ВОЛНЫ И НЕУСТОЙЧИВОСТИ В БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ МГД: СРАВНЕНИЕ С КИНЕТИКОЙ

В.Д.Кузнецов[1], Н.С.Джалилов[1,2]

[1]ИЗМИРАН
[2]Шамахинская астрофизическая обсерватория
E-mail : kvd@izmiran.ru

Аннотация. На основе 16-моментных МГД-уравнений, которые учитывают тепловые потоки в анизотропной бесстолкновительной плазме, рассмотрены свойства волн и неустойчивостей и проведено сравнение с кинетическим приближением. Получено хорошее согласие двух подходов, что дает основания считать, что 16-моментные МГД-уравнения с хорошей точностью могут описывать динамику бесстолкновительной анизотропной плазмы.

1. Введение

Прямые измерения космической плазмы в доступных для космических аппаратов областях - в верхней ионосфере, магнитосфере Земли и солнечном ветре показывают ее бесстолкновительный характер, а также наличие в ней температурной анизотропии относительно направления магнитного поля. Широко применявшееся приближение Чу-Гольдбергера - Лоу (ЧГЛ) [1] для описания такой плазмы обладает известными ограничениями и в ряде случаев дает результаты, заметно расходящиеся с рассмотрением в кинетическом приближении (например, для порога зеркальной неустойчивости) [2].

2. МГД-уравнения, волны и неустойчивости

Для описания используем систему МГД-уравнений 16-ти моментного приближения [3,4] (см. ниже) в общепринятых обозначениях. Рассмотрение волн малой амплитуды помимо альвеновских волн

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \mathrm{V}_A^2\left(1 - \frac{p_\parallel - p_\perp}{2p_{mag}}\right)\cos^2\theta, \quad p_{mag} = \frac{\mathrm{B}^2}{8\pi}, \tag{1}$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\,\mathrm{div}\,\mathbf{V} = 0, \qquad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}\cdot\nabla \tag{2}$$

$$\rho\frac{d\,\mathbf{V}}{dt} + \nabla\left(p_\perp + \frac{B^2}{8\pi}\right) - \frac{1}{4\pi}(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{B} = \rho\,\mathbf{g} +$$

$$+(p_\perp - p_\parallel)[\mathbf{h}\,\mathrm{div}\,\mathbf{h} + (\mathbf{h}\cdot\nabla)\mathbf{h}] + \mathbf{h}(\mathbf{h}\cdot\nabla)(p_\perp - p_\parallel), \tag{3}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{p_\parallel B^2}{\rho^3} = -\frac{B^2}{\rho^3}\left[\mathrm{B}(\mathbf{h}\cdot\nabla)\frac{S_\parallel}{B} + \frac{2S_\perp}{B}(\mathbf{h}\cdot\nabla)\mathrm{B}\right], \tag{4}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{p_\perp}{B\rho} = -\frac{B}{\rho}(\mathbf{h}\cdot\nabla)\frac{S_\parallel}{B^2}, \tag{5}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{S_\parallel B^3}{\rho^4} = -\frac{3p_\parallel B^3}{\rho^4}(\mathbf{h}\cdot\nabla)\frac{p_\parallel}{\rho}, \tag{6}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{S_\perp}{\rho^2} = -\frac{p_\parallel}{\rho^2}\left[(\mathbf{h}\cdot\nabla)\frac{p_\perp}{\rho} + \frac{p_\perp}{\rho}\frac{p_\perp - p_\parallel}{p_\parallel B}(\mathbf{h}\cdot\nabla)\mathrm{B}\right], \tag{7}$$

$$\frac{d\,\mathbf{B}}{dt} + \mathbf{B}\,\mathrm{div}\,\mathbf{V} - (\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{V} = 0, \qquad \mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0, \qquad \mathbf{h} = \frac{\mathbf{B}}{B} \tag{8}$$

дает следующее дисперсионное уравнение для сжимаемых волновых мод

$$\sum_{n=0}^{8} C_n x^n = 0; \tag{9}$$

$$C_0 = 3(2\alpha^2 - \beta + l - 2l\alpha^2 + l\alpha - 2\alpha);$$

$$C_1 = 4[\gamma_\parallel(2\alpha + \beta - l\alpha + l\alpha^2 - \alpha^2 - l) - \gamma_\perp 2\alpha^2(1 - l)];$$

$$C_2 = 10\alpha^2(l - 1) + 9(\beta - l\alpha + 2\alpha) - 6l + 4\alpha^2(1 - l)\gamma_\perp^2;$$

$$C_3 = 4\alpha^2(1 - l)\gamma_\perp - 4\gamma_\parallel(2\alpha + \beta - l\alpha);$$

$$\mathrm{C}_4 = 2\alpha^2(1 - l) - 2l - 7(2\alpha + \beta - l\alpha);$$

$$C_5 = 4l\gamma_\parallel,\ C_6 = 2\alpha + \beta - l\alpha + 6l,\ C_7 = 0,\ C_8 = -l.$$

где введены безразмерные параметры для основного состояния

$$\alpha = \frac{p_\perp}{p_\parallel}, \beta = \frac{B^2}{4\pi p_\parallel} = \frac{V_A^2}{c_\parallel^2}, c_\parallel^2 = \frac{p_\parallel}{\rho}, \eta = \frac{c_\parallel \mathrm{k}_\parallel}{\omega}, \gamma_\parallel = \frac{S_\parallel}{p_\parallel c_\parallel}, \gamma_\perp = \frac{S_\perp}{p_\perp c_\parallel}, l = \cos^2\theta$$

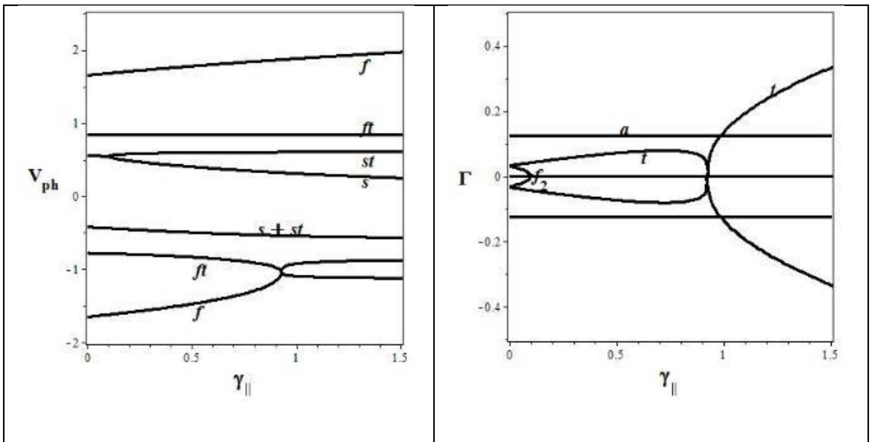
Здесь $x = 1/\eta$ – нормированная к скорости звука комплексная продольная фазовая скорость, θ - угол между магнитным полем и волновым вектором. Параметры α и β выражаются через плазменные бета-параметры $\beta_{||}$ и $\beta_\perp$: $\alpha = \beta_\perp / \beta_{||}$, $\beta = 2/\beta_\parallel$.

В [5-8] получены аналитические решения дисперсионного равнения для продольного распространения волн и установлена колебательная неустойчивость волн, распространяющихся против направления теплового потока, определен порог неустойчивости и ассиптотические выражения для инкремента. Для квазипоперечного распространения установлена неустойчивость волн БМЗ-типа. Влияние тепловых потоков на эти моды не существенны. Получено корректное выражение для порога зеркальной неустойчивости $p_\perp^2 > p_\parallel(p_\perp + p_{mag})$, совпадающее с кинетическим выражением [9,10]. Численный анализ дисперсионного уравнения показал, что неустойчивые решения сложным образом зависят от комбинаций двух параметров тепловых потоков $\gamma_\perp$и $\gamma_\parallel$.Наличие тепловых потоков в начальном состоянии может стабилизировать зеркальную неустойчивость, и давать потоковую неустойчивость (аналог кинетической потоковой неустойчивости). Дисперсионное уравнение, описывающее сжимаемые волновые моды, вблизи порога классической апериодической шланговой неустойчивости ($\eta^2 = -a$, где $a = 1/(1-\alpha-\beta) > 1$), связанной с несжимаемыми модами альвеновского типа, допускает при $\gamma_\parallel \neq 0$, $\gamma_\perp \neq 0$ решение для колебательной неустойчивости (“шланговая” неустойчивость сжимаемых мод для некоторого фиксированного угла распространения) $\eta^2 = -a(1 + i\varepsilon)$ с

$$\varepsilon \approx \mp \frac{\gamma}{3\sqrt{a}} \frac{1+\alpha-3\alpha^2}{(1-\alpha)(1+2\alpha)}. \qquad (10)$$

вблизи порога неустойчивости. Эта неустойчивость связана с резонансным взаимодействием трех волн - типа БМЗ, ММЗ, распространяющихся вдоль теплового потока и типа БМЗ, распространяющейся против направления теплового потока.

На рис.1. представлены численные решения зависимостей фазовых скоростей и инкрементов от продольного теплового потока для случая наклонного распространения волн и для $\beta_\parallel > \beta_\perp$.



а)	б)

Рис.1.Фазовые скорости V_{ph} (а) и инкременты неустойчивостей **Г** (б) МГД-волн как функции теплового потока $\gamma_\parallel$ (для $\gamma_\perp = 0{,}6$, $\alpha = 0.3125$, $\beta = 0.625$) при наклонном распространении относительно магнитного поля, $\theta = 45^o$. s – медленная магнитозвуковая (ММЗ), f – быстрая магнитозвуковая (БМЗ), st – медленная звуковая, ft – быстрые звуковые моды, a - альвеновская шланговая неустойчивость, f_2 – вторая шланговая неустойчивость медленной магнитозвуковой моды, t – потоковая неустойчивость.

3. Сравнение с кинетическим описанием

В кинетическом приближении низкочастотные неустойчивости были проанализированы на основе численных решений дисперсионного уравнения для малых непотенциальных колебаний однородной бесстолкновительной магнитоактивной плазмы [11], в котором учтена массовая скорость ионов V_0 = const относительно электронов вдоль магнитного поля, и сделаны соответствующие упрощающие предположения ($k_x^2 v_\perp^2 < \Omega^2$, Ω - циклотронная частота, $\Omega_i \gg |\omega'|$, $\omega' = \omega - k_z V_0$ - частота в движущейся системе координат, $\Omega_i \gg k_z v_{i\parallel}$, $\omega_L^2 \gg k^2 v^2$, $c^2 \gg V_A^2$, $c^2 \gg V_{ph}^2$, (см. [12]). На рис.2 показаны диаграммы кинетических волн и неустойчивостей, качественно совпадающие с ответствующими диаграммами в МГД-приближении.

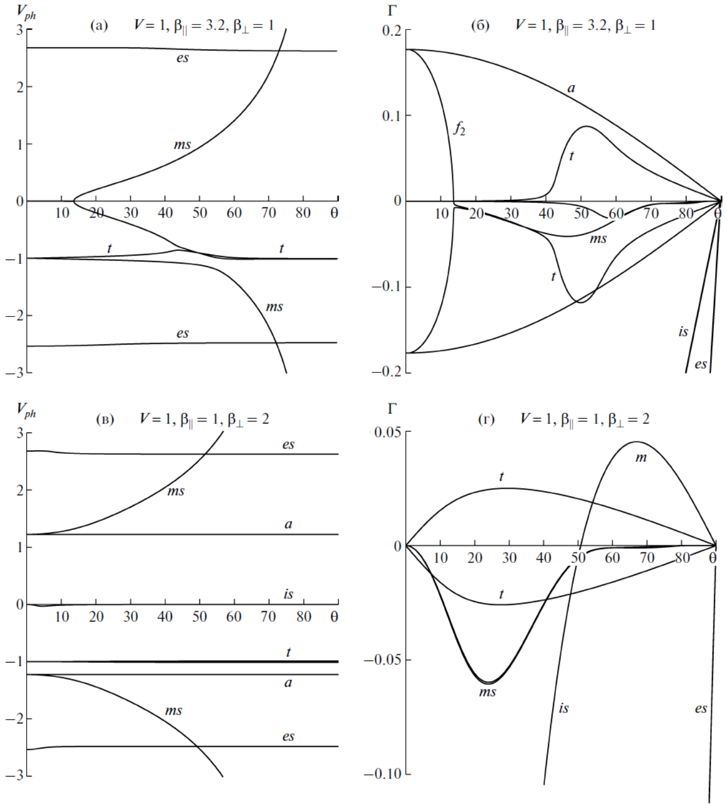


Рис. 2. Зависимость фазовых скоростей V_{ph} (слева) и инкремента неустойчивости Γ (справа) как функции от угла распространения кинетических волн в двух случаях: $\beta_{\parallel p} > \beta_{\perp p}$ (шланговые неустойчивости (а и б)), $\beta_{\parallel p} < \beta_{\perp p}$ (зеркальная неустойчивость (в и г)). Потоковая неустойчивость возникает в обоих случаях. Слева: ms – магнитозвуковая, is – ионно-звуковая и es – электронно-звуковая моды. Справа: f_2 – вторая шланговая, t – потоковая и m – зеркальная неустойчивости.

4. Выводы

В работе представлены результаты изучения в рамках 16-ти моментного МГД-приближения волн малой амплитуды и неустойчивостей для бестолкновительной температурно-анизотропной плазмы и приведены результаты сравнения с кинетическим рассмотрением. Показано, что для всех возникающих в бесстолкновительном МГД-приближении неустойчивостей (обычная несжимаемая шланговая неустойчивость, вторая сжимаемая почти продольная шланговая и почти поперечная зеркальная неустойчивость замедленных магнитозвуковых мод, а также потоковая неустойчивость, вызванная тепловым потоком вдоль магнитного поля) имеет место хорошее согласие двух подходов. Это дает основания считать, что 16-моментные МГД-уравнения с хорошей точностью могут описывать динамику бесстолкновительной анизотропной плазмы.

Работа выполнена при частичной поддержке Программы Президиума РАН № 22 и гранта РФФИ № 14-02-00769.

Литература

1. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low // Proc. Roy. Soc. London A, 1956, v.236, № 1204, p.112.
2. В.Б.Баранов, К.В.Краснобаев. Гидродинамическая теория космической плазмы. М: Наука, 1977.
3. В.Н.Ораевский, Ю.В.Коников, Г.В.Хазанов. // Процессы переноса в анизотропной околоземной плазме. М: Наука, 1985.
4. J.J.Ramos. // Phys. Plasmas, 2003, v.10, № 9, p.3601.
5. N.S.Dzhalilov, V.D.Kuznetsov, J.Staude. // Astron. Astrophys., 2008, v.489, p.769.
6. В.Д.Кузнецов, Н.С.Джалилов. // Физика плазмы, 2009, т.35, № 11, с.1041.
7. В.Д.Кузнецов, Н.С.Джалилов. // Физика плазмы, 2010, т.36, № 9, с.843.
8. N.S.Dzhalilov, V.D.Kuznetsov, J.Staude. // Contrib. Plasma Phys., 2011, v.51, № 7, p.621.
9. А.Б.Киценко, К.Н.Степанов. // ЖЭТФ, 1960, т.38, № 6, с.1840.
10. А.А.Веденов, Р.З.Сагдеев. // Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. М.: Изд. АН СССР, 1958, т.3, с.278.
11. T.H.Stix. // The theory of plasma waves. New York–San Francisco–Toronto–London: McGraw–Hill book comp., 1962.
12. Н.С.Джалилов, В.Д.Кузнецов. // Физика плазмы, 2013, т.39, №12, с.1122.