О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ АККРЕЦИОННЫХ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ДИСКОВ

Е.П.Курбатов, Д.В.Бисикало, П.В.Кайгородов

Институт астрономии РАН (ИНАСАН)
E-mail: kurbatov@inasan.ru, bisikalo@inasan.ru, pasha@inasan.ru

Аннотация. Проведено сравнение локального и глобального методов анализа малых возмущений в рамках задачи об исследовании неустойчивости в аккреционном диске в двойной звёздной системе без магнитного поля.

1. Введение

Одним из приближённых методов исследования развития неустойчивостей в сплошных средах является локальный анализ возмущений. Суть этого подхода заключается в том, что описание явления даётся в достаточно малой пространственной области и на достаточно коротком промежутке времени. Эффектами, причина которых лежит вне этих интервалов, обычно пренебрегают. Если рассматривать неустойчивость как следствие роста малых возмущений, то уравнения, которые описывают это явление, в общем случае могут содержать как члены, которые соответствуют невозмущённому состоянию — «фону», так и члены, которые описывают взаимодействие возмущений с фоном и между собой, а также внешние силы.Пренебрегая одними или другими членами мы получаем множество приближённых описаний, имеющих, вообще говоря, различные области применимости.

Выбор конкретного приближения с учётом всех ограничений может оказаться нетривиальной задачей. Например, спектральный анализ для малых возмущений подразумевает использование бесконечно протяжённых мод, что, строго говоря, не согласуется с локальным подходом. Также при выполнении анализа необходимо исключить все мнимые неустойчивости — такие, которые могут быть устранены калибровочными преобразованиями. Преимущество локального приближения состоит в том, что его использование значительно облегчает физическую интерпретацию.

Глобальные методы анализа отличаются большей строгостью, но результаты, полученные на их основе, труднее интерпретировать. Эти методы могут потребоваться в тех случаях, когда важны граничные условия и/или необходимо проследить эволюцию возмущений на протяжении многих динамических времён.

Учитывая сложности глобальных методов, представляется интересным рассмотреть возможность использования локальных методов для анализа развития неустойчивости в аккреционном диске в двойной звёздной системе без магнитного поля.

2. Постановка задачи

Результаты трёхмерного численного моделирования, показывают, что приливное гравитационное воздействие звезды-донора в двойной системе может вызывать появление в холодном диске (с температурой $\sim 10^4$K) волны плотности прецессионного типа [1], которая представляет собой сильно закрученную однорукавную спираль (рис. 1). Волна характеризуется большими градиентами плотности и скорости, что может способствовать появлению гидродинамической неустойчивости [2]. Воспользуемся приближением двумерной гидродинамики, проведя интегрирование трёхмерных уравнений вдоль вертикальной координаты [3]. Это оправдано, т. к. диск является геометрически тонким (отношение толщины к радиусу менее 0.01), а возмущения, которые распространяются в направлении, ортогональном диску, являются чисто звуковыми и не могут изменить картину неустойчивости в газовом диске.

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} + \nabla(\sigma V) = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V\nabla)V = -\nabla\Phi_1 - \nabla\Phi_2 - c_{\mathrm{T}}^2\nabla ln(\Omega_{\mathrm{K}}\sigma), \qquad (2)$$

где σ— поверхностная плотность; $V = ue_r + ve_\varphi$— вектор скорости;Φ_1,Φ_2— гравитационные потенциалы аккретора и донора; c_{T}—скорость звука; Ω_{K}— кеплеровская угловая скорость относительно аккретора. Положим, что отношение масс звёзд мало́ и положение центра масс двойной системы совпадает с положением аккретора. Наложим малые возмущения и проведём стандартную процедуру линеаризации уравнений (1) и (2), пользуясь подстановками: $\sigma_0 \to \sigma_0(1+\delta)$, $u \to u_0 + u$ и $v \to \Omega_0 r + v$, где $|\delta| \ll 1$,$|u| \ll |u_0|$ и $|v| \ll |\Omega_0 r|$; величины с индексом «0» соответствуют невозмущённому решению, в качестве которого примем результат численного моделирования аккреционного диска в двойной системе [1]. Ввиду сильной закрутки прецессионной волны, невозмущённое состояние диска будем считать приближённо осесимметричным, независимо для каждого радиального направления. Уравнения для осесимметричных возмущений принимают вид:

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} + u_0\frac{\partial\delta}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\frac{\partial ln\,\sigma_0}{\partial r} + \frac{1}{r}\right)u = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u_0\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial u_0}{\partial r}u + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_0}{\partial r} - 2\Omega_0\right)v + c_{\text{T}}^2\frac{\partial\delta}{\partial r} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u_0\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u_0}{r}v + \frac{\kappa_0^2}{2\Omega_0}u = 0. \tag{5}$$

Здесь κ_0— эпициклическая частота, $\kappa_0^2 = 2\Omega_0^2(2 + dln\,\Omega_0/d\,lnr)$.

3. Локальный анализ

Представим возмущения в диске в виде плоских волн, $f(t,r) = \tilde{f}exp(-i\omega t + ikr)$ и запишем формальное дисперсионное уравнение для системы (3-5), полагая, что длина волны возмущения много меньше размера диска $2\pi/k \ll r$:

$$\omega_\pm = u_0k - \frac{i}{2}\frac{\partial u_0}{\partial r} \pm \left[c_{\text{T}}^2k^2 + \kappa_0^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial u_0}{\partial r}\right)^2 - ic_{\text{T}}^2\frac{\partial ln\sigma_0}{\partial r}k\right]^{1/2} = 0 \tag{6}$$

Одним из часто используемых методов анализа возмущений является приближение WKB. По условиям его применимости, из правой части этого дисперсионного соотношения должны быть исключены все члены, характерный масштаб изменения которых превышает длину волны, поскольку в этом случае их можно учесть в виде множителей к возмущениям. В нашей постановке задачи условию малости не удовлетворяет лишь слагаемое $\propto (\partial\,u_0/\partial\,r)^2$ в выражении под корнем — ввиду большой величины градиента скорости на прецессионной волне, вклад от этого члена становится сравним со вкладом от «звукового» члена $c_{\text{T}}^2k^2$. Ранее в ряде работ по исследованию ГД и МГД неустойчивостей был предложен т. н.

метод расчётного бокса (shearingbox) [4]. В этом методе явным образом выделяют влияние внешних сил на локальные свойства возмущений, вводя ограничение только на их длину волны, но не на величину вклада со стороны внешних сил. В рассматриваемом нами случае внешние силы в соотношении (6) представлены эпициклическим членом κ_0^2и градиентом радиальной скорости:

$$\omega_{\pm} = u_0 k \pm \left[c_{\mathrm{T}}^2 k^2 + \kappa_0^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial u_0}{\partial r}\right)^2\right]^{1/2} = 0. \quad (7)$$

Эпициклический член отвечает за появление хорошо известной релеевской (Rayleigh) неустойчивости [4], которая возникает, когда логарифмический наклон $dln\,\Omega_0/d\,lnr$кривой вращения газа становится меньше-2. В нашем случае этот член имеет лишь небольшой стабилизирующий эффект. Член с градиентом скорости всегда оказывает дестабилизирующее влияние. Как видно из ур-я (6), неустойчивость возникает, если изменение скорости на масштабе одной длины волны возмущения — одного порядка или превышает скорость звука.

4. Глобальный анализ

Рассмотрим общий интегральный метод для анализа устойчивости [5]. В этом методе уравнения газовой динамики формулируются через вектор смещения элемента газаξ:

$$\Delta\sigma + \sigma_0 \nabla\xi = 0, \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0\nabla\right)^2 \xi = -\Delta\left(c_{\mathrm{T}}^2 \nabla ln\sigma + \nabla\Phi_1 + \nabla\Phi_2\right), \quad (9)$$

где оператор лагранжевой разности Δ определяется как $\Delta f(t,r) = f(t,r) - f_0(t,r) + \xi\nabla f_0(t,r) + O(|\xi|^2)$. Последующий анализ проводится в предположении о том, что величина смещения мала. Зададим смещения в виде $\xi \to exp(i\omega t)\xi$. Линеаризованные ур-я (8-9) домножим на ξ^+и, проинтегрировав по объёму, получим дисперсионное соотношение в виде $-A\omega^2 + B\omega + C = 0$, где A, B и C состоят из невозмущённых величин и их производных. Необходимым и достаточным условием развития неустойчивости является условие, налагаемое на дискриминант ур-я: $B^2 + 4AC < 0$. В нашей постановке задачи это условие можно записать в виде [2]

$$(\int dE)^{-1}\left[\int \frac{dE}{\lambda}\frac{u_0}{c_\text{T}}\right]^2 + \int \frac{dE}{\lambda^2}\left(1-\frac{u_0^2}{c_\text{T}^2}+\frac{\lambda^2}{h^2}\right) < 0, \quad (10)$$

где $dE = drr\sigma_0|\xi|^2$; $\lambda = |\xi|^2/\Im\,(\xi d\,\xi^*/dr)$; $h = c_\text{T}/\Omega_\text{K}$. Для того, чтобы неравенство (10) было верным, необходимо выполнить два условия: а) первое слагаемое, которое вносит положительный вклад, должно быть мало — это достигается, если радиальное движение в диске отсутствует, или среднее значение скорости по диску мало; б) второе слагаемое должно быть отрицательным — это верно, если масштаб переменности возмущений меньше толщины диска ($\lambda < h$) и если радиальная скорость в достаточно большой области превышает скорость звука. Оба эти условия выполняются в нашей задаче. Численные оценки интегралов в выражении (10) показывают, что типичное значение величины $1 + 4\,AC/B^2$ имеет порядок -1.

5. Выводы

Рассмотрено два метода анализа малых возмущений в задаче об анализе устойчивости аккреционного диска: локальный метод расчётного бокса [4] и глобальный интегральный метод [5]. Оба метода обнаруживают наличие неустойчивости. Локальный анализ показал, что непосредственной причиной развития неустойчивости является большой градиент радиальной скорости в фоновом распределении газа: неустойчивость возникает, когда изменение скорости на масштабе длины волны возмущения — порядка или превышает скорость звука. Таким образом, можно сделать вывод, что при корректной формулировке применение локальных методов для задач о развитии неустойчивости вполне оправдано и даёт возможность найти физическую причину неустойчивости.

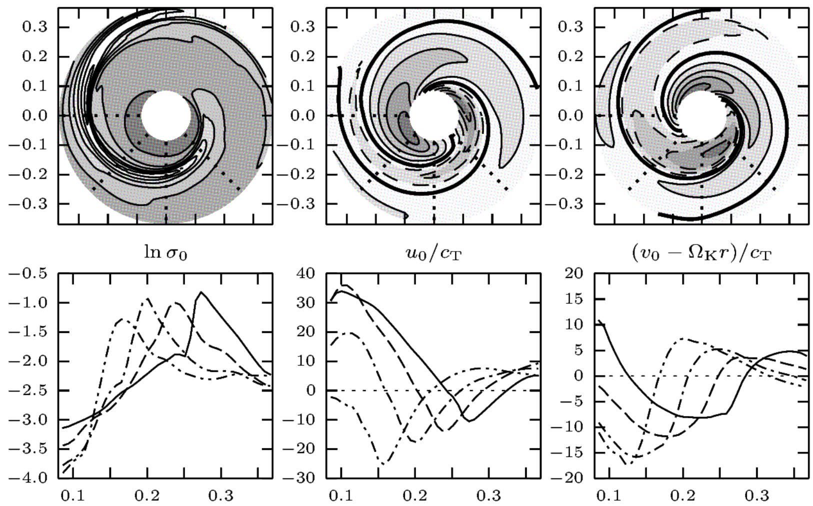

Рис. 1. Распределение поверхностной плотности, радиальной и угловой скорости по диску — верхняя строка, и вдоль выбранных радиальных направлений (обозначены пунктиром) — нижняя строка.

Литература

1. Д.В.Бисикало и др. // Астрон. журн., 2004, **81**, 494
2. Е.П.Курбатов, Д.В.Бисикало, П.В.Кайгородов // УФН, 2014, **8**, 851
3. Н.Н.Горькавый, А.М.Фридман, Физика планетных колец: Небесная механика сплошной среды. М.: Наука, 1994.
4. S.A.Balbus, J.F.Hawley, J.M.Stone // ApJ, 1996, **467**, 76
5. D.Lynden-Bell, P.Ostriker // MNRAS, 1967, **136**, 293