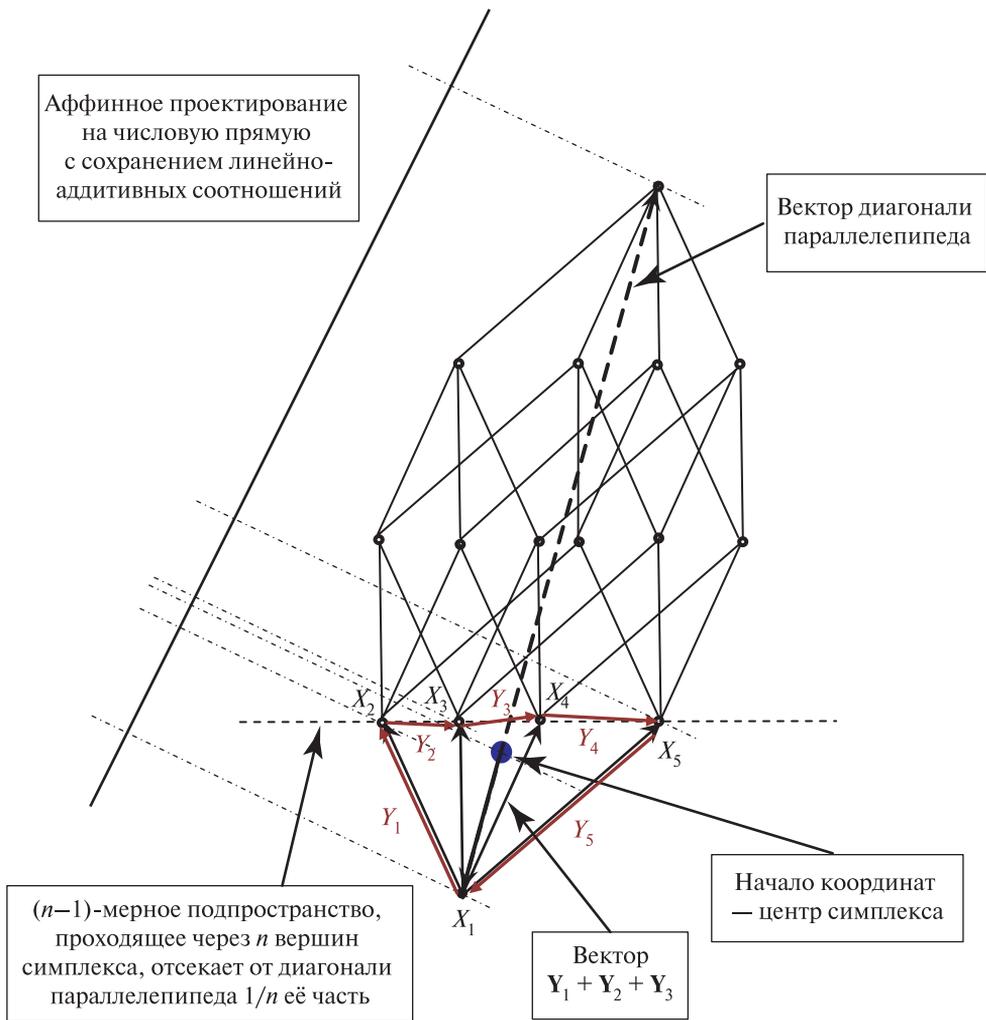


Рис. 4. К выводу формулы для оценителя поправок к БШВ по МСИ вдоль замкнутой цепочки

В выражении (***) не участвует один средний y или берётся полусумма для среднего y по двум направлениям вдоль цепочки — вперёд и назад — в зависимости от чётности n .

Центр симплекса с вершинами в точках $X_0, X_1, X_2, \dots, X_n$ выражается как $(X_0 + X_1 + \dots + X_{n-1} + X_n)/(n + 1)$. Из дополнительного условия видно, что центр симплекса совпадает с 0 — началом координат. Таким образом, решение задачи состоит из разностей между вершинами симплекса и его центром. Из-за циркулянтной симметрии задачи выражение для оценки X_0 через Y_i легко переписать и на оценки всех остальных X_i .

Вектор X_0 коллинеарен вектору диагонали параллелепипеда, соединяющей вершину X_0 с противоположной вершиной параллелепипеда, а по длине он в $n + 1$ раз короче:

$$X_0 = -\frac{\mathbf{d}}{n+1}.$$

Заметим, что искомые поправки x_i , сводящие шкалы к их среднеарифметическому композитному значению (в данной постановке это 0), по смыслу равны по абсолютной величине и обратны по знаку значениям X_i .

Выразим указанный вектор \mathbf{d} диагонали параллелепипеда через рёбра (***) . Имеем

$$\mathbf{d} = nY_1 + (n-1)Y_2 + \dots + 2Y_{n-1} + Y_n.$$

Можно это записать и в соответствии с (**). Например, если n — чётно, $n = 2k$, то

$$\mathbf{d} = kY_1 + (k-1)Y_2 + \dots + Y_k - Y_{k+2} - 2Y_{k+3} - \dots - (k-1)Y_n - kY_0.$$

Если n — нечётно, $n = 2k + 1$, то

$$\mathbf{d} = \frac{nY_1 + (n-2)Y_2 + \dots + 3Y_k + Y_{k+1} - Y_{k+2} - 3Y_{k+3} - \dots - (n-2)Y_n - nY_0}{2}.$$

Во втором случае используются симметричные выражения по двум путям, начиная от точки X_0 — по возрастанию индексов до половины цепочки и, наоборот, с противоположной стороны цепочки. Выражения для других неизвестных X_i получаются из выражения для X_0 циклической подстановкой индексов в Y .

Данные соотношения выражены в векторной форме, однако то же самое будет для скалярных величин X_0, X_1, \dots, X_n и $Y_1, Y_2, \dots, Y_n, Y_0$, поскольку их можно рассматривать как векторы на прямой (вырожденный параллелепипед, целиком вложенный в прямую). При аффинном проектировании параллелепипеда все линейно-аддитивные соотношения сохраняются, они будут справедливы и для чисел (скаляров) на числовой прямой.

Далее мы не будем использовать индекс 0 , шкалы и их показания будут занумерованы индексами от 1 до n . При длине цепочки $n = 24$ имеем следующую формулу для линейного оценителя величин поправок x_i по измерениям y_i вдоль простой замкнутой цепочки межспутниковых взаимодействий:

$$x_1 = \frac{\mathbf{d}_1}{24}; \quad \mathbf{d}_1 = \frac{23(y_1 - y_{24}) + 21(y_2 - y_{23}) + \dots + 3(y_{11} - y_{14}) + (y_{12} - y_{13})}{2}. \quad (3)$$

Соответственно,

$$x_2 = \frac{d_2}{24}; \quad d_2 = \frac{23(y_2 - y_1) + 21(y_3 - y_{24}) + \dots + 3(y_{12} - y_{15}) + (y_{13} - y_{14})}{2}$$

и т. д.

Можно убедиться прямым вычитанием, что $d_1 - d_2 = 24y_1 - \sum_1^n y_i = 24y_1$, поскольку, как уже говорилось, сумма всех измерений разностей показаний шкал, взятых при однонаправленном следовании по кругу, равна нулю (разумеется, с точностью до погрешностей измерений). Таким образом, $X_j - X_{j+1} = -y_j$, и система (2) удовлетворяется.

Коэффициенты линейного оценителя для поправки x_1 , отвечающие формуле (3), составляют следующую строку чисел (значения округлены до двух знаков после точки):

0.48 0.44 0.40 0.35 0.31 0.27 0.23 0.19 0.15 0.10 0.06 0.02 -0.02 -0.06 -0.10 -0.15
-0.19 -0.23 -0.27 -0.31 -0.35 -0.40 -0.44 -0.48.

Коэффициенты для полного набора поправок x_i представлены на рис. 5.

Следует отметить, что в сущности один и тот же набор коэффициентов используется в формуле оценителей для любого x_i , что облегчает задачу расчёта оперативных поправок. Дисперсию d_1 в формуле (3) можно рассчитать как дисперсию линейной комбинации 24 некоррелированных величин, каждая с одинаковой дисперсией σ_y^2 , коэффициентами при которых служат величины 0.5 (23, 21, 19, ..., 1, 1, 3, ..., 21, 23).

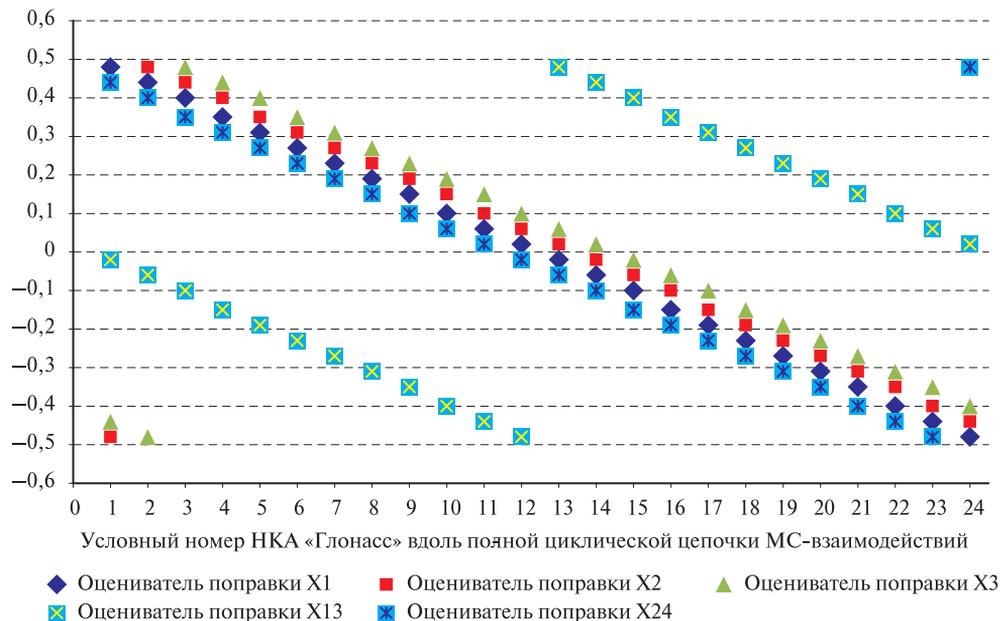


Рис. 5. Значения коэффициентов линейного оценителя поправок к показаниям 24 БШВ по межспутниковым измерениям МЛНСС вдоль полной замкнутой цепочки МС-взаимодействий при синхронизации путём сведения к осреднённой КШВ

Таким образом, дисперсия величины d равна $0,25(23^2 + 21^2 + \dots + 3^2 + 1) \approx 1/4 \times 7500$, следовательно, дисперсию оценки x_i можно примерно оценить как $24^{-2} \times 1276 D_y = 2 D_y$, где D_y — средняя дисперсия ошибок попарных измерений y_i .

При некоррелированных ошибках равноточных измерений y_i итоговая точность коррекции времени каждой БШВ и сведения её к композитной шкале выразится следующей формулой для простой циклической цепочки МС-взаимодействий 24 НКА «Глонасс» при двухтерминальном варианте системы МЛНСС на каждом НКА: $\sigma x_i = \sqrt{2} \cdot \sigma_y \approx 1,41 \sigma_y$.

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОПРАВОК ПО СХЕМЕ ОПЕРАТИВНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕЖСПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ РАСХОЖДЕНИЙ ШКАЛ ВДОЛЬ ПОЛНОЙ ЗАМКНУТОЙ ОДНОСВЯЗНОЙ ЦЕПОЧКИ

Проведём более детальное исследование в отношении точности оценивания x_i по формулам (3). Напомним, что *циркулянтной* называется всякая квадратная $n \times n$ -матрица, которая перестановочна с базовой матрицей (оператором) круговой подстановки, действующей на вектор (x_1, x_2, \dots, x_n) , сдвигая его компоненты по кругу:

$$(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) \rightarrow (x_n, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}).$$

Линейный оператор с циркулянтной матрицей сохраняет инвариантными следующие два взаимно ортогональных подпространства в n -мерном векторном пространстве: прямую векторов с одинаковыми компонентами $\{(x, x, x, \dots, x)\}$ и ортогональное ей $(n-1)$ -мерное подпространство, задаваемое условием $x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = 0$.

Системе уравнений измерений (2) отвечает следующая матрица частных производных измеряемых параметров y по определяемым поправкам x :

$$A = \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}. \quad (4)$$

Матрица A имеет ранг $n-1$, поэтому отвечающая ей форма точности имеет *матрицу наблюдаемости* $A^T A$ (с точностью до деления на σ_y^2), которая вырождена и не может быть обращена обычным образом (в регулярном случае для МНК обратная матрица как раз представляет собой матрицу ковариаций ошибок оценивания определяемых параметров). Вырождение в данном случае направлено вдоль вектора $v = (1, 1, 1, \dots, 1)^T$, симметрично расположенного относительно координатного репера в пространстве определяемых параметров x_1, x_2, \dots, x_n . Можно образно сказать, что матрица наблюдаемости исключительно сосредоточена на гиперплоскости Π , ортогональной этому вектору, а нулевая наблюдаемость вдоль этого вектора v отвечает бесконечно большим ошибкам вдоль этого вектора, если не привлекать дополнительных связей или измерений.

Матрица квадратичной формы точности $\mathbf{W} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$ симметрична, имеет вид (здесь опущен размерный множитель σ_y^{-2} , связанный с точностью измерений)

$$\mathbf{W} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right], \quad (5)$$

и, кроме того, \mathbf{W} в данном случае также является *циркулянтной*.

Дополнительное условие $X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1} + X_n = 0$ можно также рассматривать как измерение с чрезвычайно высокой точностью. Такое измерение как раз снимает ненаблюдаемость и приводит к возможности однозначного решения задачи синхронизации для простой замкнутой цепочки МС-измерений, а также решения задачи определения точности такого решения, т. е. расчёта матрицы ошибок оценки. Этому дополнительному измерению отвечает измерительный ковектор $(1, 1, \dots, 1)$.

В соответствии со свойствами *циркулянтных* матриц и с учётом симметричности \mathbf{W} можно утверждать, что все собственные подпространства \mathbf{W} простые (если собственный корень кратный, то соответствующее собственное подпространство есть прямая сумма одномерных), собственные векторы в n -мерном пространстве (определяемых параметров) образуют ортонормированный базис (в нём \mathbf{W} приводится к диагональному виду), причём эти собственные векторы имеют вид

$$\mathbf{u}_j = \{1, \lambda_j, \lambda_j^2, \dots, \lambda_j^{n-1}\}, \quad (6)$$

где λ_j — j -й корень из 1 над полем комплексных чисел (всего таких корней n , включая 1, и все они являются степенью первообразного корня λ , аргумент которого равен $2\pi/n$). Эрмитова норма каждого из векторов \mathbf{u}_j равна \sqrt{n} (сумма произведений компонент u_{ji} на сопряжённые к ним значения равна n). Легко видеть, что, во-первых, сумма компонент у всех векторов \mathbf{u}_j , кроме первого (все компоненты которого равны 1), равна 0, кроме того, векторы \mathbf{u}_j попарно ортогональны в смысле эрмитова скалярного произведения. Если матрицу \mathbf{W} считать матрицей линейного преобразования, и если она приведена к каноническому (в данном случае диагональному) виду в базисе из векторов \mathbf{u}_j , то этот же её диагональный вид сохранится и при нормировании базисных векторов \mathbf{u}_j на единичную длину. Однако диагональное представление матрицы \mathbf{W} как матрицы квадратичной формы точности не инвариантно при растяжениях векторов базиса. Если один из векторов базиса сокращается по длине в k раз, то для сохранения значений квадратичной формы соответствующий диагональный элемент необходимо сократить в k^2 раз.

Отвечающие собственному базису собственные числа \mathbf{W} выражаются (это свойство всех циркулянтных матриц) как $\mu_j = f(\lambda_j)$, где f — многочлен $(n-1)$ -й степени с коэффициентами из первой строки матрицы \mathbf{W} , $f(\lambda) = 2 - \lambda - \lambda^*$. Здесь * — знак комплексного сопряжения. Таким образом (вследствие симметричности \mathbf{W}), видно, что её собственные числа μ_j являются вещественными,

а их количество (не считая 1 и -1) вполнину меньше n (они разбиваются на пары одинаковых). Собственные числа \mathbf{W} суть следующие:

$$0, 2\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right), \dots, 2\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi j}{n}\right)\right), \quad j = 0, \dots, n/2. \quad (7)$$

При $n = 24$ эти значения можно вычислить точно. Первое собственное значение 0 отвечает указанному раньше собственному вектору $\{1, 1, 1, \dots, 1\}$ вдоль подпространства вырождения матрицы \mathbf{W} , а тринадцатое собственное значение $\mu_{13} = 4$ отвечает собственному вектору $\{1, -1, 1, -1, \dots, 1, -1\}$. Итак, собственные числа \mathbf{W} — вещественные, при $n = 24$ разбиваются на пары одинаковых (кроме $\mu_1 = f(\lambda_1 = 1) = 0$ и $\mu_{13} = f(\lambda_{13} = -1) = 4$, а в собственных подпространствах размерности 2, отвечающих парам одинаковых вещественных собственных чисел $\mu_{j+1} = 2(1 - \cos(\pi j/12))$ матрицы \mathbf{W} , $j = 1, \dots, 11$, в качестве ортогональных собственных векторов можно взять пару векторов \mathbf{V}^+ , \mathbf{V}^- с вещественными координатами, где \mathbf{V}^+ , \mathbf{V}^- имеют вид:

$$\mathbf{V}_j^+ = \left\{ 1, \cos\left(j \frac{\pi}{12}\right), \cos\left(2j \frac{\pi}{12}\right), \dots, \cos\left(11j \frac{\pi}{12}\right), (-1)^j, \dots, \cos\left(j \frac{\pi}{12}\right) \right\}; \quad (8)$$

$$\mathbf{V}_j^- = \left\{ 0, \sin\left(j \frac{\pi}{12}\right), \sin\left(2j \frac{\pi}{12}\right), \dots, \sin\left(11j \frac{\pi}{12}\right), 0, \dots, -\sin\left(j \frac{\pi}{12}\right) \right\}. \quad (9)$$

Так как $\mathbf{V}^+ = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_\lambda + \mathbf{U}_{\lambda^*})$, $\mathbf{V}^- = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_\lambda - \mathbf{U}_{\lambda^*})$,
то

$$\mathbf{W}(\mathbf{V}^+) = \frac{1}{2}(f(\lambda)\mathbf{U}_\lambda + f(\lambda^*)\mathbf{U}_{\lambda^*}) = f(\lambda) \left[\frac{1}{2}(\mathbf{U}_\lambda + \mathbf{U}_{\lambda^*}) \right] = f(\lambda)[\mathbf{V}^+].$$

Аналогичное равенство справедливо и для вектора \mathbf{V}^- . Все полученные векторы попарно ортогональны по отношению к евклидову скалярному произведению на пространстве определяемых векторов \mathbf{x} .

Сумма квадратов модулей этих двух векторов при любом j равна n , для указанных выше специальных собственных векторов для $\lambda = 0$ и $\lambda = 4$ квадрат нормы каждого из этих двух векторов равен n . Координаты всех этих векторов \mathbf{V}_j , выписанные по столбцам в виде матрицы \mathbf{V} , задают преобразование \mathbf{V} исходного базиса к собственному базису из векторов \mathbf{V}_j . Если дополнительно с помощью диагональной матрицы \mathbf{Q} нормировать базисные векторы \mathbf{V}_j , то будет получен ортонормированный базис.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЦЫ КОВАРИАЦИЙ ОШИБОК АЛГОРИТМА ОПЕРАТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПО МЕЖСПУТНИКОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ ЗАМКНУТОЙ ЦЕПОЧКИ — ПСЕВДООБРАЩЕНИЕ МАТРИЦЫ НАБЛЮДАЕМОСТИ

Как известно, любая симметричная неотрицательно определённая матрица может быть приведена к диагональному виду ортогональными преобразованиями (см. напр., *Метод Якоби* [Гантмахер, 1988]). Другими словами, существует ортогональная матрица \mathbf{S} (имеющая смысл матрицы замены координат

$x = Sx'$), приводящая квадратичную форму с матрицей W к главным осям при записи этой квадратичной формы в новых координатах x' :

$$S^T W S = D. \tag{10}$$

Для ортогональной матрицы S справедливо равенство $S^T = S^{-1}$. Поэтому равенство (10) можно интерпретировать и как переход к базису из собственных векторов. В нашем случае ортонормированный собственный базис определён с точностью до ортогональных вращений в двумерных клетках, отвечающих набору собственных чисел (7).

Следовательно, используя базис собственных векторов V и собственные числа оператора W , отвечающие этому набору, мы можем определить и диагональные элементы матрицы D . А тем самым, оценить и эллипсоид рассеивания, получаемый при псевдообращении этой матрицы, характеризующий СКО оценивания вектора x по результатам измерений y при наложении условия сумма $x_i = 0$, или, другими словами, эллипсоид, сосредоточенный на гиперповерхности Π . В этом собственном ортонормированном базисе обращение (точнее, псевдообращение, поскольку матрица имеет ранг $n-1$) диагонализации матрицы W сводится к взятию обратных величин к собственным значениям на диагонали.

При построении матрицы V на первые две строки выносим векторы, указанные выше и отвечающие корням 24-й степени из 1 $\lambda = 1$ и $\lambda = -1$. Далее, попарно располагаем векторы (9), (10), всего 11 пар. Координаты x' 24-мерного вектора относительно этого базиса связаны с исходными координатами x с помощью переходной матрицы VQ : $x = VQx'$, при этом матрица VQ является ортогональной, её столбцы получаются из столбцов V делением на их норму (модуль). Как было указано, для первых двух векторов V_1, V_2 норма равна $\sqrt{24}$, а у всех остальных она равна $\sqrt{12}$. Перенормируем первые два вектора так, чтобы их норма также равнялась $\sqrt{12}$, т. е. положим

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, \dots, 1)^T \quad \text{и} \quad V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, \dots, 1, -1)^T.$$

В этом случае все диагональные элементы диагональной матрицы Q будут равны $1/\sqrt{12}$, и соответствующая замена будет представлять собой просто растяжение в $1/\sqrt{12}$ раз. Итак, имеем:

$$\frac{1}{VQ} W V Q = (VQ)^T W V Q = Q V^T W V Q = L, \tag{11}$$

где L — диагональная матрица с собственными числами линейного преобразования с матрицей W . Отсюда имеем:

$$W = \frac{1}{(VQ)^T} L \frac{1}{VQ} = V Q L Q^T V^T. \tag{12}$$

С учётом (12) и численных значений для элементов Q получаем

$$W = V Q L Q^T V^T = \frac{1}{12} V L V^T. \tag{13}$$

У матрицы \mathbf{L} элемент l_{11} равен нулю. Заменяем его на 1 и соответствующую диагональную матрицу обозначим как \mathbf{L}^* . Остальные элементы \mathbf{L} и \mathbf{V} для случая $n = 24$ нам известны. Тогда левую и правые части равенства можно обратить, получив матрицу $(\mathbf{W}^*)^{-1}$, по которой можно судить о матрице ковариаций ошибок оценивания x в поставленной задаче. Тем самым соотношение (13) можно обратить, получив матрицу \mathbf{W}^{*-1} , отличающуюся от искомой матрицы ковариаций, ошибки оценки добавлением симметричной матрицы, исключительно сосредоточенной вдоль вектора $\mathbf{e} = \{1, 1, \dots, 1\}$ (в координатах x). В качестве таковой возьмём матрицу $\frac{1}{24}\mathbf{e}\times\mathbf{e}^T$. Этим соображением можно воспользоваться для численного компьютерного псевдообращения матрицы \mathbf{W} . Имеем

$$\frac{1}{\mathbf{W}^*} = \mathbf{VQ} \frac{1}{\mathbf{L}^*} (\mathbf{VQ})^T = \mathbf{VQ} \frac{1}{\mathbf{L}^*} \mathbf{Q}^T \mathbf{V}^T = \frac{1}{12} \mathbf{V} \frac{1}{\mathbf{L}^*} \mathbf{V}^T. \quad (14)$$

В результате численного псевдообращения с помощью штатной процедуры обращения матриц по методу треугольного разложения получена матрица $(\mathbf{W}^*)^{-1}$, у которой первая строка имеет следующие элементы:

1.9965 1.5173 1.0798 0.6840 0.3298 0.0174 -0.2534 -0.4826 -0.6701 -0.8159 -0.9201
 -0.9826 -1.003 -0.9826 -0.9201 -0.8159 -0.6701 -0.4826 -0.2534 0.0174 0.3298
 0.6840 1.0798 1.5173.

Если матрицу \mathbf{W} интерпретировать как матрицу квадратичной формы (формы точности оценки МНК в данной постановке) относительно ортонормированного базиса, то она приводится ортогональным преобразованием \mathbf{S} к диагональному виду. Так как для ортогональных преобразований операция обращения совпадает с трансформированием: $\mathbf{S}^{-1} = \mathbf{S}^T$, то это же преобразование осуществляет приведение матрицы \mathbf{W} к собственному базису. Из (11)–(14) видно, что в качестве \mathbf{S} служит ортогональная матрица \mathbf{VQ} , а искомая диагональная \mathbf{D} совпадает с \mathbf{L} .

Окончательно, у диагональной матрицы \mathbf{L}^{*-1} первый элемент можно обнулить, он отвечает за дисперсию оценки, и такое обнуление как раз будет отвечать нулевой ошибке оценки x при абсолютном соблюдении условия (*). Обозначив соответствующую диагональную матрицу, элементы которой обратны ненулевым собственным числам μ_j , через \mathbf{K} , а искомую матрицу ковариаций ошибок оценивания (псевдообратную к \mathbf{W}) — через \mathbf{C} , имеем (здесь опущен размерный коэффициент σ_y^2 , связанный с точностью межспутниковых измерений y):

$$\mathbf{C} = \frac{1}{12} \mathbf{VKV}^T. \quad (15)$$

Из общих соображений циркулянтной симметрии понятно, что матрица \mathbf{C} должна быть циркулянтной. В частности, дисперсии ошибки оценивания каждой из поправок x_i должны быть одинаковы, а ковариации удовлетворяют $\text{cov}(x_i, x_j) = \text{cov}(x_{i+1}, x_{j+1})$. Индекс $i+1$ при $i = n$ следует полагать равным 1, в соответствии с принципом следования по замкнутой цепочке номеров.

**ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ ТОЧНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ ПОПРАВКИ
ПРЕДЛОЖЕННЫМ АЛГОРИТМОМ ДЛЯ ОРБИТАЛЬНОЙ ГРУППИРОВКИ
ГЛОНАСС ИЗ 24 НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ**

Псевдообращение матрицы **W** может быть выполнено с использованием вещественного ортогонального базиса векторов **V** в (8), (9), но для проведения точного расчёта матрицы **C** будет удобно воспользоваться комплекснозначным эрмитовым ортогональным базисом $\mathbf{u}_j = \{1, \lambda_j, \lambda_j^2, \dots, \lambda_j^{n-1}\}$ из (6). Отметим, что **C** также циркулянтна. Аналогично (15), формулу для **C** ($n = 24$) можно записать как

$$\mathbf{C} = \frac{1}{24} \mathbf{U} \mathbf{K} \mathbf{U}^T. \tag{16}$$

В данном случае мы только переставляем на второе место вектор \mathbf{u}_{13} с собственным числом $\mu = 4$, остальные векторы следуют в естественном порядке, отвечающем корням 24-й степени из 1, при движении по единичной окружности против часовой стрелки.

Здесь матрица **U**, составленная из координат базисных векторов, взятых по столбцам, имеет вид

$$\mathbf{U} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & \lambda & \lambda^2 & \lambda^{22} & \lambda^{23} \\ 1 & 1 & \lambda^2 & \lambda^4 & \lambda^{20} & \lambda^{22} \\ 1 & -1 & \lambda^3 & \lambda^6 & \lambda^{18} & \lambda^{21} \\ \hline 1 & 1 & \lambda^{22} & \lambda^{20} & \lambda^4 & \lambda^2 \\ 1 & -1 & \lambda^{23} & \lambda^{22} & \lambda^2 & \lambda^1 \end{array} \right], \end{array} \tag{17}$$

где λ — первообразный корень 24-й степени из 1; $\lambda = \cos 15^\circ + i \sin 15^\circ$.

Обозначим $\cos 15^\circ$ через $c\varphi$ и $\sin 15^\circ$ — через $s\varphi$. Необходимо обратить собственные числа μ матрицы **W** для формирования диагональных элементов матрицы **K**. Имеем последовательность диагональных элементов **K**:

$$0, \frac{1}{2}, \frac{1}{1-c(\varphi)}, \frac{1}{1-c(2\varphi)}, \frac{1}{1-c(3\varphi)}, \dots, 1, \dots, \frac{1}{1+c3\varphi}, \frac{1}{1+c2\varphi}, \frac{1}{1+c\varphi}, \frac{1}{1+c\varphi}, \frac{1}{1+c2\varphi}, \dots, 1, \dots, \frac{1}{1-c(2\varphi)}, \frac{1}{1-c(\varphi)}. \tag{18}$$

Отсюда мы видим, что элемент C_{11} матрицы **C** равен 1/48 суммы всех чисел из (18). В этой последовательности последние 22 числа разбиваются на два подмножества, зеркально повторяющие друг друга, поэтому достаточно провести суммирование по углам в верхней части тригонометрического круга, а затем удвоить результат.

Воспользовавшись преобразованиями вида

$$\frac{1}{1-c\varphi} + \frac{1}{1+c\varphi} = \frac{2}{1-(c\varphi)^2} = \frac{2}{s^2\varphi},$$

сведём суммирование последних 22 слагаемых из (18) к виду

$$2 + 2 \times 2 \left(\frac{1}{s^2 \varphi} + \frac{1}{s^2 2\varphi} + \frac{1}{s^2 (45^\circ)} + \frac{1}{c^2 2\varphi} + \frac{1}{c^2 \varphi} \right) =$$

$$= 2 + 4 \left(2 + \frac{4}{4s^2 \varphi c^2 \varphi} + \frac{1}{s^2 30^\circ} + \frac{1}{c^2 30^\circ} \right) = 2 + 4 \left(2 + \frac{5}{s^2 30^\circ} + \frac{4}{3} \right) \approx 2 + 4(22,33).$$

В результате, с учётом дисперсии σ_y^2 ошибок измерений y , имеем

$$C_{11} \sigma_y^2 = \frac{95,83}{48} \sigma_y^2 \approx 1,9966 \sigma_y^2.$$

Как видно, данный результат совпадает с точностью до пятого знака с вышеприведённым результатом компьютерного псевдообращения матрицы \mathbf{W} . Точно такие же значения будет иметь любой из элементов C_{ii} этой матрицы. Таким образом, СКО погрешности оценивания каждого x_i приблизительно равно $\sqrt{2} \cdot \sigma_y \approx 1,41 \sigma_y$.

Аналогичные выводы для замкнутой цепочки из 8 КА (например, в случае цепочки, охватывающей аппараты только одной орбитальной плоскости ГЛОНАСС), показывают, что СКО ошибки оценки x_i приблизительно равно $0,81 \sigma_y$ ($D(x) = 0,6562$). Если осуществлять процесс синхронизации БШВ отдельно по трём независимым цепочкам по 8 НКА в каждой, то без взаимодействий между ними сведение БШВ к средним внутри каждой из трёх групп не приведёт к одинаковым результатам по всем группам. Этим и объясняется различие полученных значений СКО в случае $n = 8$ и $n = 24$.

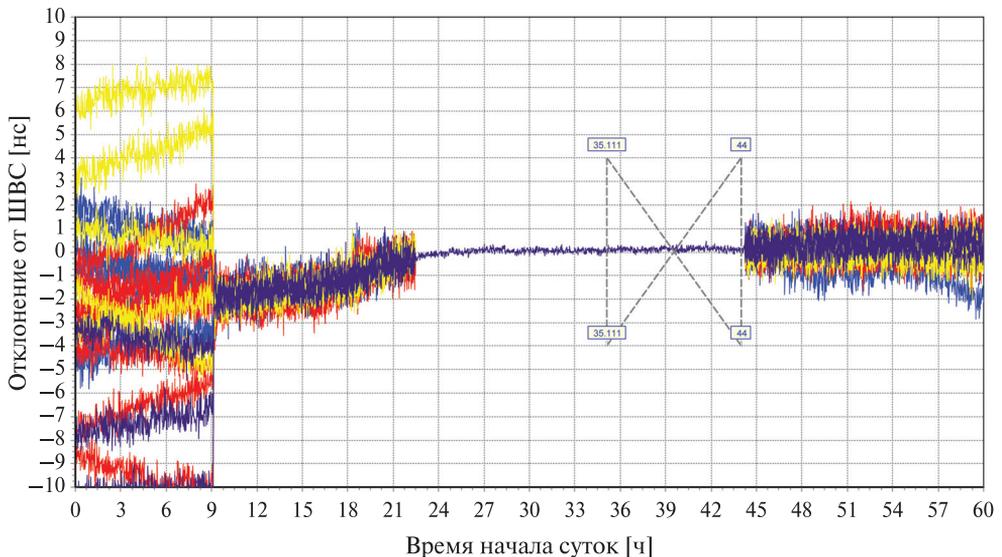


Рис. 6. Шкалы времени 24 НКА «Глонасс» в процессе синхронизации по МСИ БАМИ (первичная синхронизация) и оперативной синхронизации с коррекцией по МСИ МЛНСС-К2, собранных вдоль полной замкнутой цепочки межспутниковых взаимодействий. ШВС — шкала времени системы

Процесс синхронизации с применением разработанного алгоритма оперативной коррекции ЧВП в модельном варианте показан на рис. 6. Здесь первичная синхронизация БШВ НКА «Глонасс» осуществляется с использованием радиотехнической бортовой аппаратуры межспутниковых измерений (БАМИ).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены алгоритмы оценивания поправок к бортовым шкалам времени навигационных космических аппаратов глобальной навигационной спутниковой системы на базе межспутниковых измерений расхождений шкал вдоль полной замкнутой цепочки межспутниковых взаимодействий (схема оперативного уточнения поправок для варианта межспутниковой лазерной навигационно-связной системы на космических аппаратах «Глонасс-К2»).

Даны оценки точности получаемых на базе межспутниковых измерений межспутниковой лазерной навигационно-связной системы поправок к бортовым шкалам времени для схемы межспутниковых измерений вдоль полной замкнутой цепочки. Анализ базируется на операции псевдообращения матрицы наблюдаемости неполного ранга с использованием математического аппарата анализа собственных чисел циркулянтных матриц.

ЛИТЕРАТУРА

- [Гантмахер, 1988] *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. 4-е изд. М.: Наука, 1988. 552 с.
- [Золкин и др., 2012] *Золкин И. А., Игнатович Е. И., Щекутьев А. Ф., Болкунов А. И.* Межспутниковые линии — важный элемент перспективных спутниковых навигационных технологий // Полёт. Общерос. научно-тех. журн. 2012. № 4. С. 29–33.
- [Игнатович, Щекутьев, 2006] *Игнатович Е. И., Щекутьев А. Ф.* Исследование возможностей модернизации эфемеридно-временного обеспечения КНС ГЛОНАСС с использованием межспутниковых измерений // 13-я Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сб. материалов. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2006. С. 202–210.
- [Игнатович, Щекутьев, 2007] *Игнатович Е. И., Щекутьев А. Ф.* Методы и алгоритмы уточнения частотно-временных параметров и синхронизации бортовых шкал перспективной ГЛОНАСС с использованием межспутниковых измерений // 14-я Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2007. С. 322–331.
- [Игнатович, Щекутьев, 2008] *Игнатович Е. И., Щекутьев А. Ф.* Результаты имитационного моделирования некоторых вариантов бортовых алгоритмов обработки межспутниковых измерений КА ГЛОНАСС // 15-я Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2008. С. 348–354.
- [Одуан, Гино, 2002] *Одуан К., Гино Б.* Измерение времени. Основы GPS. М.: Техносфера, 2002.
- [Почукаев и др., 2013] *Почукаев В. Н., Игнатович Е. И., Щекутьев А. Ф., Золкин И. А.* Некоторые аспекты эфемеридно-временного обеспечения ГНСС ГЛОНАСС с использованием межспутниковой линии // Тезисы докл. 18-й Международной конференции «Системный анализ, управление и навигация». Евпатория, 2013.

- [Рютман, 1978] *Рютман Ж.* Характеристики нестабильности фазы и частоты сигналов высокостабильных генераторов: Итоги развития за пятнадцать лет / Пер. с англ. // Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике (ТИИЭР). 1978. Т. 66. № 9.
- [Чубыкин и др., 2007] *Чубыкин А. А., Рой Ю. А., Корнишев О. М.* и др. Использование бортовых лазерных измерительно-связных средств для повышения точности и оперативности ЭВО спутников системы ГЛОНАСС // Электромагнитные волны. 2007. Т. 12. № 7. С. 25–31.
- [Шаргородский и др., 2007а] *Шаргородский В. Д., Чубыкин А. А., Сумерин В. В.* Межспутниковая лазерная навигационно-связная система // Аэрокосмический курьер. 2007. № 1(49). С. 88–89.
- [Шаргородский и др., 2007б] *Шаргородский В. Д., Чубыкин А. А., Корнишев О. М.* и др. Аппаратура лазерного измерительно-связного канала для системы ГЛОНАСС // Всероссийская научно-техническая конф. «Навигационные спутниковые системы». Железногорск, Красноярский кр. НПО ПМ им. М. Ф. Решетнёва. 2007.
- [Щекутьев, 2005] *Щекутьев А. Ф.* Простейшая модель поведения шкалы времени, получаемой на основе использования высокостабильных атомных генераторов с учётом белого шума частоты // Космонавтика и ракетостроение. 2005. Вып. 4(41). С. 81–92.
- [Щекутьев, 2009] *Щекутьев А. Ф.* Анализ схемы синхронизации бортовых часов и формирования композитной шкалы времени ГЛОНАСС с использованием межспутниковых измерений // Космонавтика и ракетостроение. 2009. Вып. 2(55). С. 79–99.
- [Щекутьев, 2012] *Щекутьев А. Ф.* Уточнение параметров движения КА по межспутниковым измерениям взаимных дальностей // Космонавтика и ракетостроение. 2012. Вып. 4(69). С. 26–44.
- [Щекутьев, 2014] *Щекутьев А. Ф.* Оперативная синхронизация бортовых шкал времени аппаратов «Глонасс» по межспутниковым измерениям вдоль замкнутой цепочки взаимодействий // Космонавтика и ракетостроение. 2014. Вып. 1(74). С. 134–145.

SYNCHRONIZATION OF THE GLONASS SVS ONBOARD TIME SCALES ON THE BASIS OF A SET OF INTERSATELLITE MEASUREMENTS ALONG A CLOSED CHAIN (CIRCUIT) OF INTERACTIONS

A. F. Schekutiev

Central Research Institute of Mechanical Engineering (TSNIImash)

One of the possible modes of the intersatellite line (ISL) based on the onboard laser navigation-link system (ISLNLS) is investigated. This line is intended for applications in the global satellite navigation system GLONASS. In this report, the problem of the estimator construction for all of 24 Glonass SVs Board Time Scales (BTS) is considered. It is important to note that estimation is based on the set of the intersatellite measurements (ISM) carried out along the simple closed chain (circuit) of interactions including all navigation SVs. A way of solution of this unobservable problem is in the frames of the Least Squares Method with the coefficients matrix of an incomplete rank. Estimation of the derived corrections characteristics is based on the analysis of the eigenvalues and the eigenvectors of the circulant matrices and related to the methods of the linear algebra and geometry.

The presented process of the BTS synchronization uses the computational algorithm for the operative corrections of the TS short time jumps (leaps). A special synchronization

algorithm is proposed for SVs Glonass BTS operative synchronization on the basis of ISM collected on short measurement intervals. It is shown that the processing of the intersatellite measurement entails the convergences of these BTS to the composite space time scale (CSS). The measurement of the pairs of the BTS differences are obtained and translated operatively to the united processing center in the situation when the IS interactions graph corresponds to a simple closed chain (circuit) including all the Glonass SVs.

This ISM scheme for improving the accuracy of the GLONASS time support system seems to be quite realistic if ISLNLS is used as the ISM System on the SVs Glonass-K2. In this case, it is supposed to install two independently functioning onboard optic-electronic terminals of ISLNLS on each of given SVs.

Keywords: satellite navigation, high stable time-frequency standards, synchronization of the time scales, Allan variance, unobservable problem of the parameters estimation, circulant matrix.

Schekutiev Alexander Fedorovich — principal scientific officer, PhD, a.schekutiev@glonass-iac.ru

РЕЗОНАНСНЫЙ ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ В КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

А. С. Ковалёва

Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

Рассматривается проблема необратимого переноса энергии в системе двух слабо связанных линейных осцилляторов. Предполагается, что осциллятор с постоянными параметрами возбуждается начальным импульсом, а присоединённый осциллятор с монотонно меняющейся частотой первоначально находится в покое. Перенос энергии в такой системе при проходе через резонанс был ранее обнаружен с помощью численных и физических экспериментов. В настоящей работе впервые показано, что во многих существенных предельных случаях имеется явное асимптотическое решение в виде интегралов Френеля. Полученное приближённое решение даёт простое описание необратимого переноса энергии от возбуждённого осциллятора к невозбуждённому. При этом энергия каждого осциллятора вычисляется в явном виде в любой момент времени. Ранее найденная аналогия между переносом энергии в классической системе осцилляторов и неадиабатическим туннелированием Ландау-Зинера позволяет утверждать, что решения подобного вида дают простое аналитическое описание переходных процессов как в классических, так и в квантовых системах с произвольными начальными условиями на конечном интервале времени.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-01-00284).

Ключевые слова: резонанс, перенос энергии.

ВВЕДЕНИЕ

Проблемы переноса энергии связаны с широким кругом прикладных задач, от систем твёрдых тел [Manevitch et al., 2003; Vakakis et al., 2008] и волн в жидкости и плазме [Biello et al., 2003; Newell et al., 2001] до полупроводников [Lvov et al., 1998, 2000] и нанокристаллов с графеновыми слоями [Chen et al., 2010]. Разнообразные примеры обратимого и необратимого переноса энергии в физических, биологических, технических системах можно найти в монографии [Vakakis et al., 2008]. Вместе с тем, большая часть известных теоретических результатов относится к энергообмену в системах с постоянными параметрами. В настоящей работе предложен аналитический метод исследования необратимого переноса энергии при переходе через резонанс в системе двух слабо связанных осцилляторов с медленно меняющимися частотами. Особое внимание уделяется прямой аналогии между переносом энергии в классической системе и квантовым туннелированием Ландау-Зинера, впервые изученным в работах [Landau, 1932; Majorana, 1932; Stückelberg, 1932; Zener, 1932].

Сценарий квантового туннелирования проявляется в разнообразных моделях лазерной физики [Sahakyan et al., 2010], физики полупроводников [Rosam et al., 2003], при туннелировании оптических [Trompeter et al., 2006] или акустических [de Lima et al., 2010; Sanchis-Alepuz et al., 2007] волн, в квантовой информатике [Saito et al., 2006], и т.д. Необходимо отметить, что переход между двумя энергетическими уровнями — неотъемлемое свойство всех упомянутых процессов, но прямая связь между переносом энергии в классической колебательной системе и квантовым туннелированием была

установлена лишь недавно [Kovaleva et al., 2011; Manevitch et al., 2011]. Было показано, что уравнения прохода через резонанс в системе двух слабо связанных осцилляторов с медленно меняющимися частотами идентичны уравнениям Ландау-Зинера [Landau, 1932; Zener, 1932], описывающим неадиабатическое квантовое туннелирование. Это означает, что необратимый перенос энергии в колебательной системе с переменными параметрами может интерпретироваться как классический аналог *диабатического* квантового туннелирования. Полученный результат служит естественным обобщением ранее найденной аналогии между *адиабатическим* квантовым туннелированием и энергообменом в цепочке слабо связанных осцилляторов с постоянными параметрами [Kosevich et al., 2007; 2008].

Отметим, что известное точное решение уравнений Ландау-Зинера в виде функций параболического цилиндра [Zener, 1932] оказалось слишком сложным для каких-либо качественных выводов о поведении системы. Поэтому основное внимание уделялось асимптотике решений на бесконечно большом интервале времени, впервые полученной в классической работе Ландау [Landau, 1932]. В настоящей работе показано, что в некоторых существенных предельных случаях уравнение Ландау-Зинера сводится к уравнению первого порядка с решением в виде интеграла Френеля. Полученный результат позволяет приближённо описать переходные процессы в классических и квантовых системах на конечном интервале времени с произвольными начальными условиями в отличие от асимптотики Ландау, описывающей предельное значение энергии при $t \rightarrow \infty$ при начальных значениях, заданных при $t \rightarrow -\infty$.

МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В работе исследуется резонансный перенос энергии в системе двух слабо связанных линейных осцилляторов при медленном изменении собственной частоты одного из них. Осцилляторы, имеющие массы m_1 и m_2 и жёсткости c_1 и $C_2(t) = c_2 - (k_1 - k_2)t$, $k_{1,2} > 0$, соединены линейной связью жёсткости c_{12} . Предполагается, что в начальный момент система находится в покое и собственные частоты осцилляторов близки. Движение возбуждается начальным импульсом, приложенным к осциллятору с постоянной жёсткостью. Будет показано, что при проходе через резонанс, порождённый изменением парциальной частоты второго осциллятора, возникает необратимый перенос энергии от возбуждённого осциллятора к присоединённому.

Обозначив перемещения и скорости осцилляторов как u_i и $V_i = du_i/dt$, $i = 1, 2$, запишем кинетическую энергию T и потенциальную энергию Π

$$T = \frac{1}{2}(m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2), \quad \Pi = \frac{1}{2}(c_1 u_1^2 + C_2(t) u_2^3 + c_{12}(u_2 - u_1))^2.$$

Уравнения движения системы записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} + c_1 u_1 + c_{12}(u_1 - u_2) &= 0, \\ m_2 \frac{d^2 u_2}{dt^2} + C_2 u_2 + c_{12}(u_2 - u_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

с начальными условиями $u_1 = u_2 = 0$; $V_1 = V$; $V_2 = 0$ при $t = 0$. Отметим, что условия $u_2(0) = 0$, $V_2(0) = 0$ определяют так называемую *предельную фазовую траекторию* осциллятора, соответствующую максимально возможному поглощению энергии при проходе через резонанс [Manevitch, 2007]. Условие прохода через резонанс подразумевает, что $\sqrt{c_1/m_1} = \sqrt{c_2/m_2} = \omega$.

Условие слабой связи позволяет ввести малый параметр $c_{12}/c_2 = 2\varepsilon \ll 1$ и определить безразмерные независимые переменные и безразмерные параметры системы следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \tau_0 = \omega t, \quad \tau_1 = \varepsilon \tau_0, \quad \frac{c_{12}}{c_r} = 2\varepsilon \lambda_r, \quad r = 1, 2; \\ \frac{k_1}{c_2} = 2\varepsilon \sigma, \quad \frac{k_2}{c\omega} = 2\varepsilon^2 \beta^2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Учитывая соотношения (2), преобразуем исходные уравнения (1) к безразмерному виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{d\tau_0^2} + u_1 + 2\varepsilon \lambda_1 (u_1 - u_2) = 0, \\ \frac{d^2 u_2}{d\tau_0^2} + u_2 + 2\varepsilon \lambda_2 (u_2 - u_1) - 2\varepsilon \zeta(\tau_1) u_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

с начальными условиями $u_1(0) = u_2(0) = 0$, $v_1(0) = V/\omega = V_0$, $v_2(0) = 0$, где $v_i = du_i/d\tau_0$, $i = 1, 2$. Коэффициент $\zeta(\tau_1) = \sigma - 2\beta^2 \tau_1$ соответствует медленно меняющейся частотной расстройке; параметр β^2 определяет скорость прохода через резонанс. Отметим, что система может рассматриваться как резонансная только при выполнении условия $|\zeta(\tau_1)| \approx 1$, т.е. на интервале времени, где значение $\varepsilon |\zeta(\tau_1)|$ мало и собственные частоты системы остаются близкими к $\omega_0 = 1$.

В силу (1)–(3), изменение полной энергии системы $E = T + \Pi$ в безразмерных координатах определяется уравнением

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE}{d\tau_0} = \varepsilon^2 \beta^2 u_2^2, \quad E(0) = \frac{1}{2} m_1 V_0^2, \\ E(\tau_0) = \frac{1}{2} m_1 V_0^2 + \Delta E(\tau_0), \quad \Delta E(\tau_0) \approx O(\varepsilon^2 \tau_0), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

т.е. изменение энергии $\Delta E(\tau_0) = O(\varepsilon)$ на интервале времени $\tau_0 \approx O(1/\varepsilon)$. Следовательно, на больших, но конечных интервалах времени система может рассматриваться как квазиконсервативная.

Из уравнений (3) следует, что

$$u_1 = \omega_\varepsilon^{-1} V_0 \sin \omega_\varepsilon \tau_0 + 2\varepsilon \omega_\varepsilon^{-1} \lambda_1 \int_0^{\tau_0} u_2(s) \sin \omega_\varepsilon (\tau_0 - s) ds, \quad (5)$$

где $\omega_\varepsilon = \sqrt{1 + 2\varepsilon \lambda_1}$. Подставив выражение (5) во второе из уравнений (3), сведём систему двух связанных уравнений второго порядка к одному интегро-дифференциальному уравнению для переменной u_2 :

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 u_2}{d\tau_0^2} + (1 + 2\varepsilon\lambda_2)u_2 - 2\varepsilon\xi(\tau_1)u_2 = \\ & = 2\varepsilon\omega_\varepsilon^{-1}\lambda_2 V_0 \sin \omega_\varepsilon \tau_0 + 4\varepsilon^2\omega_\varepsilon^{-1}\lambda_1\lambda_2 \int_0^{\tau_0} u_2(s) \sin \omega_\varepsilon (\tau_0 - s) ds. \end{aligned} \quad (6)$$

Определив u_2 , можно вычислить переменную u_1 по уравнению (5).

Асимптотический анализ уравнения (6) проводится с помощью метода разделения движений [Manevich, Manevitch, 2005; Nayfeh, 2000]. На первом этапе вводится пара комплексно-сопряжённых переменных ψ и ψ^* по формулам

$$\left. \begin{aligned} \psi &= v_2 + iu_2, & \psi^* &= v_2 - iu_2, \\ u_2 &= -\frac{1}{2}(\psi - \psi^*), & v_2 &= \frac{1}{2}(\psi + \psi^*). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подставляя переменные (7) в уравнение (6), в результате очевидных преобразований получим интегро-дифференциальное уравнение для переменной $\psi(\tau_0, \varepsilon)$:

$$\begin{aligned} & \frac{d\psi}{d\tau_0} - i\psi - i\varepsilon(\lambda_2 - \xi(\tau_1))(\psi - \psi^*) = 2\varepsilon\lambda_2 V_0 \omega_\varepsilon^{-1} \sin \omega_\varepsilon \tau_0 - \\ & - 2i\varepsilon^2\omega_\varepsilon^{-1}\lambda_1\lambda_2 \int_0^{\tau_0} (\psi(s, \varepsilon) - \psi^*(s, \varepsilon)) \sin \omega_\varepsilon (\tau_0 - s) ds, \quad \psi(0) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

и аналогичное уравнение для ψ^* . Можно показать [Kovaleva et al., 2010], что в резонансном случае

$$\int_0^{\tau_0} (\psi(s) - \psi^*(s)) \sin \omega_\varepsilon (\tau_0 - s) ds = O(1/\varepsilon), \quad (9)$$

т. е. интегральное слагаемое в правой части (8) должно быть включено в уравнение первого приближения, содержащее слагаемые $O(\varepsilon)$.

Для отделения резонансных гармоник представим функцию ψ в виде

$$\psi(\tau_0, \varepsilon) = \varphi(\tau_0, \varepsilon) \exp(i\omega_\varepsilon \tau_0). \quad (10)$$

Производя замену переменных, получим следующее уравнение для комплексной амплитуды φ :

$$\begin{aligned} & \frac{d\varphi}{d\tau_0} - i\varepsilon\Omega(\tau_1) \left(\varphi - \varphi^* \exp(-2i\omega_\varepsilon \tau_0) \right) + i\varepsilon\lambda_2 \varphi^* \exp(-2i\omega_\varepsilon \tau_0) = \\ & = -i\varepsilon\lambda_2 V_0 \omega_\varepsilon^{-1} \left(1 - \exp(-2i\omega_\varepsilon \tau_0) \right) - \varepsilon^2\omega_\varepsilon^{-1}\lambda_1\lambda_2 \times \\ & \times \left[\begin{aligned} & \int_0^{\tau_0} \varphi(s, \varepsilon) \left(1 - \exp(-2i\omega_\varepsilon (\tau_0 - s)) \right) ds + \\ & + \exp(-2i\omega_\varepsilon \tau_0) \int_0^{\tau_0} \varphi^*(s, \varepsilon) \left(1 - \exp(2i\omega_\varepsilon (\tau_0 - s)) \right) ds \end{aligned} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Omega(\tau_1) = \rho + 2\beta^2\tau_1$, $\rho = \lambda_2 - \lambda_1 - \sigma$. Отсутствие слагаемых порядка $O(1)$ в правой части (11) означает, что в главном приближении $\varphi(\tau_0, \varepsilon)$ — медленно меняющаяся функция, т.е. решение уравнения (11) можно искать в виде разложения

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\tau_0, \varepsilon) &= \varphi_0(\tau_1) + \varepsilon\varphi_1(\tau_0, \tau_1) + \dots, \\ \frac{d\varphi}{d\tau_0} &= \frac{\partial\varphi}{\partial\tau_0} + \varepsilon \frac{\partial\varphi}{\partial\tau_1} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

с медленно меняющимся слагаемым $\varphi_0(\tau_1)$ (см., напр., [Manevich, Manevitch, 2005; Nayfeh, 2000]). Функция $\varphi_0(\tau_1)$ определяется из уравнения первого приближения. Подставляя выражения (12) в (11) и суммируя слагаемые $O(\varepsilon)$, получим

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\varphi_0}{\partial\tau_1} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial\tau_0} - i\Omega(\tau_1)\left(\varphi_0 - \varphi_0^* \exp(-2i\omega_\varepsilon\tau_0)\right) + i\lambda_2\varphi_0^* \exp(-2i\omega_\varepsilon\tau_0) = \\ &= -i\lambda_2V_0(1 - \exp(-2i\omega_\varepsilon\tau_0)) - \varepsilon\lambda_1\lambda_2 \times \\ &\times \int_0^{\tau_0} \left[\begin{aligned} &\varphi_0(\varepsilon s)(1 - \exp(-2i\omega_\varepsilon(\tau_0 - s))) + \\ &+ \varphi_0^*(\varepsilon s)\exp(-2i\omega_\varepsilon\tau_0)(1 - \exp(2i\omega_\varepsilon(\tau_0 - s))) \end{aligned} \right] ds. \end{aligned} \quad (13)$$

Для того чтобы функция $\varphi_0(\tau_1)$ оставалась равномерно ограниченной, необходимо исключить из (13) слагаемые, не содержащие быстрых гармоник. Приравнявая нулю сумму не осциллирующих слагаемых, получим уравнение, определяющее медленную огибающую $\varphi_0(\tau_1)$:

$$\frac{d\varphi_0}{d\tau_1} - i\Omega(\tau_1)\varphi_0 = -i\lambda_2V_0 - \lambda_1\lambda_2 \int_0^{\tau_1} \varphi_0(r) dr, \quad \varphi_0(0) = 0. \quad (14)$$

Очевидно, что уравнение (14) эквивалентно дифференциальному уравнению второго порядка

$$\frac{d^2\varphi_0}{d\tau_1^2} - i\Omega(\tau_1)\frac{d\varphi_0}{d\tau_1} + \left[\lambda_1\lambda_2 - i\beta^2\right]\varphi_0 = 0, \quad (15)$$

с начальными условиями $\varphi_0 = 0$, $d\varphi_0/d\tau_1 = -i\lambda_2V_0$ при $\tau_1 = 0$. Эквивалентность уравнения (15) и точного уравнения квантового туннелирования [Zener, 1932] была доказана в работе [Kovaleva et al., 2011].

Если огибающая $\varphi_0(\tau_1)$ известна, то главные приближения решения u_2 и скорости v_2 имеют вид

$$\left. \begin{aligned} u_{20}(\tau_0, \tau_1) &= \left| \varphi_0(\tau_1) \right| \sin(\omega_\varepsilon\tau_0 + \alpha(\tau_1)), \\ v_{20}(\tau_0, \tau_1) &= \left| \varphi_0(\tau_1) \right| \cos(\omega_\varepsilon\tau_0 + \alpha(\tau_1)), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $\alpha(\tau_1) = \arg \varphi_0(\tau_1)$. Вычисляя главное приближение парциальной энергии присоединённого осциллятора, получим

$$e_{20}(\tau_1) = \frac{1}{2} \left[\langle u_{20}^2 \rangle + \langle v_{20}^2 \rangle \right] = \frac{1}{2} \left| \varphi_0(\tau_1) \right|^2, \quad (17)$$

где символ $\langle \rangle$ означает усреднение по периоду «быстрых» колебаний $T = 2\pi/\omega_\varepsilon$. Из (14), (17) следует, что для достаточно малых значений τ_1

$$\Phi_0(\tau_1) = -i\lambda_2 V_0 \tau_1, \quad e_{20}(\tau_1) = \frac{1}{2}(\lambda_2 V_0 \tau_1)^2. \quad (18)$$

Для того чтобы продемонстрировать аналогию между классической моделью (5), (6) и моделью Ландау-Зинера, определим главное приближение для u_1 из уравнений

$$\frac{d^2 u_1}{d\tau_0^2} + u_1 + 2\varepsilon\lambda_1 u_1 = 2\varepsilon\lambda_1 u_{20} \quad (19)$$

с начальными условиями $u_1(0) = 0$, $v_1(0) = V_0$. По аналогии с (7), введём новые комплексные переменные $y = v_1 + iu_1$, $y^* = v_1 - iu_1$. Подставляя новые переменные в (19), получим уравнение для переменной y

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{d\tau_0} - i\omega_\varepsilon y + i\varepsilon\lambda_1 y^* &= -i\varepsilon\lambda_1 \left[\Phi_0(\tau_1) \exp(i\omega_\varepsilon \tau_0) - \Phi_0^*(\tau_1) \exp(-i\omega_\varepsilon \tau_0) \right], \\ y(0) &= V_0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Используя преобразование $y(\tau_0, \varepsilon) = \eta(\tau_0, \varepsilon) \exp(i\omega_\varepsilon \tau_0)$, получим уравнение для огибающей $\eta(\tau_0, \varepsilon)$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta}{d\tau_0} + i\varepsilon\lambda_1 \eta^* \exp(-2i\omega_\varepsilon \tau_0) &= -i\varepsilon\lambda_1 \left[\Phi_0(\tau_1) - \Phi_0^*(\tau_1) \exp(-2i\omega_\varepsilon \tau_0) \right], \\ \eta(0) &= V_0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Приближённое решение уравнения (21) строится в виде разложения $\eta(\tau_0, \varepsilon) = \eta_0(\tau_1) + \varepsilon\eta_1(\tau_0, \tau_1) + \dots$. Повторяя рассуждения, предшествующие формуле (14), придём к уравнению первого порядка для медленной огибающей $\eta_0(\tau_1)$:

$$\frac{d\eta_0}{d\tau_1} = -i\lambda_1 \Phi_0(\tau_1), \quad \eta_0(0) = V_0, \quad \eta_0(\tau_1) = V_0 - i\lambda_1 \int_0^{\tau_1} \Phi_0(r) dr, \quad (22)$$

где $\Phi_0(\tau_1)$ — решение уравнения (14). Главные приближения перемещения решения u_1 и скорости v_1 имеют вид, аналогичный (16):

$$\left. \begin{aligned} u_{10}(\tau_0, \tau_1) &= \left| \Phi_0(\tau_1) \right| \sin(\omega_\varepsilon \tau_0 + \delta(\tau_1)), \\ v_{10}(\tau_0, \tau_1) &= \left| \Phi_0(\tau_1) \right| \cos(\omega_\varepsilon \tau_0 + \delta(\tau_1)). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Парциальная энергия возбуждённого осциллятора вычисляется по формуле

$$e_{10}(\tau_1) = \frac{1}{2} \left(\langle u_{10}^2 \rangle + \langle v_{10}^2 \rangle \right) = \frac{1}{2} \left| \eta_0(\tau_1) \right|^2. \quad (24)$$

В частности, при малых значениях τ_1 имеем

$$\eta_0(\tau_1) = V_0 \left(1 - \frac{1}{2} \lambda_1 \lambda_2 \tau_1^2 \right), \quad e_{10}(\tau_1) = \frac{1}{2} V_0^2 \left(1 - \lambda_1 \lambda_2 \tau_1^2 \right). \quad (25)$$

Из соотношений (18) и (25) следует, что на начальном интервале времени энергия возбуждённого осциллятора с постоянными параметрами падает, а энергия присоединённого осциллятора с переменными параметрами воз-

растает. Значение τ_1^* , при котором $e_{10}(\tau_1^*) = e_{20}(\tau_1^*)$, определяется условием $(\lambda_2 V_0 \tau_1^*)^2 = V_0^2 [1 - \lambda_1 \lambda_2 (\tau_1^*)^2]$, т. е.

$$\tau_1^* = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2)}}. \quad (26)$$

Очевидно, что рост коэффициентов связи λ_1, λ_2 приводит к уменьшению τ_1^* , т. е. к замедлению переноса энергии от возбуждённого осциллятора к ловушке. Этот вывод согласуется с экспериментальными результатами, приведёнными в работе [Manevitch et al., 2011].

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ

Анализ полной системы (6) значительно упрощается, если в первом приближении интегральные слагаемые могут быть опущены. Такое упрощение допустимо, если $2\beta^2 \gg \lambda_1 \lambda_2$ или/и $m_1 \gg m_2$. Рассмотрим каждый из этих случаев.

I. $2\beta^2 \gg \lambda_1 \lambda_2$. Предположим для простоты, что $c_1 = c_2 = c$. Определим малый параметр ε из условия $c_{12}/c = 2\sqrt{\varepsilon^3} = \lambda$ и введём безразмерный начальный импульс $V/\omega = (1/\sqrt{\varepsilon})V_0$; прочие параметры соответствуют соотношениям (2). Подставив в (3), (5) параметр $\sqrt{\varepsilon^3} \cdot \lambda$ вместо $\varepsilon \lambda_{1,2}$ и импульс $(1/\sqrt{\varepsilon})V_0$ вместо V_0 , получим безразмерные уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{d\tau_0^2} + \omega_{1\varepsilon}^2 u_1 - 2\sqrt{\varepsilon^3} \cdot \lambda_1 u_2 &= 0, \\ \frac{d^2 u_2}{d\tau_0^2} + \omega_{1\varepsilon}^2 u_2 - 2\varepsilon \zeta(\tau_1) u_2 &= 2\varepsilon \omega_{1\varepsilon}^{-1} \lambda V_0 \sin \omega_{1\varepsilon} \tau_0 + \\ + 4\varepsilon^3 \omega_{1\varepsilon}^{-1} \lambda^2 \int_0^{\tau_0} u_2(s) \sin \omega_{1\varepsilon} (\tau_0 - s) ds & \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

с начальными условиями $u_1(0) = u_2(0) = 0$, $v_1(0) = (1/\sqrt{\varepsilon})V_0$, $v_2(0) = 0$, $v_i = du_i/d\tau_0$ и частотой $\omega_{1\varepsilon} = \sqrt{1 + 2\sqrt{\varepsilon^3} \lambda}$. Было доказано [Kovaleva et al., 2011], что при вычислении главного приближения можно исключить из рассмотрения интегральное слагаемое и исследовать усечённую систему

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{u}_1}{d\tau_0^2} + \omega_{1\varepsilon}^2 \tilde{u}_1 - 2\sqrt{\varepsilon^3} \cdot \lambda \tilde{u}_2 &= 0, \\ \frac{d^2 \tilde{u}_2}{d\tau_0^2} + \omega_{1\varepsilon}^2 \tilde{u}_2 - 2\varepsilon \zeta(\tau_1) \tilde{u}_2 &= 2\varepsilon \lambda V_0 \sin(\omega_{1\varepsilon} \tau_0) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

с теми же начальными условиями. Преобразования, аналогичные (7), (10), приводят к следующему уравнению для комплексной огибающей $\varphi(\tau_0, \varepsilon)$:

$$\frac{d\varphi}{d\tau_0} + i\varepsilon\zeta(\tau_1)(\varphi - \varphi^* \exp(-2i\omega_{1\varepsilon}\tau_0)) = i\varepsilon\lambda V_0(1 - \exp(-2i\omega_{1\varepsilon}\tau_0)), \quad \varphi(0) = 0. \quad (29)$$

Решение уравнения (29) ищется в виде двухмасштабного разложения (12). Повторив необходимые преобразования, получим следующее уравнение для медленно меняющейся огибающей $\varphi(\tau_1)$:

$$\frac{d\varphi_0}{d\tau_1} - i\Omega_0(\tau_1)\varphi_0 = -i\lambda V_0, \quad \varphi_0(0) = 0, \quad (30)$$

где $\Omega_0(\tau_1) = (\rho_0 + 2\beta^2\tau_1)$, $\rho_0 = -\sigma$. Решение уравнения представимо в виде

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\tau_1) &= -i\lambda V_1 I(\tau_1), \\ I(\tau_1) &= \int_0^{\tau_1} \exp\left\{i\left[\rho_0(\tau_1 - s) + \frac{1}{2}\beta^2(\tau_1^2 - s^2)\right]\right\} ds = \exp(iB(\tau_1)) \int_0^{\tau_1} \exp(-iB(s)) ds, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

где $B(s) = \beta^2 s^2 + \rho_0 s = (\beta s + \theta_0)^2$, $\theta_0 = -\sigma/2\beta$.

Следовательно, $\exp(iB(\tau_1)) = \exp(-i\theta_0^2) \exp(i(\beta\tau_1 + \theta_0)^2)$ и, соответственно,

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\tau_1} \exp(-iB(s)) ds &= \frac{\sqrt{2}}{\beta} F(\tau_1, \theta_0) \exp(i\theta_0^2), \\ F(\tau_1, \theta_0) &= \int_{\theta_0}^{\beta\tau_1/\sqrt{2} + \theta_0} \exp(-ih^2) dh = \left\{ \begin{aligned} & \left[C\left(\frac{\beta\tau_1}{\sqrt{2}} + \theta_0\right) - C(\theta_0) \right] - \\ & -i \left[S\left(\frac{\beta\tau_1}{\sqrt{2}} + \theta_0\right) - S(\theta_0) \right] \end{aligned} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где $C(x)$ и $S(x)$ — интегралы Френеля [Gradshteyn, Ryzhik, 2000]. С учётом соотношений (32) решение (31) преобразуется к виду

$$\varphi_0(\tau_1) = -i \frac{\sqrt{2} \cdot \lambda V_0}{\beta} F(\tau_1, \theta_0) \exp\left\{i\left(\frac{\beta\tau_1}{\sqrt{2}} + \theta_0\right)^2\right\}. \quad (33)$$

Вычислив $\varphi_0(\tau_1)$, определим огибающую $\eta_0(\tau_1)$ из соотношения

$$\eta_0(\tau_1) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} V_0 - i \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}} \lambda \int_0^{\tau_1} \varphi_0(r_1) dr_1. \quad (34)$$

Оценим амплитуды колебаний в двух предельных случаях.

1. При $\beta\tau_1 \ll \sqrt{2}$ из (30), (33) следует, что

$$|\varphi_0(\tau_1)| \approx \lambda V_0 \tau_1. \quad (35)$$

2. При $\beta\tau_1 \gg \sqrt{2}$ используем асимптотическое представление интегралов Френеля при $\tau_1 \rightarrow \infty$ [Gradshteyn, Ryzhik, 2000]. В результате получим

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0(\tau_1) \rightarrow \bar{\Phi}_0 &= -i \frac{\sqrt{2} \cdot \lambda V_0}{\beta} \left\{ \left[\sqrt{\frac{\pi}{8}} - C(\theta_0) \right] - i \left[\sqrt{\frac{\pi}{8}} - S(\theta_0) \right] \right\}, \\ |\bar{\Phi}_0| &= \frac{\sqrt{2} \cdot \lambda V_0}{\beta} \sqrt{\left[\left[\sqrt{\frac{\pi}{8}} - C(\theta_0) \right]^2 + \left[\sqrt{\frac{\pi}{8}} - S(\theta_0) \right]^2 \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Энергия квазистационарных колебаний ловушки определяется как $\bar{e}_{20} = (1/2) |\bar{\Phi}_0|^2$; остаточная энергия возбуждённого осциллятора \bar{e}_{20} вычисляется по формуле (4). Формально, анализ движения при $\tau_1 \rightarrow \infty$ некорректен, но выражение (36) можно рассматривать как иллюстрацию перехода от начального состояния равновесия к квазистационарным колебаниям с энергией порядка $O(1)$.

Сравним решения полной системы (3) и усечённой системы (28) на интервале времени $0 \leq \tau_0 \leq 80$ при следующих значениях параметров:

$$\varepsilon = 0,136; \quad \sqrt{\varepsilon^3} = 0,05; \quad (1/\sqrt{\varepsilon})V_0 = 1; \quad \varepsilon\sigma = 0,1125; \quad \varepsilon\beta = 0,005; \quad \lambda = 1. \quad (37)$$

Легко проверить, что на этом интервале справедлива оценка $|\zeta(\tau_1)| \approx O(1)$. Мгновенная парциальная частота возбуждённого осциллятора $\omega_{1\varepsilon} = 1 + \sqrt{\varepsilon^3} \cdot \lambda = 1,05$, а соответствующая частота ловушки $\omega_{2\varepsilon}(\tau_1) = 1 + \sqrt{\varepsilon^3} \cdot \lambda - \varepsilon\zeta(\tau_1)$ удовлетворяет условию $0,94 \leq \omega_{2\varepsilon}\tau_1 \leq 1,34$, т.е. в интервале $0 \leq \tau_0 \leq 80$ сохраняется резонансное соотношение между частотами. Напомним, что численное решение полной системы (3) соответствует точному решению исходной задачи, а численное решение усечённой системы (28) рассматривается как аппроксимация точного решения.

Переход от начального состояния к стационарному движению с уменьшающейся амплитудой колебаний возбуждённого осциллятора и возрастающей амплитудой колебаний ловушки показан на рис. 1. Легко видеть, что для каждого осциллятора точные и приближённые решения близки, т.е. усечённая система может использоваться для построения аналитического приближённого решения.

Рисунок 2 демонстрирует направленный перенос энергии и сходимость средней энергии к стационарному значению.

На рис. 2 видно, что $e_1 = e_2$ при $\tau_0^* \approx 15$, $\tau_1^* = 0,75$. Отметим, что формула (26) даёт близкое значение $\tau_1^* = \sqrt{1/2} = 0,71$.

II. $m_1 \gg m_2$. Предположим, что $m_2 = \varepsilon\delta m_1$, $\delta = O(1)$. Учитывая, что $c_{20}/m_2 = c_1/m_1 = \omega^2$, запишем $c_1 = c_{20}m_1/m_2 = c_{20}/\varepsilon\delta$, $c_{12}/c_1 = 2\varepsilon^2\delta\lambda_2$. При этих параметрах уравнения (6) и начальные условия принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{d\tau_0^2} + \omega_{2\varepsilon}^2 u_1 - 2\varepsilon^2 \delta \lambda_1 u_2 &= 0; \\ \frac{d^2 u_2}{d\tau_0^2} + (1 + 2\varepsilon\lambda_2) u_2 - 2\varepsilon\zeta(\tau_1) u_2 &= 2\varepsilon\omega_{2\varepsilon}^{-1} \lambda_2 V_0 \sin(\omega_{2\varepsilon} \tau_0) + \\ + 4\varepsilon^3 \omega_{2\varepsilon}^{-1} \delta \lambda_2^2 \int_0^{\tau_0} \sin \omega_{2\varepsilon}(\tau_0 - s) u_2(s) ds; \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

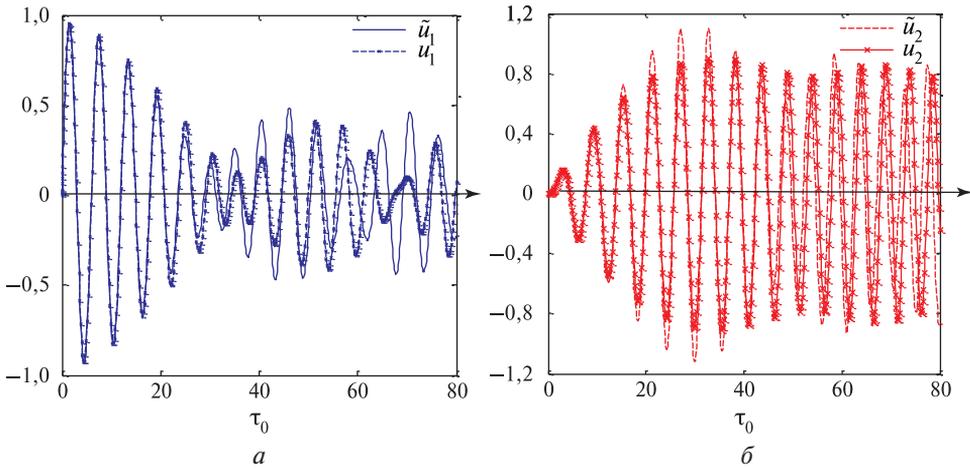


Рис. 1. Сравнение точных решений $u_{1,2}$ с приближёнными решениями $\tilde{u}_{1,2}$

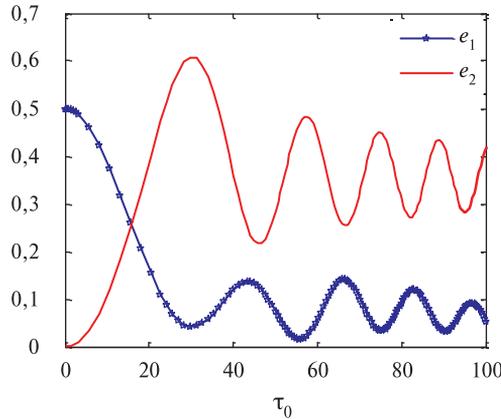


Рис. 2. Энергия возбуждённого осциллятора e_1 и ловушки e_2

$u_1(0) = u_2(0) = 0; v_1(0) = V_0; v_2(0) = 0$; частота $\omega_{2\varepsilon} = \sqrt{1 + 2\varepsilon^2\delta\lambda_1}$. Как и в предыдущем случае, исключим интегральное слагаемое и заменим уравнения (38) усечённой системой

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\tilde{u}_1}{d\tau_0^2} + \omega_{2\varepsilon}^2\tilde{u}_1 - 2\varepsilon^2\delta\lambda_1\tilde{u}_2 &= 0, \\ \frac{d^2\tilde{u}_2}{d\tau_0^2} + (1 + 2\varepsilon\lambda_2)\tilde{u}_2 - 2\varepsilon\xi(\tau_1)\tilde{u}_2 &= 2\varepsilon\lambda_2V_0 \sin \omega_{2\varepsilon}\tau_0 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

с начальными условиями $\tilde{u}_1 = \tilde{u}_2 = 0; \tilde{v}_1 = V_0; \tilde{v}_2 = 0$ при $\tau_0 = 0$. Решение \tilde{u}_2 аппроксимируется выражением (16) с медленной огибающей $\varphi_0(\tau_1)$, удовлетворяющей уравнению

$$\frac{d\varphi_0}{d\tau_1} - i\Omega_1(\tau_1)\varphi_0 = -i\lambda_2 V_0, \quad \varphi_0(0) = 0, \quad (40)$$

где $\Omega_1(\tau_1) = \rho_1 + 2\beta^2\tau_1$; $\rho_1 = \lambda_2 - \sigma$. Решение уравнения (40) имеет вид

$$\varphi_0(\tau_1) = -i \frac{\sqrt{2} \cdot \lambda V_0}{\beta} F(\tau_1, \theta_1) \exp\left\{i\left[\beta\tau_1/\sqrt{2} + \theta_1\right]^2\right\}, \quad \theta_1 = \frac{\rho_1}{\sqrt{2} \cdot \beta}. \quad (41)$$

Асимптотика функции $\varphi_0(\tau_1)$ при малых и больших значениях τ_1 описывается выражениями, аналогичными (35), (36). Огибающая $\eta_0(\tau_1)$ процесса \tilde{u}_1 определяется уравнением типа (22).

Решения исходной системы (3) и усечённой системы (39) с параметрами

$$m_1 = 5m_2; \quad \varepsilon\delta = 0,2; \quad \varepsilon = 0,05; \quad V_0 = 1; \quad \sigma = 2,25; \quad \beta = 1; \quad \lambda_2 = 1 \quad (42)$$

показаны на рис. 3.

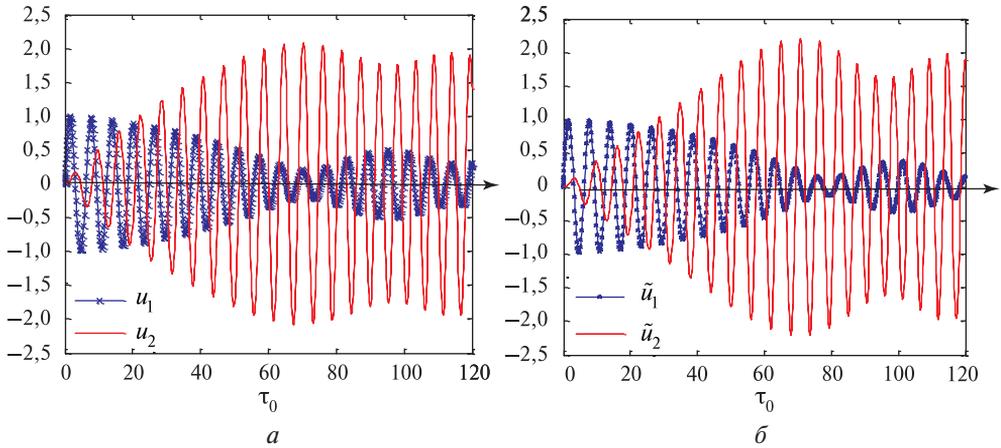


Рис. 3. Решения $u_{1,2}$ системы (3) и $\tilde{u}_{1,2}$ системы (39)

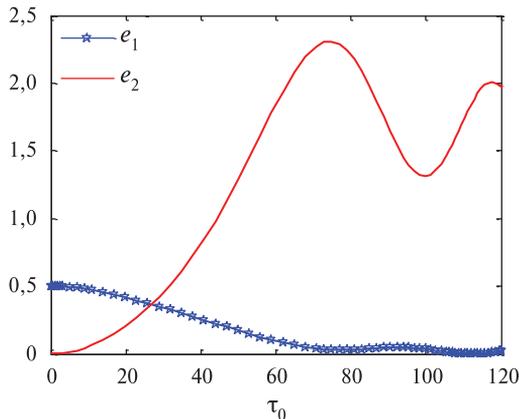


Рис. 4. Энергия осциллятора e_1 и ловушки e_2

Легко видеть, что точные и приближённые значения периодов колебаний и амплитуд практически идентичны вплоть до момента перехода к квазистационарному движению. Точка перехода соответствует глобальному минимуму огибающей возбуждённого осциллятора. Время перехода равно $\tau_0 \approx 75$ и $\tilde{\tau}_0 \approx 80$ для точного и приближённого решений, соответственно, т. е. погрешность составляет примерно 6 %. После перехода огибающие точного решения u_2 и приближённого решения \tilde{u}_2 имеют минимумы $A_2 \approx 1,7$ и $\tilde{A}_2 \approx 1,5$ при $\tau_0 \approx 95$; погрешность составляет примерно 12 %. Максимумы огибающих решений u_1 и \tilde{u}_1 равны $A_1 \approx 0,5$ и $\tilde{A}_1 \approx 0,48$, соответственно; погрешность составляет 4 %.

Рисунок 4 иллюстрирует необратимый перенос энергии от возбуждённого осциллятора с постоянными параметрами к ловушке в системе с параметрами (42).

Сравнивая графики рис. 2 и 4, отметим, что система с разными массами демонстрирует более интенсивный перенос энергии, но с большим временем перехода к квазистационарному состоянию, чем система с одинаковыми массами. Различие объясняется тем, что малая масса m_2 может поглотить значительную энергию только на продолжительном интервале времени. Этот вывод согласуется с условием (26): уменьшение параметра λ_1 ведёт к увеличению параметра τ_1^* , т. е. к росту времени переходного процесса.

ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ В СИСТЕМЕ С КВАДРАТИЧНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ЧАСТОТЫ

Рассмотрим систему (3) с равными коэффициентами связи $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ и частотной расстройкой

$$\zeta(\tau_1) = 2(\sigma - \beta_2 \tau_1^2). \quad (43)$$

Исследуем модель с достаточно большой скоростью изменения расстройки. Легко показать, что в этом случае точные и приближённые уравнения движения принимают вид, аналогичный (27) и (28), соответственно; медленно меняющаяся комплексная амплитуда $\varphi_0(\tau_1)$ ищется как решение уравнения, аналогичного (30):

$$\frac{d\varphi_0}{d\tau_1} - i \left(-\sigma + \beta_2 \tau_1^2 \right) \varphi_0 = -i\lambda_2 V_0, \quad \varphi_0(0) = 0. \quad (44)$$

Обозначим $2\beta_2^2 \tau_1^2 = f(\tau_1)$, $(2/3)\beta_2 \tau_1^3 = F(\tau_1)$. Тогда из (44) следует, что

$$\varphi_0(\tau_1) = -i\lambda_2 V_0 Y(\tau_1),$$

$$Y(\tau_1) = \int_0^{\tau_1} \exp \left\{ i \left[-\sigma(\tau_1 - s) + F(\tau_1) - F(s) \right] \right\} ds = \exp(iB(\tau_1)) Y_1(\tau_1),$$

$$Y_1(\tau_1) = \int_0^{\tau_1} \exp(-iB(s)) ds, \quad B(s) = -\sigma s + F(s)$$

и, следовательно,

$$\Phi_0(\tau_1) = -i\lambda_2 V_0 Y_1(\tau_1) \exp(iB(\tau_1)). \quad (45)$$

Для приближённого вычисления интеграла $Y_1(\tau_1)$ используется метод стационарной фазы. Напомним основное положение этого метода [Bleistein, Handelsman, 1975]. Если $B(s)$ — быстро меняющаяся функция, т.е. подынтегральное выражение — быстро осциллирующая функция, то интеграл может получить значительные приращения только в окрестностях стационарных точек θ_s , удовлетворяющих условию $B'(\theta_s) = 0$. В рассматриваемой задаче единственная стационарная точка определяется условием

$$B'(\theta_s) = -\sigma + \beta_2 \theta_s^2 = 0, \quad \theta_s^2 = \sigma/\beta_2. \quad (46)$$

Разлагая $B(s)$ в ряд Фурье в окрестности $s = \theta_s$ и удерживая два первых ненулевых члена разложения, получим

$$B(s) \approx B(\theta_s) + \frac{1}{2}k(s - \theta_s)^2, \quad (47)$$

где $k = B''(s) = 2\beta_2 \theta_s = 2\sqrt{\sigma\beta_2}$. Преобразуя $Y_1(\tau_1)$ с учётом (46), (47), получим

$$Y_1(\tau_1) = \int_0^{\tau_1} \exp(-iB(s)) ds \approx \exp(-iB(\theta_s)) \int_0^{\tau_1} \exp\left[-ik \left[\frac{(s - \theta_s)^2}{2}\right]\right] ds$$

и, по аналогии с (36),

$$Y_1(\tau_1) \rightarrow \bar{Y}_1 \approx \sqrt{\frac{\pi}{2k}} \exp\left\{-j \left[B(\theta_s) + \frac{\pi}{4}\right]\right\} + O\left(\frac{1}{k}\right), \quad \tau_1 \rightarrow \infty. \quad (48)$$

Существование предела (48) доказывает сходимость быстро осциллирующего решения (45) к стационарному значению. Эта сходимость подразумевает существование необратимого переноса энергии от возбуждённого осциллятора к ловушке. Численное моделирование подтверждает перенос энергии в широком диапазоне значений параметров, хотя формальное приближение стационарной фазы даёт удовлетворительную аппроксимацию только при $k \gg 1$.

Используя метод стационарной фазы, можно построить приближённое решение системы (3) с расстройкой (43). Для численного эксперимента выберем систему с параметрами (37), заменив $\varepsilon^2\beta^2 = 0,0025$ на $\varepsilon^3\beta^2 = 0,0025$. Подставив значения параметров в (47), получим $\theta_s = 0,2$, $k = 7,7$, т.е. метод стационарной фазы формально применим. Опустив вывод приближённого аналитического решения, приведём численные решения полной системы (3) и усечённой системы (28) с расстройкой (43) и сравним полученные результаты с решениями, полученными в п. 2.

Решения полной и усечённой систем с квадратичной модуляцией частоты показаны на рис. 5. Очевидна близость точного решения системы (3) и его аппроксимации решением усечённой системы (28) с квадратичной расстройкой вида (43).

Рисунок 6 иллюстрирует перенос энергии в системе (28) при квадратичной модуляции частоты.

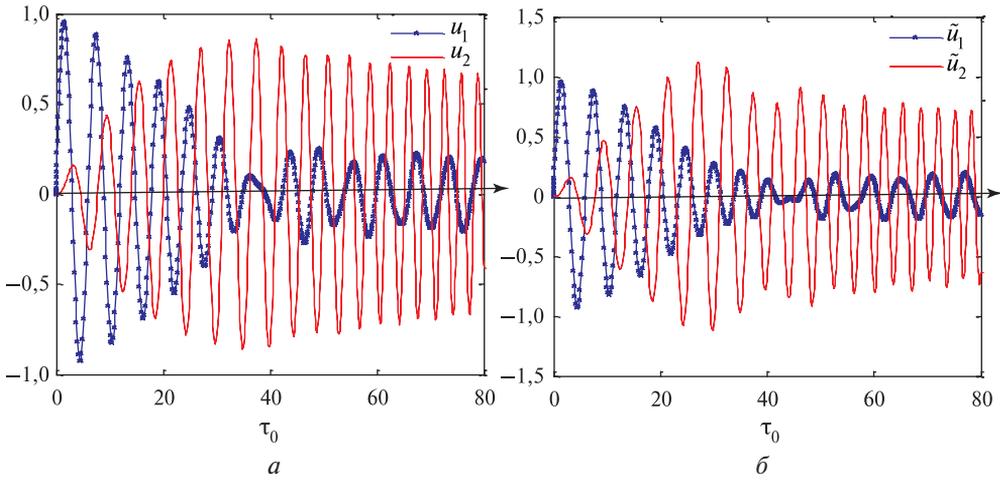


Рис. 5. Решения $u_{1,2}$ исходной системы (3) и \tilde{u}_1, \tilde{u}_2 усечённой (28) с параметрами (37) при квадратичной модуляции частоты с коэффициентом $\varepsilon^3\beta_2^2 = 0,0025$

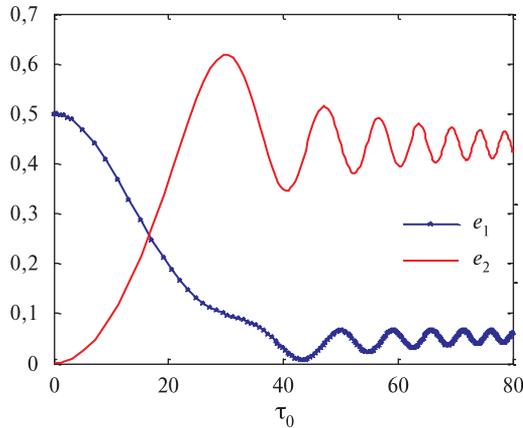


Рис. 6. Энергия возбуждённого осциллятора e_1 и ловушки e_2

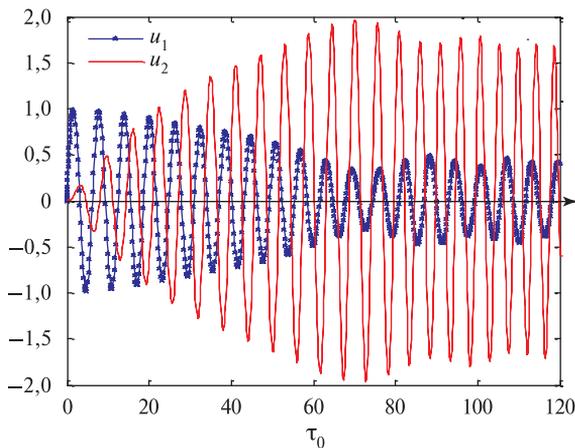


Рис. 7. Решения системы (3) с параметрами (37) и квадратичной модуляцией частоты

Сравним результаты моделирования для систем с линейной и квадратичной зависимостью частоты от времени. Сравнивая результаты, представленные на рис. 2 и 6, отметим, что для первого осциллятора время достижения первого минимума огибающей $\tau_0 \approx 35$ для систем с линейной модуляцией частоты и $\tau_0 \approx 44$ для систем с квадратичной модуляцией. Однако система с линейным изменением частоты демонстрирует серию биений до перехода к квазистационарным колебаниям, т.е. реальное время перехода к квазистационарному состоянию $\tau_0 \approx 100$. В то же время в системе с квадратичной по времени модуляцией биения подавляются, и происходит гладкий переход от начального состояния к квазистационарным колебаниям. Следует отметить, что энергия квазистационарного движения возбуждённого осциллятора в системе с линейной модуляцией почти в пять раз меньше начальной энергии (см. рис. 2), а в системе с квадратичной модуляцией — почти в 10 раз меньше (см. рис. 6). Следовательно, для подавления возбуждённых колебаний ловушка с квадратично модулированной частотой более эффективна, чем ловушка с линейной модуляцией.

В следующем примере рассмотрим систему с различными массами $m_1 = 5m_2$. Опуская теоретический анализ, приведём численные результаты. В численном моделировании используем параметры (37), заменив $\varepsilon^2\beta^2 = 0,01$ на $\varepsilon^3\beta_2^2 = 0,01$. Сравнивая графики решений на рис. 3 и 7, отметим, что время перехода $\tau_0 \approx 70$ на рис. 7 и $\tau_0 \approx 75$ на рис. 3, но, как и в предыдущем случае, квадратичная по времени модуляция подавляет биения, и переходный процесс плавно переходит в квазистационарные колебания, тогда как в системе с линейно модулированной частотой квазистационарным колебаниям предшествуют биения. Следовательно, ловушка с квадратичной по времени модуляцией частоты более эффективна при подавлении нежелательных колебаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложено теоретическое и численное исследование необратимого переноса энергии в системе двух слабо связанных линейных осцилляторов. Первый осциллятор с постоянными параметрами возбуждается начальным импульсом; присоединённый осциллятор с медленно меняющимися во времени параметрами в начальный момент находится в покое, но затем функционирует как энергетическая ловушка. Показано, что в важных предельных случаях проблема необратимого переноса энергии при проходе через резонанс описывается дифференциальным уравнением первого порядка с решением в виде интегралов Френеля. С учётом найденной аналогии между переносом энергии в классических и квантовых системах полученные решения могут использоваться для явного описания переходных процессов как в классических, так и в квантовых системах.

ЛИТЕРАТУРА

- [Biello et al., 2003] *Biello J. A., Kramer P. R., Lvov Y. V.* Stages of energy transfer in the FPU model // *Discrete and Continuous Dynamical Systems (DCDS) Supplements; special number devoted to the Proceedings of the Fourth International Conference on Dynamical Systems and Differential Equations, May 24–27, 2002, Wilmington, NC, USA.* 2003. P. 113.
- [Bleistein, Handelsman, 1975] *Bleistein N., Handelsman R. A.* Asymptotic Expansions of Integrals. N. Y.: Dover, 1975.
- [Chen et al., 2010] *Chen Z., Berciaud S., Nuckolls C., Heinz T. F., Brus L. E.* Energy transfer from individual semiconductor nanocrystals to graphene // *ACS Nano.* 2010. V. 4. P. 2964–2968.
- [Gradshteyn, Ryzhik, 2000] *Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M.* Tables of Integrals, Series, and Products. 6th ed. San Diego CA.: Academic Press, 2000.
- [Kosevich et al., 2008] *Kosevich Yu. A., Manevitch L. I., Savin A. V.* Wandering breathers and self-trapping in weakly coupled nonlinear chains: Classical counterpart of macroscopic tunneling quantum dynamics // *Physical Review E.* 2008. V. 77. P. 046603.
- [Kosevich et al., 2007] *Kosevich Yu. A., Manevitch L. I., Savin A. V.* Energy transfer in coupled nonlinear phononic waveguides: transition from wandering breather to nonlinear self-trapping // *J. Physics: Conference Series.* 2007. V. 92. P. 012093.
- [Kovaleva et al., 2010] *Kovaleva A., Manevitch L. I., Manevitch E.* Intense energy transfer and superharmonic resonance in a system of two coupled oscillators // *Physical Review E.* 2010. V. 81. P. 056215.
- [Kovaleva et al., 2011] *Kovaleva A., Manevitch L. I., Kosevich Yu. A.* Fresnel integrals and irreversible energy transfer in an oscillatory system with time-dependent parameters // *Physical Review E.* 2011. V. 83. P. 026602.
- [Landau, 1932] *Landau L. D.* Zur Theorie der Energieübertragung. II // *Phys. Z. Sowjetunion.* 1932. V. 2. P. 46–51.
- [de Lima et al., 2010] *de Lima M. M., Jr., Kosevich Yu. A., Santos P. V., Cantarero A.* Surface acoustic Bloch oscillations, the Wannier-Stark ladder, and Landau-Zener tunneling in a solid // *Physical Review Letters.* 2010. V. 104. P. 165502.
- [Lvov et al., 1998] *Lvov Y. V., Binder R., Newell A. C.* Quantum weak turbulence with applications to semiconductor lasers // *Physica D.* 1998. V. 121. P. 317–343.
- [Lvov et al., 2000] *Lvov Y. V., Newell A. C.* Finite flux solutions of the quantum Boltzmann equation and semiconductor lasers // *Physical Review Letters.* 2000. V. 84. P. 1894.
- [Majorana, 1932] *Majorana E.* Atomi orientati in campo magnetico variabile // *Nuovo Cimento.* 1932. V. 9. P. 43–50.
- [Manevich, Manevitch, 2005] *Manevich A. I., Manevitch L. I.* The Mechanics of Nonlinear Systems with Internal Resonances. L.: Imperial College Press, 2005.
- [Manevitch, 2007] *Manevitch L. I.* New approach to beating phenomenon in coupled nonlinear oscillatory chains // *Archive of Applied Mechanics.* 2007. V. 77. P. 301–312.
- [Manevitch et al., 2003] *Manevitch L. I., Gendelman O., Musienko A., Vakakis A. F., Bergman L. A.* Dynamic interaction of a semi-infinite linear chain of coupled oscillators with a strongly nonlinear end attachment // *Physica D.* 2003. V. 178. P. 1–18.
- [Manevitch et al., 2011] *Manevitch L. I., Kosevich Yu. A., Mane M., Sigalov G. M., Bergman L. A., Vakakis A. F.* Towards a new type of energy trap: Classical analog of quantum Landau-Zener tunneling // *Intern. J. Non-Linear Mechanics.* 2011. V. 46. P. 247–252.
- [Nayfeh, 2000] *Nayfeh A. H.* Perturbation Methods. Weinheim. Germany: Wiley, 2000.
- [Newell et al., 2001] *Newell A. C., Nazarenko S., Biven L.* Wave turbulence and intermittency // *Physica D.* 2001. V. 152/153. P. 520–550.

- [Rosam et al., 2003] *Rosam B., Leo K., Glück M., Keck F., Korsch H.J., Zimmer F., Köhler K.* Lifetime of Wannier-Stark states in semiconductor superlattices under strong Zener tunneling to above-barrier bands // *Physical Review B*. 2003. V. 68. P. 125301.
- [Sahakyan et al., 2010] *Sahakyan N., Azizbekyan H., Ishkhanyan H., Sokhoyan R., Ishkhanyan A.* Weak coupling regime of the Landau-Zener transition for association of an atomic Bose-Einstein condensate // *Laser Physics*. 2010. V. 20. P. 291–297.
- [Saito et al., 2006] *Saito K., Wubs M., Kohler S., Hanggi P., Kayanuma Y.* Quantum state preparation in circuit QED via Landau-Zener tunneling // *Europhysics Letters (EPL)*. 2006. V. 76. P. 22–28.
- [Sanchis-Alepuz et al., 2007] *Sanchis-Alepuz H., Kosevich Yu. A., Sanchez-Dehesa J.* Acoustic analogue of Bloch oscillations and Zener tunneling in ultrasonic superlattices // *Physical Review Letters*. 2007. V. 98. P. 134301.
- [Stückelberg, 1932] *Stückelberg E. C. G.* Theorie der unelastischen Stöße zwischen Atomen // *Helvetica Physica Acta*. 1932. V. 5. P. 369.
- [Trompeter et al., 2006] *Trompeter H., Pertsch T., Lederer F., Michaelis D., Streppel U., Bräuer A., Peschel U.* Visual observation of Zener tunneling // *Physical Review Letters*. 2006. V. 96. P. 023901.
- [Vakakis et al., 2008] *Vakakis A. F., Gendelman O., Bergman L. A., McFarland D. M., Kerschen G., Lee Y. S.* Passive Nonlinear Targeted Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems. Berlin, N. Y.: Springer-Verlag, 2008.
- [Zener, 1932] *Zener C.* Non-adiabatic crossing of energy levels // *Proc. Royal Society. L.*, 1932. V. A 137. P. 696–702.

RESONANT ENERGY TRANSFER IN THE OSCILLATORY SYSTEM

A. S. Kovaleva

Space Research Institute of Russian Academy of Sciences (IKI RAN)

In this paper we investigate irreversible energy transfer in the system of two weakly-coupled linear oscillators. It is assumed that the oscillator with constant parameters is excited by an initial impulse while the coupled oscillator with a slowly changing frequency is initially at rest. The occurrence of energy transfer in this system during an adiabatic passage through resonance was recently confirmed by numerical and experimental modelling. The present work demonstrates for the first time that in many significant limiting cases an explicit asymptotic solution can be found in the form of the Fresnel integrals. The obtained approximate solution provides a simple explicit description of irreversible energy transfer from the initially excited oscillator to the oscillator being initially at rest. Energy of each oscillator can be simply calculated at any time-instant. In view of a previously found analogy between energy transfer in a classical oscillatory system with variable parameters and non-adiabatic quantum Landau-Zener tunneling, the Fresnel-type solution allows a simple analytic description of the transient dynamics in both classical and quantum Landau-Zener systems. This implies that the results presented in this paper, in addition to providing an analytical framework for understanding the transient dynamics of coupled oscillators, suggest an approximate procedure for solving the linear Landau-Zener problem with arbitrary initial conditions over a finite time-interval.

Keywords: resonance, energy transfer.

ЯВЛЕНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЯ КРИТИЧЕСКИХ ТЕМПЕРАТУР ПРИ МЕДЛЕННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

Е. Д. Суровяткина

Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

В рамках теории Ландау-де Жена рассматриваются фазовые переходы в термотропном нематическом жидком кристалле, степень упорядоченности которого определяется температурой. Квазистационарная теория предсказывает две критические температуры: температура переохлаждения, ниже которой изотропная фаза теряет устойчивость, и температура перегрева, выше которой упорядоченное состояние не существует. В рамках квазистационарной теории критические температуры являются характеристиками жидкокристаллического вещества. В работе показано, что в противоположность квазистационарной теории при медленном изменении температуры критические температуры фазового перехода зависят от распределения самой температуры. В частности, в случае медленного нагревания при фазовом переходе «нематик-изотропная фаза» возникает явление запаздывания потери устойчивости нематической фазы, величина сдвига температуры перегрева зависит от скорости изменения температурно-зависимого параметра. Наиболее значительный эффект наблюдается при медленном охлаждении, т. е. при переходе «изотропная фаза-нематик». Однако в этом случае сдвиг температуры переохлаждения зависит от начальной температуры и не зависит от скорости изменения температуры. Описанное в работе явление запаздывания критических температур может быть использовано для улучшения или уточнения характеристик жидкокристаллического вещества при создании жидких кристаллов с заданными характеристиками.

Ключевые слова: теория Ландау-де Жена, параметр порядка, динамические бифуркации, фазовые переходы, критические температуры, нематик.

ВВЕДЕНИЕ

Жидкие кристаллы являются одним из ключевых элементов современных технологий. Популярность их применения растёт благодаря следующему замечательному свойству — жидкие кристаллы при переключении из одного состояния в другое под действием внешних факторов, таких как температура, электрическое поле, свет определённого диапазона или механическое напряжение, почти не потребляют энергии. Одной из актуальных технологических проблем является создание жидких кристаллов с необходимыми свойствами. Удачный подбор характеристик жидкокристаллического вещества позволяет оптимизировать внешние воздействия, вызывающие необходимые структурные изменения в жидких кристаллах, например, при использовании в электроуправляемых оптических устройствах, дисплеях и т. д. Как известно [БСЭ, 1969–1978], критическая температура — одна из неизменяющихся характеристик (констант) вещества. Однако в данной работе показано, что критические температуры нематического жидкокристаллического вещества могут сдвигаться при изменении во времени температуры, вызывающей фазовый переход.

Суровяткина Елена Дмитриевна — ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук, selena@iki.rssi.ru

В этой работе мы будем рассматривать нематические жидкие кристаллы или нематики (нема — *греч.* нить) — сложные анизотропные жидкости, обладающие дальним порядком в расположении молекул [Блинов, 2012; де Жен, 1977; Сонин, 1983]. Нематики характеризуются ориентацией продольных осей молекул вдоль некоторого направления, что отличает их от обычных изотропных жидкостей. Продольные оси молекул нематика ориентированы приблизительно параллельно друг другу, но центры тяжести молекул расположены беспорядочно, как в жидкости.

При изменении температуры, давления или соотношения компонентов в смеси в жидких кристаллах происходят переходы между различными фазами. В этой работе мы рассматриваем обладающий наибольшей общностью фазовый переход «нематик-изотропная жидкость», возникающий вследствие изменения температуры.

Рассмотрение проводится в рамках теории фазового перехода термотропного нематика Ландау-де Жена [де Жен, 1977; Ландау, Лифшиц, 1976]. Главными понятиями в этой теории являются симметрия фаз и параметр порядка, характеризующий эту симметрию, которые позволяют различить неупорядоченную фазу изотропной жидкости и упорядоченную нематическую фазу.

Мы будем рассматривать термотропные нематические жидкие кристаллы, степень упорядоченности которых зависит от температуры [де Жен, 1977]. В этой работе рассматривается случай неравновесной динамики, когда температурно-зависимый параметр изменяется во времени.

В простейшем случае ориентационная симметрия нематических жидких кристаллов является одноосной: в каждой точке жидкости существует всего одно выделенное направление ориентации молекул. Поэтому макроскопическое состояние такого тела можно описать заданием двух макроскопических величин: директором — единичным вектором \mathbf{n} , характеризующим направление преимущественной ориентации молекул, и параметром порядка S , который служит мерой упорядочения длинных осей относительно выделенного направления — директора \mathbf{n} . В частности, в изотропной фазе, в которой молекулы расположены беспорядочно, параметр порядка равен нулю, а в упорядоченной нематической фазе — отличен от нуля.

В рамках теории Ландау-де Жена состояния устойчивого равновесия параметра порядка определяются путём минимизации функции плотности свободной энергии [Блинов, 2012; де Жен, 1977; Сонин, 1983]. В рассматриваемом случае фазовый переход «нематик-изотропная жидкость» возникает вследствие изменения во времени температурно-зависимого параметра A в разложении свободной энергии типа Ландау-де Жена (см. разд. 1). Состояния равновесия параметра порядка S при данной температуре A соответствуют минимумам функции плотности свободной энергии для данного значения A . Разложение свободной энергии по степеням параметра порядка производится до 4-го порядка включительно, так что все устойчивые состояния являются или одноосными, или изотропными. Минимумы функции плотности свободной энергии определяют низкотемпературную упорядоченную нематическую фазу с $S > 0$ и полностью описываются в рамках разложения Ландау-де Жена, тогда как высокотемпературная изотропная фаза определяется как абсолютный минимум, приходящийся на $S = 0$.

Анализ устойчивости разложения свободной энергии типа Ландау-де Жена при фазовых переходах в термотропном нематике показывает наличие двух

критических температур. Первая — температура переохлаждения — температура абсолютной потери устойчивости изотропной фазы при охлаждении. Вторая — температура перегрева — температура абсолютной потери устойчивости нематической фазы при перегреве. При температуре переохлаждения происходит обмен устойчивостью между фазой изотропной жидкости и твёрдой кристаллической фазой, такой сценарий обмена устойчивостью соответствует транскритической бифуркации. При температуре перегрева происходит жёсткая потери устойчивости нематической фазы, устойчивое и неустойчивое состояния сливаются в одно, далее они исчезают и происходит резкое падение параметра порядка до нуля, т. е. переход в устойчивую фазу изотропной жидкости — такой сценарий потери устойчивости соответствует бифуркации «седло-узел» [Бутенин и др., 1976, с. 48]. В интервале, ограниченном критическими температурами, нематическая жидкокристаллическая фаза существует с фазой изотропной жидкости.

В квазистационарном случае параметр температуры A изменяется бесконечно медленно (квазистационарно). Однако на практике температура всегда является функцией времени, и в этой работе мы рассматриваем эволюцию параметра порядка S , когда параметр температуры A медленно меняется, проходя критические значения температур. Говоря о квазистационарном случае, мы имеем в виду постоянное значение A ; когда речь идёт о динамическом случае, имеется в виду зависимость от времени переменная A .

Мы анализируем бифуркации критических температур в разложении плотности свободной энергии типа Ландау-де Жена, модифицировав его только тем, что приняли параметр температуры $A(T)$ медленно меняющимся во времени — $A(T, t)$. При медленном прохождении критических точек при нагревании и охлаждении наблюдается известное явление термического гистерезиса, которое в литературе о фазовых переходах «нематик-изотропная фаза» служит свидетельством сосуществования (метастабильности) двух фаз — изотропной и нематической — и используется для определения критических температур в эксперименте. Основным результатом данной работы заключается в том, что при медленном прохождении критических точек возникает явление запаздывания критических температур, обусловленное распределением самой температуры. В частности, в случае медленного нагревания в фазовом переходе «нематик-изотропная фаза» отмечается запаздывание потери устойчивости нематической фазы; величина сдвига критической температуры от её значения, предсказанного квазистационарной теорией Ландау-де Жена, зависит от скорости изменения температурно-зависимого параметра. Наиболее значительный эффект наблюдается при медленном охлаждении при переходе «изотропная фаза-нематик», когда запаздывание потери устойчивости изотропной фазы от её квазистационарного значения не зависит от скорости изменения температуры, сдвиг критической температуры зависит от начальной температуры перехода. Таким образом, результат экспериментальных измерений с использованием гистерезиса не соответствует квазистационарным значениям критических температур, а зависит от направления прохождения критических точек, а также скорости изменения температуры или начального значения температуры.

Исследования бифуркационных переходов с изменяющимся во времени бифуркационным параметром (динамических бифуркаций) начались в 1960-х гг. [Понтрягин, 1957; Шишкова, 1973] и особенно активно разви-

вались в течение последних 25 лет ([Нейштадт, 1987, 1988; Baesens, 1991; Collinge, Ockendon, 1979; Erneux, Mandel, 1986] и др.). В общем случае, явление динамических бифуркаций зависит от ряда факторов, таких как природа (или тип) точки бифуркации, начальные условия бифуркационного параметра, наличие шума, и т.д. В некоторых частных случаях важным фактором является скорость, с которой бифуркационный параметр преодолевает точку бифуркации, играющую в нашем исследовании роль малого параметра.

Случаи седлоузловой бифуркации с изменяющимся во времени бифуркационным параметром были рассмотрены в работах [Мищенко, Розов, 1975; Мищенко и др., 1995; Понтрягин, 1957; Haberman, 1979], где было показано явление запаздывания потери устойчивости и получены аналитические оценки такого запаздывания. Случаи транскритической бифуркации рассматривались в работах [Lebovitz, Schaar, 1975; Nefedov, Schneider, 1998], где было показано явление запаздывания обмена устойчивостью и получены аналитические оценки для этого типа бифуркации. Аналитические оценки критических температур при фазовых переходах «нематик-изотропная жидкость» и «изотропная жидкость-нематик» для седлоузловой и транскритической бифуркаций получены в работе [Majumdar et al., 2013].

Целью данной работы является изложение общего подхода к описанию фазовых переходов с меняющимся во времени параметром порядка в условиях, когда параметр температуры (или другой параметр) изменяется во времени.

В разд. 1 мы приведём краткий обзор основных понятий и сведений из теории фазовых переходов «нематик-изотропная жидкость» Ландау-де Жена и опишем квазистационарную и затем динамическую модель фазового перехода «нематик-изотропная жидкость». Далее, в разд. 2, будут представлены результаты численного моделирования и приведены аналитические оценки затягивания критических температур при медленных изменениях управляющего параметра. Будет описано явление запаздывания критических температур фазового перехода и показано, что это явление обусловлено распределением самой температуры, в частности, начальным значением температуры или скоростью изменения температуры. Далее, в разд. 3, будут обсуждаться возможные приложения явления запаздывания критических температур для создания жидких кристаллов с заданными характеристиками.

1. МОДЕЛЬ

В основе теории фазовых переходов в жидких кристаллах Ландау лежат два основных положения:

- введение параметра порядка для описания системы;
- функция, описывающая свободную энергию в окрестности фазового перехода, должна быть аналитической.

Первое условие заключается в том, что макроскопические свойства жидких кристаллов могут быть описаны с использованием параметра порядка, который в окрестности фазового перехода можно считать малым. Второе условие предполагает, что для описания свойств фаз по обе стороны от точки фазового перехода используется одна функция термодинамического потенциала. Рассмотрим подробнее каждое из условий.

1.1. Параметр порядка

Рассмотрим систему вытянутых молекул, имеющих вид стержней («простые стержни»), для которых возможно нематическое поведение, т. е. упорядочение молекул в рассматриваемом нами объёме жидкого кристалла можно характеризовать директором \mathbf{n} . Выберем направление оси нематика \mathbf{n} (т. е. среднее направление осей молекул) в качестве оси z прямоугольной (x, y, z) системы координат. Направим \mathbf{a} вдоль оси отдельного стержня. Предположим, что оси молекул обладают полной симметрией вращения относительно \mathbf{a} . Определим вектор \mathbf{a} его полярными углами α и φ :

$$a_x = \sin \alpha \cdot \cos \varphi,$$

$$a_y = \sin \alpha \cdot \sin \varphi,$$

$$a_z = \cos \alpha,$$

где α — угол между направлением \mathbf{a} (продольной оси молекулы) и директором \mathbf{n} ; φ — угол между проекцией \mathbf{a} на плоскость (x, y) и осью x .

Упорядочение длинных осей молекул можно выразить через корреляционную функцию $f(\alpha, \varphi)$, которая имеет следующий смысл: если задана ориентация молекул директором \mathbf{n} , то $f(\alpha)d\Omega$ есть вероятность того, что директор находится внутри малого телесного угла $d\Omega = \sin \alpha \, d\alpha d\varphi$ около направления \mathbf{n} .

С учётом описанных выше предположений, в нематиках выполняются следующие условия:

- 1) $f(\alpha, \varphi)$ независимо от φ (фаза обладает полной симметрией относительно \mathbf{n});
- 2) $f(\alpha) = f(\pi - \alpha)$ — направления \mathbf{n} и $-\mathbf{n}$ эквивалентны.

Отсюда следует, что упорядочение нематика можно охарактеризовать параметром, связанным с функцией $f(\alpha)$. Использование среднего значения $\langle \cos \alpha \rangle$:

$$\langle \cos \alpha \rangle = \langle \mathbf{an} \rangle = \int f(\alpha) \cos \alpha \, d\Omega$$

неудобно, потому что эта величина тождественно равна нулю вследствие условия «2». Следовательно, необходимо использовать квадруполь, который определяется как

$$S = \frac{1}{2} \langle 3 \cos^2 \alpha - 1 \rangle = \int f(\alpha) \frac{1}{2} (3 \cos^2 \alpha - 1) \, d\Omega, \quad (1)$$

где α — угол между направлением продольной оси молекулы и директором; $\langle \cos^2 \alpha \rangle$ — среднее по всем молекулам значение $\cos^2 \alpha$,

$$\langle \cos^2 \alpha \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos^2 \alpha_i,$$

где N — число молекул.

Например, если оси молекул расположены параллельно, функция $f(\alpha)$ имеет резкие пики около $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$, то $\cos \alpha = \pm 1$ и $S = 1$. Если молекулы расположены беспорядочно, $f(\alpha)$ не зависит от α , то $\langle \cos^2 \alpha \rangle = 1/3$ и $S = 0$. Следовательно, величина S имеет значение между 0 и 1. Таким образом,

S служит мерой упорядочения длинных осей относительно выделенного направления — директора \mathbf{n} .

Если направление директора \mathbf{n} меняется при изменении температуры или при приложении электрических полей, тогда изменение ориентации будет приводить к изменению направления \mathbf{n} в локальной системе координат, что приводит к необходимости введения *тензорного параметра порядка*, который в простейшем случае одноосной симметрии можно выразить как изменение ориентации через компоненты директора \mathbf{n} :

$$Q_{ij} = S \left(n_i n_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right), \quad (2)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, $\delta_{ij} = 1$, если $i = j$, и $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$; S — скалярная величина, дающая долю молекул, ориентированных своими длинными осями в заданном направлении; величину S , определённую выше формулой (1), называют *скалярным параметром порядка*. Если молекулы расположены хаотично, то $Q_{ij} = 0$. С ростом степени ориентации, т. е. с уменьшением углов изменения направления директора, компонента параметра порядка, связанная с этой ориентацией, будет возрастать.

1.2. Плотность свободной энергии

Принимая, что значение Q_{ij} можно считать малым в окрестности фазового перехода, разложение Ландау-де Жена плотности свободной энергии в ряд по степеням тензорного параметра имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} F &= F_0 + \frac{1}{2} A Q_{ij} Q_{ji} + \frac{1}{3} B Q_{ij} Q_{jh} Q_{hi} + \frac{1}{4} C Q_{ij} Q_{jh} Q_{hm} Q_{mi} + \dots, \\ A &= \beta(T - T^*) = \beta \cdot \Delta T. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В этом уравнении F_0 — плотность свободной энергии изотропной фазы; A , B и C — коэффициенты разложения, являющиеся функциями температуры и давления, A линейно зависит от температуры T ; T^* (как ниже будет показано) — температура абсолютной потери устойчивости изотропной фазы при охлаждении; коэффициенты β , B и C зависят от свойств жидкокристаллического вещества, не имеют особенностей вблизи T^* и будем рассматривать их как постоянные величины.

Все слагаемые инвариантны относительно осей x , y , z . В разложении нет слагаемого, линейного по Q_{ij} . Это обусловлено тем, что, по условию, в состоянии с минимальной свободной энергией, сама свободная энергия должна зависеть только от Q_{ij} , поэтому при дифференцировании по параметру порядка не было бы абсолютного минимума при $Q_{ij} = 0$, так как появилась бы постоянная величина.

Для подстановки в разложение (3) выражения для тензорного параметра порядка (2), необходимо выбрать систему координат, в которой матрица Q_{ij} в выражении (2) является диагональной. Проведя суммирование по повторяющимся индексам, получаем

$$Q_{ij} Q_{ji} = \frac{2}{3} S^2, \quad Q_{ij} Q_{jh} Q_{hi} = \frac{2}{9} S^3, \quad Q_{ij} Q_{jh} Q_{hm} Q_{mi} = (Q_{ij} Q_{jh})^2 = \frac{4}{9} S^4.$$

С учётом этого получим разложение плотности свободной энергии по степеням скалярного параметра порядка

$$F = F_0 + \frac{1}{3}AS^2 + \frac{2}{27}BS^3 + \frac{1}{9}CS^4 + \dots \quad (4)$$

Устойчивыми будем считать состояния, при которых плотность свободной энергии имеет минимум.

На рис. 1 показано графическое представление зависимости плотности свободной энергии от параметра порядка $F(S)$ для различных значений температуры при $A > 0$, $B < 0$ и $C > 0$.

Как видно из графика (см. рис. 1), при температуре $T > T^{**}$ абсолютный минимум $T(S)$ соответствует $S = 0$, это означает, что устойчивой является только фаза изотропной жидкости. При $T = T^{**}$ возникает второй локальный минимум $S \neq 0$, соответствующий нематической фазе, но минимумы не равнозначны по энергии: минимум при $S = 0$ гораздо ниже, чем минимум при $S \neq 0$, поэтому нематическая фаза является метастабильной.

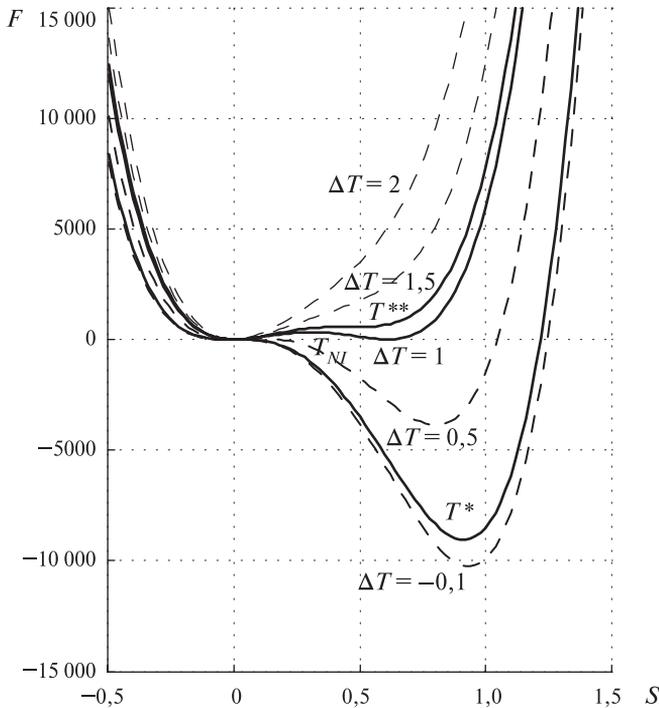


Рис. 1. Плотность свободной энергии как функция параметра порядка S . Сплошными линиями показаны аналитические оценки для трёх критических температур: $T^*(S = B/(2C))$ — температура, ниже которой изотропная фаза теряет устойчивость, и только нематическая фаза является устойчивой; T_{NI} — температура, при которой свободные энергии нематической и изотропной фаз равны — обе фазы сосуществуют: изотропная при $S = 0$ и нематическая при $S = B/(3C)$; $T^{**}(S = B/(4C))$ — температура, выше которой является устойчивой только изотропная фаза. Пунктирными линиями показана плотность свободной энергии для промежуточных значений температуры ($A = \beta\Delta T$) при значениях параметров $\beta = 0,042 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$, $B = -0,64 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$, $C = 0,35 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$ [Priestley et al., 1976]

При $T = T_{NI}$ свободные энергии нематической и изотропной фаз равны — на кривой $F(S)$ два равнозначных минимума, что означает сосуществование изотропной фазы с $S = 0$ и нематической фазы с $S \neq 0$. При $T^* < T < T_{NI}$ существуют два минимума, но минимум при $S \neq 0$ гораздо ниже, чем при $S = 0$, следовательно, изотропная фаза является метастабильной. Более низкая температура $T = T^*$ служит нижним пределом существования изотропной фазы, при $T < T^*$ минимум при $S = 0$ исчезает, изотропная фаза полностью теряет устойчивость, и остаётся только один минимум $S \neq 0$, соответствующий нематической фазе. Следовательно, при $T < T^*$ устойчивой является только нематическая фаза.

Условия равновесия и устойчивости нематической и изотропной фаз получим из условия минимума свободной энергии (4):

$$\frac{dF}{dS} = AS - \frac{1}{3}BS^2 + \frac{2}{3}CS^3 = 0. \quad (5)$$

Это уравнение имеет два решения, при которых параметр порядка $S \geq 0$:

$$S = 0, \quad (5.1)$$

$$S = \frac{B}{4C} \left[1 + \sqrt{1 - 24 \frac{AC}{B^2}} \right]; \quad (5.2)$$

- 1) решение (5.1) соответствует изотропной фазе, которая абсолютно устойчива при $A > \beta(T_{NI} - T^*) = B^2/(27C)$, метастабильна для $0 < A < \beta(T_{NI} - T^*) = B^2/(27C)$;
- 2) решение (5.2) соответствует нематической фазе, которая абсолютно устойчива при $A < \beta(T_{NI} - T^*) = B^2/(27C)$, метастабильна при $\beta(T_{NI} - T^*) < A < \beta(T^{**} - T^*) = B^2/(24C)$ и не определена при $A > \beta(T^{**} - T^*) = B^2/(24C)$.

Таким образом, при $T^* < T < T^{**}$ имеет место метастабильная область, где $T = T^*$ ($A^* = 0$) — температура абсолютной потери устойчивости изотропной фазы при охлаждении; $T = T^{**}$ ($A^{**} = B^2/(24C)$) — температура абсолютной потери устойчивости нематической фазы при нагревании. Температура перехода $T^* < T_{NI} < T^{**}$ ($A = B^2/(27C)$), при которой свободные энергии нематической и изотропной фаз должны быть равны, соответствует значениям параметра порядка $S = B/(3C)$ для нематической фазы и $S = 0$ для изотропной фазы.

Теория Ландау-де Жена правильно описывает основные черты фазового перехода «нематик-изотропная жидкость», типичные для фазовых переходов 1-го рода, такие как наличие метастабильной области, возможность перегрева и переохлаждения, скачкообразный переход из одной фазы в другую. Используя оценки (5.1) и (5.2) и значения полученных экспериментально коэффициентов $\beta = 0,042 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$, $B = -0,64 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$, $C = 0,35 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$ [Priestley et al., 1976], можно оценить $\Delta T = T - T^*$. Эти оценки показаны на рис. 1. Например, при температуре T_{NI} , при которой свободные энергии нематической и изотропной фаз должны быть равны, область метастабильной зоны $\Delta T = 1 \text{ К}$. При $\Delta T = 0,5 \text{ К}$ нематическая фаза является более устойчивой, чем изотропная при $\Delta T = 1,5 \text{ К}$, и при $\Delta T = 2 \text{ К}$ устойчивой является только изотропная фаза.

1.3. Квазистационарный случай

Динамику параметра порядка при фазовом переходе «нематик-изотропная жидкость», возникающем при квазистационарном изменении температуры T , будем описывать уравнением Ландау-Халатникова [Ландау, Халатников, 1954]

$$\gamma \frac{dS}{dt} + \frac{dF}{dS} = 0, \quad (6)$$

где параметр γ характеризует скорость релаксации системы к положению равновесия или эффективный коэффициент вязкости; dF/dS — функциональная производная (5).

Уравнение (6) с учётом (5) можно переписать в виде

$$\gamma \frac{dS}{dt} = -\frac{1}{3} S \left(2CS^2 - BS + 3A(T) \right), \quad (7)$$

где $A(T) = \beta(T - T^*)$; β — положительная константа, характеризующая свойства материала; T^* — температура плавления, выше которой нематическая фаза теряет устойчивость.

Для того чтобы привести уравнение (7) к удобному для последующего анализа виду, примем:

$$S = \frac{B}{4C} \tilde{S}, \quad A = \frac{B^2}{24C} \tilde{A}. \quad (8)$$

Тогда уравнение (7) будет иметь вид

$$\gamma \frac{d\tilde{S}}{dt} = -\frac{B^2}{24C} \tilde{S} \left(\tilde{S}^2 - 2\tilde{S} + \tilde{A}(T) \right), \quad (9)$$

где

$$\tilde{A}(T) = \beta \frac{24C}{B^2} (T - T^*). \quad (10)$$

Зависимость устойчивых значений параметра порядка \bar{S} от температурно-независимого параметра \tilde{A} , или бифуркационная диаграмма уравнения (6), представлена на рис. 2.

В точке A^{**} , $S = 1$ ($T = T^{**}$) — точке перегрева, нематическая фаза теряет устойчивость, и при $A > A^{**}$ изотропная фаза $S = 0$ остаётся единственным положением равновесия, такой переход в точке $A = A^{**}$ соответствует бифуркации «седло-узел» (SNB). В точке $A^* = 0$, $S = 0$ ($T = T^*$) — точке переохлаждения — изотропная фаза полностью теряет устойчивость, и при $A < A^{**}$ устойчивой является только нематическая фаза. Переход через точку $A^* = 0$, $S = 0$ соответствует транскритической бифуркации (ТВ). При $A \geq A^{**}$ устойчивые значения S расположены на верхней ветви параболы $\tilde{S} = 1 + \sqrt{1 - \tilde{A}}$.

1.4. Динамическая модель

Рассмотрим фазовый переход с медленно меняющимся во времени параметром температуры.

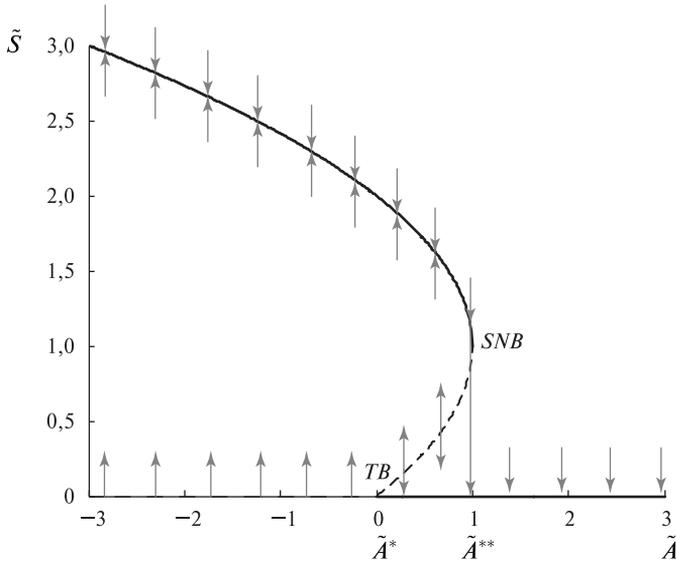


Рис. 2. Зависимость устойчивых значений параметра порядка \tilde{S} от температурно-зависимого параметра \tilde{A} . Устойчивые значения обозначены чёрными точками, образующими сплошную чёрную линию. Пунктиром отмечена неустойчивая ветвь. Стрелками показан знак производной $d\tilde{S}/d\tilde{A}$

Примем:

$$\frac{d\tilde{A}}{dt} = \pm q, \quad \tilde{A}(0) = \tilde{A}_0, \quad t = \frac{B^2}{24Cq} \tau.$$

Тогда уравнение (9) примет вид

$$\varepsilon \frac{d\tilde{S}}{d\tau} = \tilde{S} \left(\tilde{S}^2 - 2\tilde{S} + \tilde{A}(T(\tau)) \right), \quad \tilde{S}(\tau_0) = \tilde{S}_0, \quad \frac{d\tilde{A}}{d\tau} = \pm 1, \quad \tilde{A}(0) = \tilde{A}_0; \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{576C^2}{B^4} q\gamma = \frac{\gamma}{A^{**}} \frac{q}{A} \ll 1, \quad (12)$$

где $\varepsilon \ll 1$ — безразмерная константа, которая представляет собой отношение времени релаксации вязкости γ/A^* , которое порядка $O(10^{-7} \text{ s})$ [Stewart, 2004], ко времени изменения температуры A^{**}/q . Мы принимаем ε за малый параметр. Далее будем рассматривать поведение системы при различных значениях ε .

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

2.1. Фазовый переход «изотропная жидкость-нематик» при медленном охлаждении

Примем, что температурно-зависимый параметр \tilde{A} медленно и линейно уменьшается по закону:

$$\tilde{A} = \tilde{A}_0 - \tau. \quad (13)$$

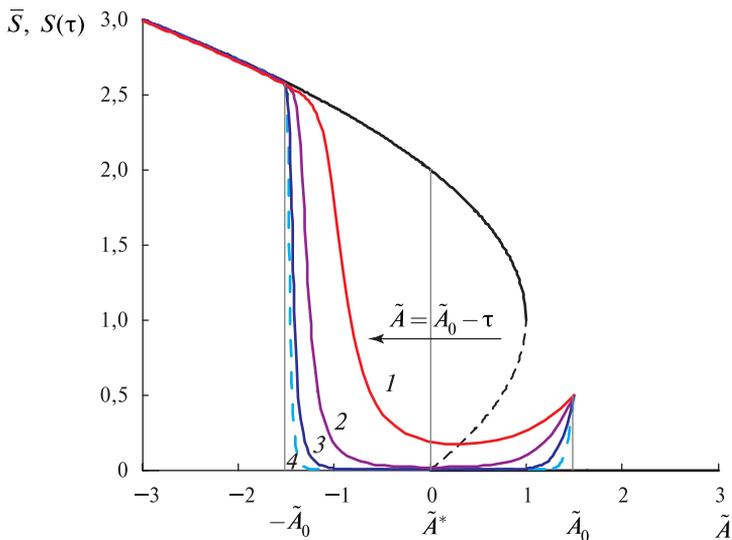


Рис. 3. Модель фазового перехода «изотропная жидкость-нематик» при медленном уменьшении температурно-зависимого параметра \tilde{A} . Бифуркационная диаграмма уравнения (9) на плоскости (\bar{S}, \tilde{A}) (см. рис. 1) совмещена с решением уравнения (11) $\tilde{S}(\tau)$, представленным на плоскости (\bar{S}, \tilde{A}) при $\tilde{A} = \tilde{A}_0 - \tau$, $\tilde{S}_0 = 0,5$, $\tilde{A}_0 = 1,5$; кривая 1 — $\varepsilon = 0,5$; кривая 2 — $\varepsilon = 0,25$; кривая 3 — $\varepsilon = 0,125$; кривая 4 — $\varepsilon = 0,0625$

Пусть начальное значение параметра порядка \tilde{S}_0 находится в бассейне притяжения изотропной фазы при $\tilde{A} = \tilde{A}_0$ и с ростом времени τ проходит критическое значение $\tilde{A}^* = 0$.

Основной результат заключается в следующем. Начиная с неустойчивого положения $\tilde{S}_0 \neq 0$ изотропная фаза стремится к устойчивому положению $\tilde{S}_0 = 0$ и достигает его окрестности $O(\varepsilon)$ в течение интервала $O(\varepsilon)$ по параметру \tilde{A} . С ростом τ изотропная фаза остаётся в экспоненциальной близости к устойчивому положению $\{\tilde{S}_0 = 0\}$ в интервале $[-\tilde{A}_0, \tilde{A}_0]$. Наконец, при достижении значения $\tilde{A} \approx -\tilde{A}_0$ изотропная фаза скачком переходит в устойчивую нематическую фазу [Majumdar et al., 2013]. Таким образом, изотропная фаза не теряет устойчивости сразу же после прохождения критического значения $\tilde{A}^* = 0$. Изотропная фаза достаточно долго задерживается в окрестности вновь возникшего неустойчивого состояния равновесия, и такое запаздывание фазового перехода «изотропная жидкость-нематик» не зависит от скорости ε , а обусловлена начальным значением температурно-зависимого параметра температуры \tilde{A}_0 , следовательно запаздывание не исчезает даже при очень медленных скоростях $\varepsilon \rightarrow 0$.

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования уравнения (11), в условиях, когда $\tilde{S}_0 = 0,5$, параметр $\tilde{A}(\tau)$ изменяется по закону (10) и $\tilde{A}_0 = 1,5$ при различных значениях ε . Для наглядности на рисунке совмещены бифуркационная диаграмма уравнения (9), т.е. устойчивые значения \bar{S}

для каждого значения параметра \tilde{A} , и зависимость $\tilde{S}(A(\tau))$ от $\tilde{A}(\tau)$ из уравнения (11).

Как видно из данных рис. 3, при уменьшении параметра \tilde{A} со временем переход из изотропной фазы в нематическую происходит не при критическом значении $\tilde{A}^* = 0$, как в квазистационарном случае, а при \tilde{A} , существенно меньшем, чем $\tilde{A}^* = 0$, а именно при $\tilde{A} < -\tilde{A}_0$, т.е. фазовый переход запаздывает при медленном уменьшении параметра \tilde{A} , и это запаздывание зависит от начального значения параметра \tilde{A}_0 и не зависит от значения скорости ε . Значение ε в этом случае влияет только на то, как близко изотропная фаза успеет приблизиться к своему устойчивому состоянию $\bar{S} = 0$ за время изменения параметра \tilde{A} : чем медленнее скорость ε , тем ближе кривая $\tilde{S}(A)$ подходит к оси абсцисс, где $\bar{S} = 0$.

2.2. Фазовый переход «нематик-изотропная жидкость» при медленном нагревании

Рассмотрим обратный переход «нематик-изотропная жидкость», когда температурно-зависимый параметр медленно и линейно возрастает по закону:

$$\tilde{A} = \tilde{A}_0 + \tau, \quad (14)$$

при этом $\tilde{A}_0 < A^{**} = 1$, и с ростом времени τ параметр \tilde{A} проходит критическое значение \tilde{A}^{**} . Примем, что начальное значение параметра порядка \tilde{S}_0 находится в бассейне притяжения нематической фазы.

Очевидно, что если \tilde{S}_0 не является устойчивым значением, то нематическая фаза приближается к устойчивому положению в течение интервала $O(\varepsilon)$ по параметру \tilde{A} и затем с ростом τ нематическая фаза будет находиться в экспоненциальной близости к устойчивому положению, которое будет меняться с изменением температурно-зависимого параметра \tilde{A} по мере приближения \tilde{A} к критическому значению $A^{**} = 1$.

Основной результат заключается в том, что переход из нематической в изотропную фазу происходит не при критическом значении $A^{**} = 1$, а при значении, превышающем A^{**} , а именно: сначала потеря устойчивости нематической фазы происходит при значении, превышающем A^{**} на $O(\varepsilon^{2/3})$, после чего происходит быстрый переход в ε -окрестность изотропной фазы в течение $O(\varepsilon \log(1/\varepsilon))$ по параметру \tilde{A} . В результате, согласно оценке, приведённой в работе [Majumdar et al., 2013], запаздывание перехода из нематической в изотропную фазу происходит при

$$\tilde{A} \approx \tilde{A}^{**} + C_1 \left\{ \varepsilon^{2/3} \right\} + \frac{4}{3} \varepsilon \log \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) - (1 + C_2) \varepsilon, \quad (15)$$

где $C_1 \approx 2,338$, $C_2 \approx 0,509$. Такое превышение критического значения зависит от скорости ε и исчезает при $\varepsilon \rightarrow 0$.

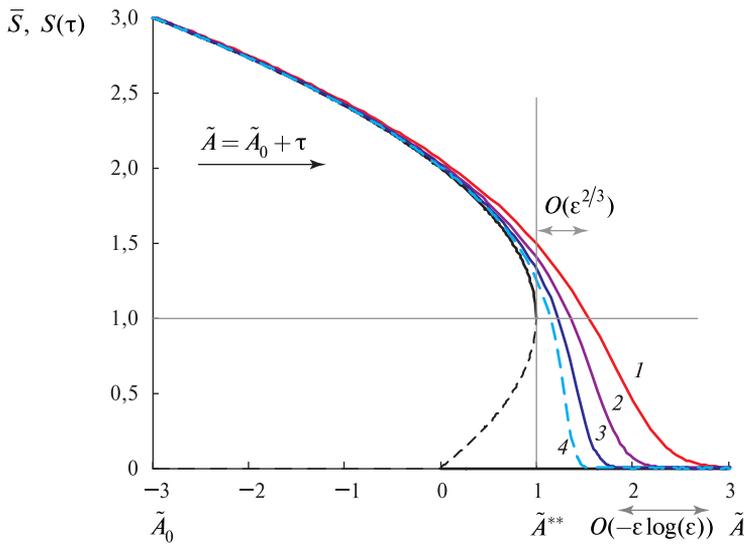


Рис. 4. Модель фазового перехода «нематик-изотропная жидкость» при медленном возрастании температурно-зависимого параметра \tilde{A} . Бифуркационная диаграмма уравнения (9) на плоскости (\bar{S}, \tilde{A}) (см. рис. 1) совмещена с решением уравнения (11) $\tilde{S}(\tau)$, представленным на плоскости (\bar{S}, \tilde{A}) при $\tilde{A} = \tilde{A}_0 + \tau$, $\tilde{S}_0 = 3$, $\tilde{A}_0 = -3$, кривая 1 — $\epsilon = 0,5$; кривая 2 — $\epsilon = 0,25$; кривая 3 — $\epsilon = 0,125$; кривая 4 — $\epsilon = 0,0625$

На рис. 4 представлены результаты численного моделирования уравнения (11), в условиях, когда $\tilde{S}_0 = -3$, параметр \tilde{A} изменятся по закону (11) и $\tilde{A}_0 = -3$ при различных значениях ϵ .

Как видно из данных рис. 4, при увеличении параметра \tilde{A} нематическая фаза преодолевает критическое значение $\tilde{A}^{**} = 1$ и ещё некоторое время пребывает в окрестности критической точки (это время зависит от значения скорости ϵ) и лишь затем скачком переходит в изотропную фазу $\tilde{S}_0 = 0$. При большей скорости перехода $\epsilon = 0,5$ (кривая 1) превышение критического значение существенно больше, чем при очень медленном переходе со скоростью $\epsilon = 0,0625$ (кривая 4).

3. ВОЗМОЖНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Явление запаздывания критических температур при медленных фазовых переходах в нематических жидких кристаллах может быть использовано для улучшения характеристик жидкокристаллического (ЖК) вещества при создании жидких кристаллов с заданными характеристиками, в частности, для измерения критических температур или для определения материалозависимых констант, характеризующих свойства жидкокристаллического вещества.

Для уточнения температуры перегрева необходимо провести эксперимент при медленном нагревании так, чтобы скорость изменения температуры q была меньше, чем константа, характеризующая ЖК-материал, $B^4/C^2\gamma$, из формулы (12).

Для уточнения температуры переохлаждения необходимо провести эксперимент при медленном нагревании при различных начальных значениях температуры. Начальная температура не должна быть слишком близкой к искомой температуре переохлаждения (предполагается, что её ориентировочные значения известны), для того чтобы дать системе достаточно времени для приближения к устойчивому положению изотропной фазы.

Аналогичным образом можно определять константы жидкокристаллического вещества. Зная заранее температуру переохлаждения T^{**} , температуру перегрева T^* и измеряя начальную T_0 и конечную температуру T_F , можно, используя формулы (10) и (15), оценить константы ЖК-вещества.

Шумы и неоднородности, безусловно, оказывают влияние на значения критических температур. При очень медленных переходах шум оказывает разрушающее действие на эффект затягивания критических температур. Однако при быстром переходе эффект действия шумов ослабляется, система становится более устойчивой к воздействию шумов, и эффект затягивания критических температур сохраняется [Surovyatkina et al., 2005].

В научном космическом приборостроении, когда необходимо учитывать экстремальные условия работы приборов в космическом эксперименте, уточнение диапазона критических температур нематических жидких кристаллов может повысить точность измерений и надёжность в системах обработки и отображения информации, дисплеях, оптических затворах и других светоклапаных устройствах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследована динамика фазовых переходов «нематик-изотропная жидкость» и «изотропная жидкость-нематик» в идеальных одноосных нематических жидких кристаллах при изменяющемся во времени параметре температуры.

В работе показано, что при медленно изменяющемся во времени параметре температуры происходит запаздывание обеих критических температур фазового перехода: температуры перегрева и температуры переохлаждения.

При переходе «изотропная жидкость-нематик», когда температурно-зависимый параметр медленно и линейно убывает во времени, потеря устойчивости жидкой изотропной фазы наступает при более низкой температуре, чем критическая точка переохлаждения, и запаздывание температуры переохлаждения зависит от начального значения параметра и не зависит от скорости изменения температуры.

При переходе «нематик-изотропная жидкость», когда температурно-зависимый параметр медленно и линейно возрастает во времени, потеря устойчивости нематической фазы наступает при температуре, превышающей температуру перегрева, и это превышение зависит от скорости изменения температуры.

Явление запаздывания критических температур может быть использовано при создании жидких кристаллов с заданными характеристиками для улучшения характеристик жидкокристаллического вещества.

Подход, развитый для изучения явлений упорядоченности в жидких кристаллах при изменяющемся во времени параметре температуры, может применяться для исследования фазовых переходов и критических явлений в других системах.

ЛИТЕРАТУРА

- [Блинов, 2012] *Блинов Л. М.* Жидкие кристаллы: Структура и свойства. М.: Либроком, 2012.
- [БСЭ, 1969–1978] Большая советская энциклопедия. М.: Советская энциклопедия, 1969–1978.
- [Бутенин и др., 1976] *Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. Л.* Введение в теорию нелинейных колебаний М.: Наука, 1976. 385 с.
- [де Жен, 1977] *de Жен П.* Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977.
- [Ландау, Лифшиц, 1976] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. Т. 5. М.: Наука, 1976.
- [Ландау, Халатников, 1954] *Ландау Л. Д., Халатников И. М.* Об аномальном поглощении звука вблизи точек фазового перехода второго рода // ДАН СССР. 1954. Т. 96. С. 469.
- [Мищенко и др., 1995] *Мищенко Е. Ф., Колесов Ю. С., Колесов А. Ю., Розов Н. Х.* Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущённых системах. М.: Наука, 1995. 336 с.
- [Мищенко, Розов, 1975] *Мищенко Е. Ф., Розов Н. Х.* Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания. М.: Наука, 1975.
- [Нейштадт, 1987] *Нейштадт А. И.* О затягивании потери устойчивости при динамических бифуркациях. I // Дифференц. уравнения. 1987. Т. 21. № 12. С. 2060–2067.
- [Нейштадт, 1988] О затягивании потери устойчивости при динамических бифуркациях. II // Дифференц. уравнения. 1988. Т. 24. № 2. С. 226–233.
- [Понтрягин, 1957] *Понтрягин Л. С.* Асимптотическое поведение решений систем дифференциальных уравнений с малым параметром при высших производных // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1957. Т. 21. С. 605.
- [Сонин, 1983] *Сонин А. С.* Введение в физику жидких кристаллов. М.: Высш. шк., 1983.
- [Шишкова, 1973] *Шишкова М. А.* Рассмотрение одной системы дифференциальных уравнений с малым параметром при высших производных // ДАН СССР. 1973. Т. 209. С. 576.
- [Baesens, 1991] *Baesens C.* Slow sweep through a period-doubling cascade: Delayed bifurcations and renormalization // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1991. V. 53. P. 319.
- [Collinge, Ockendon, 1979] *Collinge I. R., Ockendon J. R.* Transition Through Resonance of a Duffing Oscillator // SIAM J. Applied Mathematics. 1979. V. 37(2). P. 350–357.
- [Erneux, Mandel, 1986] *Erneux T., Mandel P.* Imperfect bifurcation with a slowly-varying control parameter // SIAM J. Applied Mathematics. 1986. V. 46. P. 1–15.
- [Haberman, 1979] *Haberman R.* Slowly varying jump and transition phenomena associated with algebraic bifurcation problems // SIAM J. Applied Mathematics. 1979. V. 37. P. 69.
- [Lebovitz, Schaar, 1975] *Lebovitz N. R., Schaar R. J.* Exchange of Stabilities in Autonomous Systems // Studies in Applied Mathematics. 1975. V. 54. P. 229.
- [Majumdar et al., 2013] *Majumdar A., Ockendon J., Howell P., Surovyatkina E.* Transitions through Critical Temperatures in Nematic Liquid Crystals // Physical Review E. 2013. V. 88(2). 022501.

- [Nefedov, Schneider, 1998] *Nefedov N. N., Schneider K. R.* Delayed exchange of stabilities in singularly perturbed systems // *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM)*. 1998. V. 78. S. 199.
- [Priestley et al., 1976] *Priestley E. B., Wojtowicz P.J., Sheng P.* Introduction to liquid crystals. N. Y.; L.: Plenum Press, 1976.
- [Stewart, 2004] *Stewart I. W.* The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals. L.: Taylor and Francis, 2004.
- [Surovyatkina et al., 2005] *Surovyatkina E. D., Kravtsov Yu. A., Kurths J.* Fluctuation growth and saturation in nonlinear oscillator on the threshold of bifurcation of spontaneous symmetry breaking // *Physical Review E*. 2005. V. 72. 046125.

DELAYED CRITICAL TEMPERATURES AT A SLOW PHASE TRANSITION IN NEMATIC LIQUID CRYSTALS

E. D. Surovyatkina

Space Research Institute of Russian Academy of Sciences (IKI RAN)

Phase transitions with a slowly varying temperature-dependent parameter in uniaxial liquid crystals are considered in the frame of the Landau-de Gennes theory. Phenomena, arising here, are drastically different from predictions derived by a static approach. Within the framework of the classical static theory, critical temperatures are characteristics of the liquid crystal matter. We find that in phase transitions induced by slowly varying temperature-dependent parameter, critical temperatures depend on the conditions of experiment, such as the direction of temperature change, initial temperature and also the rate at which the control variable crosses its critical value. We show that it is a marked difference between a monotonic increase and a monotonic decrease in the temperature-dependent parameter through this critical temperature. In the case of the transition from isotropic phase to nematic, at slowly cooling, the delay in supercooling temperature is independent of the rate of change of temperature and depends on the initial value of temperature. However, in the case of the transition from nematic to isotropic phase, at slowly heating, a delay in superheating temperature depends on the rate of change of temperature. Our results can be useful for clarifying the characteristics of the liquid crystal matter.

Keywords: Landau-de Gennes theory, order parameters, time-dependent bifurcation parameter, phase transitions, critical temperatures, nematic.

Surovyatkina Elena Dmitrievna — leading researcher, doctor of physical and mathematical sciences, selena@iki.rssi.ru

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МИКРОКАЛЬЦИНАТОВ НА ОСНОВЕ ДВУХЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ДЕЛИТЕЛЬНО-РАЗНОСТНОЙ МАММОГРАФИИ

В. А. Горшков

Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН)

Целью данного исследования является улучшение раннего выявления микрокальцинатов как ранних предвестников онкологического заболевания. В данной статье рассматривается маммография, основанная на визуализации выпуклой комбинации эффективного атомного номера и плотности, которые идентифицируются на основе двухэнергетических делительных и разностных алгоритмов. Исследования показали, что визуализация выпуклой комбинации эффективного атомного номера и плотности существенно улучшает идентификацию микрокальцинатов.

Ключевые слова: двухэнергетическая маммография, рак, микрокальцинаты, атомный номер, плотность, ранняя стадия.

ВВЕДЕНИЕ

Традиционная цифровая маммограмма представляет собой распределение доли фотонов, прошедших молочную железу без взаимодействия, которая определяется для источника с непрерывным спектром как

$$\frac{N}{N_0} = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f(E) \cdot \exp \left(- \int_0^d \mu(Z, E, x) \rho(x) dx \right) dE,$$

где N_0 — исходное число фотонов; N — число регистрируемых фотонов, прошедших молочную железу без взаимодействия; $f(E)$ — функция плотности распределения энергии фотонов исходного излучения, определяемая энергетическим спектром источника; $\mu(Z, E, x)$ — распределение массового коэффициента полного поглощения по вектору ввода исходного излучения x , зависящая от атомного номера Z и энергии E ; $\rho(x)$ — распределение плотности; E_{\min} , E_{\max} — минимальная и максимальная энергия фотонов, соответственно; d — толщина молочной железы.

Наличие микрокальцинатов приводит к повышению эффективного атомного номера участка молочной железы, так как Z микрокальцинатов составляет 13...15, а тканей молочной железы — 6,3...7. Однако совместное влияние толщины, плотности и атомного номера приводит к невозможности выявления микрокальцинатов размерами менее 200 мкм. Повышение разрешающей способности маммографа не решает данную проблему, такие мелкие микрокальцинаты видны лишь на однородных фантомах.

Таким образом, для лучшей визуализации микрокальцинатов необходимо отфильтровать вариацию плотности на маммограмме, что возможно на основе идентификации распределения атомного номера.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

С целью повышения чувствительности маммограммы к атомному номеру в мировой практике широкое распространение получил метод облучения молочной железы на двух различных энергиях с последующей визуализацией распределения разности логарифмов [Boone et al., 1990; Johns, Yaffe, 1985; Johns et al., 1985; Lewin et al., 2003]:

$$\alpha = \ln \frac{N_0^L}{N^L} - \ln \frac{N_0^H}{N^H} = - \ln \left[\int_{E_{\min}^L}^{E_{\max}^L} f_L(E) \cdot \exp(-\mu(Z_{ef}, E)\rho'_L d) dE \right] + \ln \left[\int_{E_{\min}^H}^{E_{\max}^H} f_L(E) \cdot \exp(-\mu(Z_{ef}, E)\rho'_L d) dE \right],$$

где индексы L и H соответствуют низкой и высокой энергии излучения.

Недостатком двухэнергетической разностной маммографии является наложение на визуализацию распределения атомного номера вариации произведения плотности молочной железы на её толщину.

Эффективный атомный номер может быть оценён на основе двухэнергетической делительной маммографии, заключающейся в визуализации отношения логарифмов оцифрованных маммограмм [Горшков и др., 2010, 2013; Рожкова и др., 2009; Gorshkov et al., 2010]:

$$\beta = \frac{\ln \frac{N_0^L}{N^L} \ln \left[\int_{E_{\min}^L}^{E_{\max}^L} f_L(E) \cdot \exp(-\mu(Z_{ef}, E)\rho'_L) dE \right]}{\ln \frac{N_0^H}{N^H} \ln \left[\int_{E_{\min}^H}^{E_{\max}^H} f_H(E) \cdot \exp(-\mu(Z_{ef}, E)\rho'_H) dE \right]}.$$

Однако ни разность, ни отношение логарифмов не позволяют восстановить численное распределение средней плотности и эффективного атомного номера для источников с непрерывным спектром. Учитывая незначительные изменения средней плотности и эффективного атомного номера, их значения могут быть получены на основе линейных уравнений

$$\bar{\rho} = k_{\alpha}^{\rho} \alpha + k_{\beta}^{\rho} \beta + k_0^{\rho} = k_{\alpha}^{\rho} \left(\ln \frac{N_0^L}{N^L} - \ln \frac{N_0^H}{N^H} \right) + k_{\beta}^{\rho} \frac{\ln \frac{N_0^L}{N^L}}{\ln \frac{N_0^H}{N^H}} + k_0^{\rho},$$

$$Z_{ef} = k_{\alpha}^z \alpha + k_{\beta}^z \beta + k_0^z = k_{\alpha}^z \left(\ln \frac{N_0^L}{N^L} - \ln \frac{N_0^H}{N^H} \right) + k_{\beta}^z \frac{\ln \frac{N_0^L}{N^L}}{\ln \frac{N_0^H}{N^H}} + k_0^z,$$

где k_{α}^{ρ} , k_{β}^{ρ} , k_0^{ρ} , k_{α}^z , k_{β}^z , k_0^z — коэффициенты линейризации.

Коэффициенты линеаризации можно получить на эталоне с известными распределениями плотности, толщины и эффективного атомного номера.

Поскольку как онкологическая опухоль, так и микрокальцинаты помимо повышенного атомного номера имеют и повышенную плотность, такие включения лучше идентифицируются выпуклой комбинацией нормированных их значений [Рожкова и др., 2013; Gorshkov et al., 2013]:

$$\lambda = kZ_n + (1-k)\rho_n,$$

где k — коэффициент ($0 \leq k \leq 1$); $\rho_n = \frac{(\rho - \rho_{\min})}{(\rho_{\max} - \rho_{\min})}$; $Z_n = \frac{(Z - Z_{\min})}{(Z_{\max} - Z_{\min})}$.

Диагностика методом двухэнергетической делительно-разностной маммографии может проводиться на традиционных маммографах, которыми достаточно хорошо оснащены наши клиники и медицинские центры.

Исследования проводились на цифровой маммографической системе AMULET компании FUJIFILM, позволяющей получать изображения с разрешением 50 мкм. Всего методом двухэнергетической маммографии обследовано более 40 пациентов.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Чувствительность отношения логарифмов к изменению произведения плотности на толщину существенно ниже, чем их разности [Lewin et al., 2003]. Это позволяет в значительной степени отфильтровать его вариацию на получаемых делительных маммограммах. При постоянной толщине участка на делительной маммограмме подавляется вариация плотности, рис. 1 иллюстрирует это положение. Если на традиционной и разностной маммограмме сосок практически не виден (из-за малой его толщины), то на делительной он проявляется практически той же степенью потемнения, что и ткань молочной железы (см. рис. 1).

Двухэнергетическая делительная маммография позволяет применить нетрадиционный способ обработки изображения, заключающийся в смещении двух снимков, полученных при разных энергиях излучения.

На рис. 2 представлены двухэнергетические маммограммы, полученные без смещения (см. рис. 2а) и со смещением исходных снимков (см. рис. 2б). На маммограмме, полученной на смещённых снимках, микрокальцинаты проявляются в виде двух изображений гранул: более тёмное и более светлое по сравнению с тканью молочной железы.

Это объясняется тем, что более тёмные изображения соответствуют отношению коэффициента поглощения здоровой ткани для низкой энергии к коэффициенту поглощения ткани с микрокальцином для высокой энергии ($\mu_{L,T}/\mu_{H,Ca}$). Это отношение ниже, чем отношение коэффициентов для здоровой ткани ($\mu_{L,T}/\mu_{H,T}$), и меньше, чем отношение коэффициентов для ткани с микрокальцином ($\mu_{L,Ca}/\mu_{H,Ca}$).

Более светлые изображения соответствуют отношению коэффициента поглощения ткани с микрокальцином на низкой энергии к коэффициенту поглощения здоровой ткани для высокой энергии ($\mu_{L,Ca}/\mu_{H,T}$). Это отношение выше, чем отношение коэффициентов для здоровой ткани ($\mu_{L,T}/\mu_{H,T}$), и выше, чем отношение коэффициентов для ткани с микрокальцином ($\mu_{L,Ca}/\mu_{H,Ca}$).

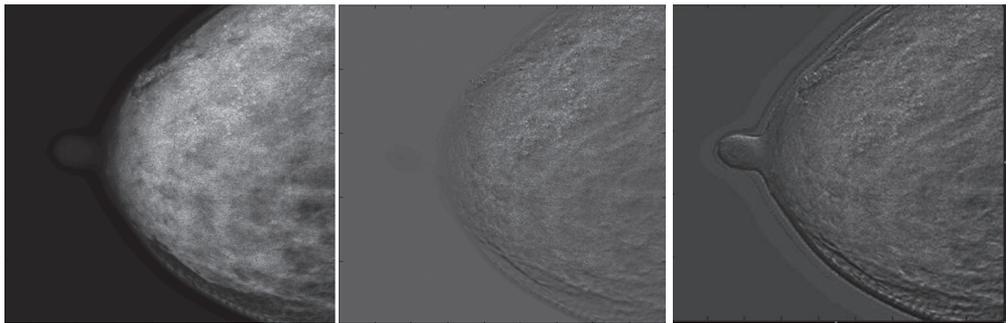


Рис. 1. Примеры традиционной (*а*), двухэнергетической разностной (*б*), двухэнергетической делительной (*в*) маммограмм

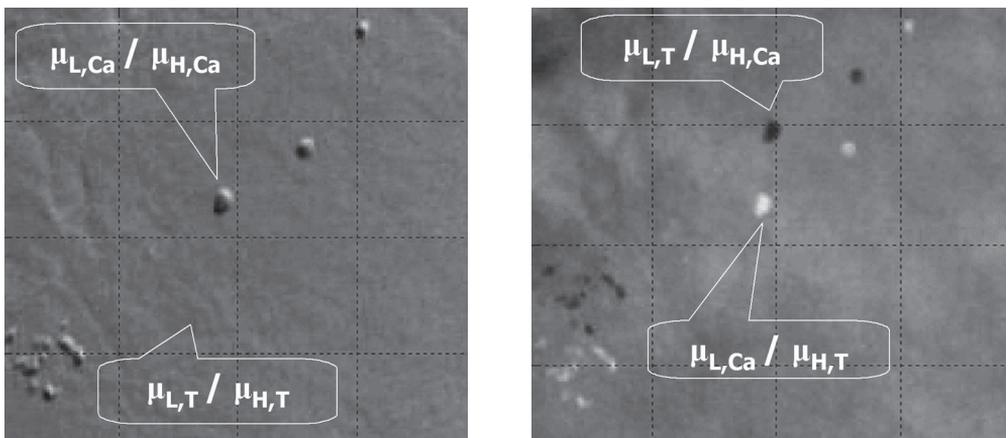
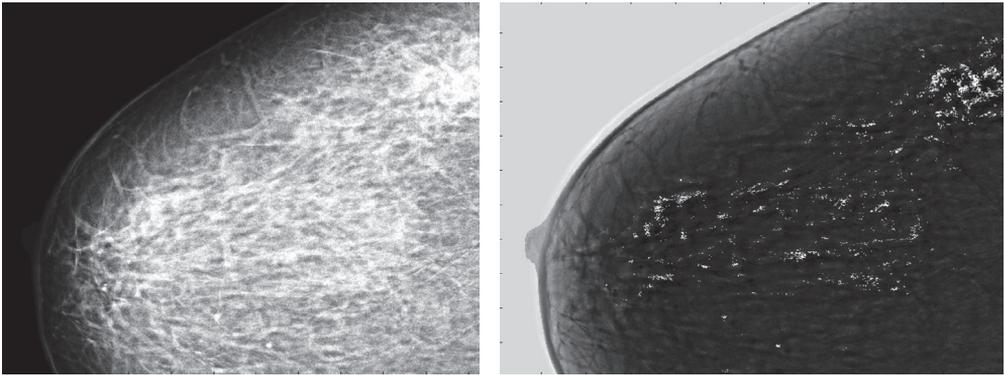


Рис. 2. Визуализация микрокальцинатов при отсутствии смещения снимков (*а*) и при наличии смещения (*б*)

Следовательно, гранула микрокальцината на визуализации эффективного атомного номера представляется двумя изображениями, одно из которых является самым светлым, второе — самым тёмным. Наличие таких двойных изображений — достаточное условие принятия гипотезы о наличии микрокальцинатов в молочной железе.

Так как при последовательном получении снимков на низкой и высокой энергиях молочная железа претерпевает незначительную деформацию, обеспечить идеальное совмещение снимков для всех областей невозможно. Именно этим объясняется «объёмное» изображение микрокальцинатов при отсутствии смещения (см. рис. 2*а*).

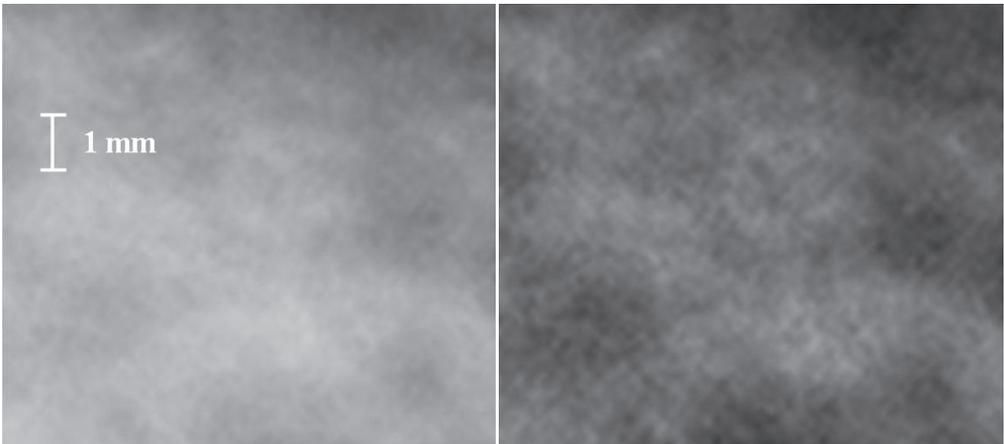
На рис. 3*а* приведена традиционная маммограмма, которая представляет непальпируемый рак в виде участка перестроенной структуры тканей молочной железы с незначительным количеством микрокальцинатов. Однако на двухэнергетической маммограмме (рис. 3*б*) микрокальцинаты проявляются весьма отчётливо и существенно в большем количестве, что может свидетельствовать о мультицентрическом поражении тканей молочной железы по ходу млечных протоков.



а

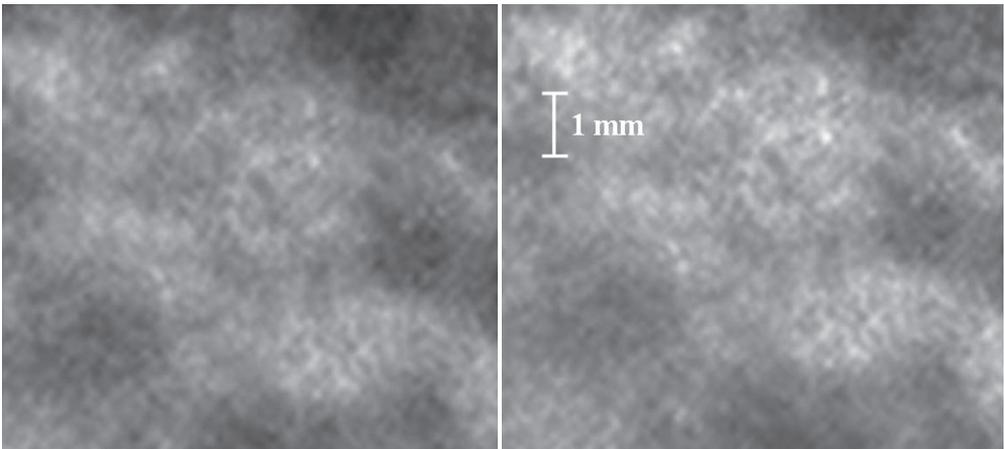
б

Рис. 3. Традиционная (*а*), двухэнергетическая делительная (*б*) маммограммы



а

б



в

г

Рис. 4. Фрагменты маммограмм: *а* — традиционная; *б* — двухэнергетическая разностная; *в* — то же делительная; *г* — то же делительно-разностная

Последующий морфологический анализ удалённой молочной железы подтвердил наличие микрокальцинатов в данных областях.

Рисунок 4 иллюстрирует эффективность визуализации выпуклой комбинации идентифицированных нормированных значений эффективного атомного номера и плотности на фрагменте молочной железы размером 8×8 мм. Как видно, мельчайшие микрокальцинаты, не выявляемые на традиционной маммограмме (см. рис. 4а) и с трудом просматриваемые на разностной (см. рис. 4б), на делительной проявляются существенно лучше (см. рис. 4в). Однако лучший результат даёт визуализация распределения выпуклой комбинации нормированных значений эффективного атомного номера и плотности (см. рис. 4г).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Визуализация выпуклой комбинации нормированных значений эффективного атомного номера и плотности, идентифицированных делительно-разностным способом, позволяет выявлять микрокальцинаты более меньших размеров по сравнению с традиционной рентгеновской маммографией.

Двухэнергетическая делительно-разностная маммография является весьма перспективной рентгенологической технологией, позволяющей получать высокоинформативное изображение структур молочной железы, что явится серьёзным вкладом в арсенал современных диагностических технологий обследования молочной железы.

ЛИТЕРАТУРА

- [Горшков и др., 2010] *Горшков В. А., Назиров Р. Р., Родин В. Г., Рожкова Н. И., Прокопенко С. П.* Способ диагностики заболеваний молочной железы на основании идентификации распределения эффективного атомного номера. Патент РФ № 2391909. Б. И. 2010. № 17. С. 23.
- [Горшков и др., 2013] *Горшков В. А., Назиров Р. Р., Родин В. Г., Рожкова Н. И., Прокопенко С. П.* Способ двухэнергетической делительно-разностной маммографии. Патент РФ № 2495623. 20.10.2013.
- [Рожкова и др., 2009] *Рожкова Н. И., Горшков В. А., Прокопенко С. П.* Особенности рентгенологической визуализации молочной железы на основе идентификации распределения эффективного атомного номера // Медицинская визуализация. 2009. № 2. С. 8–12.
- [Рожкова и др., 2013] *Рожкова Н. И., Горшков В. А., Меских Е. В.* и др. Цифровая маммологическая клиника. Современные технологии визуализации / Под ред. Н. И. Рожковой, В. А. Горшкова. М.: Спец. изд-во мед. книг, 2013. 160 с.
- [Boone et al., 1990] *Boone J. M., Shaber G. S., Tecotzky M.* Dual Energy Mammography: a Detector Analysis // Medical Physics. 1990. V. 17. P. 665–675.
- [Gorshkov et al., 2010] *Gorshkov V. A., Rozhkova N. I., Prokopenko S. P.* Dual-Energy Diving Mammography // Digital Mammography. 10th Intern. Workshop (IWDM 2010), Girona, Spain. 2010. P. 606–613.
- [Gorshkov et al., 2013] *Gorshkov V. A., Nazirov R. R., Rodin V. G., Rozhkova N. I., Prokopenko S. P.* Verfahren zur Zwei-Energien-Divisions-Differenz-Mammographie. PCT WO/2013/136150. 2013.

- [Johns, Yaffe, 1985] *Johns P. C., Yaffe M. J.* Theoretical optimization of dual energy X-ray imaging with application to mammography // *Medical Physics*. 1985. V. 12. P. 289–296.
- [Johns et al., 1985] *Johns P. C., Drost D. J., Yaffe M. J., Fenster A.* Dual energy mammography: initial experimental results // *Medical Physics*. 1985. V. 12. P. 297.
- [Lewin et al., 2003] *Lewin J. M., Isaacs P. K., Vance V., Larke F. J.* Dual-Energy Contrast-enhanced Digital Subtraction Mammography: Feasibility // *Radiology*. 2003. V. 229(1). P. 261–268.

X-RAY VISUALIZATION OF MICROCALCIFICATIONS ON THE BASIS OF THE DUAL-ENERGY DIVIDING AND SUBTRACTION MAMMOGRAPHY

V. A. Gorshkov

Space Research Institute of Russian Academy of Sciences (IKI RAN)

This research is aimed at improving the early detection of microcalcifications serving the earliest indicator of the breast cancer. In this paper we investigate mammography based on the visualization of a convex combination of the effective atomic number and the density identified on the basis of the dual-energy dividing and subtraction algorithms. It is shown that the visualization of a convex combination of the effective atomic number and the density significantly improves the identification of microcalcifications.

Keywords: dual-energy mammography, cancer, microcalcifications, atomic number, early detection.

Gorshkov Vjacheslav Alexseevich — leading mathematician, doctor of technical sciences, professor, vagorshkov@mail.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
<i>Хавенсон Н. Г.</i> К 100-летию со дня рождения Эльясберга П. Е., пионера отечественной баллистики. Биографический очерк	5
<i>Назиров Р. Р.</i> О Павле Ефимовиче Эльясберге	39
<i>Почукаев В. Н.</i> Воспоминания о Павле Ефимовиче Эльясберге	41
<i>Докучаев Л. В.</i> Взгляд на 1960-е годы	46
<i>Вашковьяк М. А.</i> Павел Ефимович Эльясберг — учёный и педагог	54
<i>Назаренко А. И.</i> Комментарии ученика о некоторых важных результатах Эльясберга П. Е.	56
Фотографии из семейного архива П. Е. Эльясберга	69
Список печатных работ Эльясберга П. Е.	71
<i>Платонов А. К., Тучин А. Г., Сихарулидзе Ю. Г., Заславский Г. С., Тучин Д. А.</i> Построение и анализ траекторий срочного возвращения к Земле при пилотируемых полётах к Луне	78
<i>Ивашкин В. В., Крылов И. В., Лан А.</i> Анализ траекторий для космической экспедиции к астероиду Апофис с возвращением к Земле	105
<i>Назаренко А. И.</i> Определение и прогнозирование орбит низколетящих спутников	113
<i>Вашковьяк М. А., Вашковьяк С. Н., Емельянов Н. В.</i> Единое представление вековой части возмущающей функции взаимного притяжения небесных тел	126
<i>Прохоренко В. И.</i> О применении качественных методов теории возмущений при решении практических задач выбора и коррекции орбит спутников планет с учётом вековой и долгопериодической составляющих эволюции под влиянием внешних гравитационных возмущений	130
<i>Аксёнов С. А., Данхэм Д. У., Бобер С. А., Чумаченко Е. Н.</i> Низкоэнергетическая траектория для пилотируемой миссии к околоземному объекту с использованием точек либрации	162

<i>Колюка Ю. Ф., Афанасьева Т. И.</i>	
Проектирование баллистической схемы полёта космического аппарата к потенциально опасному астероиду 2001 JV1 с целью изменения его орбиты взрывом	172
<i>Голубцова Н. А., Афанасьева Т. И., Гридчина Т. А., Колюка Ю. Ф.</i>	
Оценка влияния различных факторов на заключительный прогноз падения сходящих с орбит неуправляемых космических объектов	194
<i>Лаврентьев В. Г., Олейников И. И., Червонов А. М.</i>	
Основные аспекты мониторинга техногенного состояния околоземного космического пространства для обеспечения безопасности космической деятельности	216
<i>Щекутьев А. Ф.</i>	
Синхронизация бортовых шкал времени навигационных космических аппаратов «Глонасс» с использованием межспутниковых измерений вдоль полной замкнутой цепочки межспутниковых взаимодействий	229
<i>Ковалёва А. С.</i>	
Резонансный перенос энергии в колебательной системе	247
<i>Суровяткина Е. Д.</i>	
Явление запаздывания критических температур при медленных фазовых переходах в нематических жидких кристаллах	264
<i>Горшков В. А.</i>	
Визуализация микрокальцинатов на основе двухэнергетической делительно-разностной маммографии	280