

# НЕЛИНЕЙНЫЕ МГД СТРУКТУРЫ В ОБЛАСТЯХ СОЛНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЫ С МАГНИТОАКУСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ

Молевич Н. Е., Завершинский Д. И., Кренц А. А., Пахомов А. В.,  
Рящиков Д. С., Макарян В. Г.

Физический институт имени П.Н. Лебедева РАН Самарский  
филиал  
Самарский Государственный Аэрокосмический Университет  
E-mail: molevich@fian.smr.ru

**Аннотация.** Получено уравнение, описывающее эволюцию быстрых и медленных магнитоакустических волн в тепловыделяющем полностью ионизованном газе. В качестве модельной среды рассмотрена солнечная корона. Определена форма и параметры магнитоакустического импульса, являющегося в условиях магнитоакустической неустойчивости автоволновым решением этого уравнения. Показано, что в акустически активной тепловыделяющей ионизованной среде возможна параметрическая генерация альфвеновских волн, распространяющихся параллельно и антипараллельно магнитному полю. Усиление происходит, благодаря параметрической перекачке энергии альфвеновским волнам от неустойчивых магнитоакустических волн. Обсуждается возможность генерации в таких средах спиральных автоволн, как результат действия двух типов неустойчивостей

## 1. Математическая модель

Структура и свойства газодинамических возмущений в проводящей тепловыделяющей среде в присутствии магнитного поля описывается системой магнитогазодинамических (МГД) уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \text{rot}[\vec{V} \times \vec{B}], \quad \text{div} \vec{B} = 0, \quad \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\nabla P - \frac{1}{4\pi} \cdot \text{rot}[\vec{B} \times \vec{B}], \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} &= 0, \quad C_{v\infty} \rho \frac{dT}{dt} - \frac{k_B \cdot T}{m} \cdot \frac{d\rho}{dt} = -\rho \mathfrak{Z}(\rho, T), \\ P &= \frac{k_B \cdot T \cdot \rho}{m}, \quad \mathfrak{Z}(\rho, T) = L(\rho, T) - Q(\rho, T),\end{aligned}$$

где  $\mathfrak{Z}(\rho, T) = L(\rho, T) - Q(\rho, T)$ ,  $L(\rho, T), Q(\rho, T)$  - функции описывающие охлаждение и нагрев среды, зависящие от её плотности  $\rho$  и температуры  $T$ ,  $\rho_0, T_0$  - стационарные значения плотности и температуры,  $Q_0 = Q(\rho_0, T_0)$ ,  $-\rho\mathfrak{Z}(\rho, T)$  - обобщенная функция тепловых потерь, широко применяемая при исследовании тепловых неустойчивостей. Эта функция феноменологически учитывает как мощность охлаждения в среде в расчёте на единицу объёма (например, излучательной природы), так и мощность нагрева среды, в результате различных экзотермических процессов. В стационарных условиях  $\mathfrak{Z}(\rho_0, T_0) = 0$ .

## 2 Автоволновой импульс

Условие усиления магнитоакустических волн в идеальной МГД тепловыделяющей среде совпадает с условием акустической неустойчивости [10-12]

$$[\mathfrak{Z}_{0\rho}/(\gamma_\infty - 1) + \mathfrak{Z}_{0T}] < 0 \quad (1)$$

$$\mathfrak{Z}_{0T} = \frac{T_0}{Q_0} \left( \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial T} \right)_{\rho=\rho_0, T=T_0}, \quad \mathfrak{Z}_{0\rho} = \frac{\rho_0}{Q_0} \left( \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_0, T=T_0}$$

В [1] было показано, что эта неустойчивость приводит к формированию сильно асимметричного автоволнового импульса с разрывным передним и экспоненциальным задним фронтом. Для случая слабой дисперсии  $|\beta| = |c_{0f,s}^2 - c_{\infty f,s}^2| / c_{\infty f,s}^2 \sim \varepsilon \ll 1$ , где  $\varepsilon$  - величина первого порядка малости.

Этот импульс описывается обобщенным нелинейным акустическим уравнением. с точностью до величин второго малости по амплитуде ( $\zeta = (z - c_{\infty f,s}t) / c_{\infty f,s}\tau$ ,  $Y = \varepsilon t / \tau$ )

$$\left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial Y} + \frac{\Psi_\infty}{2} \frac{\partial \tilde{\rho}^2}{\partial \zeta} \right)_\zeta - \frac{C_{V0}}{C_{V\infty}} \left( \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial Y} + \frac{\beta \Xi_\infty}{4} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \zeta} + \frac{\Psi_0}{2} \frac{\partial \tilde{\rho}^2}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad \tau = \frac{k_B \cdot T_0}{m \cdot Q_0}, \quad \Xi_\infty = \left( 1 \pm \frac{c_\infty^2 - c_a^2 \cos 2\alpha}{\sqrt{c_\infty^4 + c_a^4 - 2c_\infty^2 c_a^2 \cos 2\alpha}} \right)$$

$$c_0^2 = C_{P0} k_B T_0 / m C_{V0} = \gamma_0 k_B T_0 / m,$$

$$\begin{aligned}
c_\infty^2 &= C_{P\infty} k_B T_0 / m C_{V\infty} = \gamma_\infty k_B T_0 / m \\
\Psi_\infty &= \frac{c_\infty^2 (\gamma_\infty + 1) (c_{\infty f,s}^2 - c_{az}^2)}{2c_{\infty f,s}^2 (2c_{\infty f,s}^2 - c_\infty^2 - c_a^2)} + \frac{3(c_{\infty f,s}^2 - c_\infty^2)}{2(2c_{\infty f,s}^2 - c_\infty^2 - c_a^2)}, \\
c_{az}^2 &= c_a^2 \cos^2 \alpha, \\
\Psi_0 &= \frac{c_0^2 (2\gamma_0 - 1) (c_{0f,s}^2 - c_{az}^2)}{c_{0f,s}^2 \gamma_0 (2c_{0f,s}^2 - c_0^2 - c_a^2)} + \frac{3(c_{0f,s}^2 - c_0^2)}{2(2c_{0f,s}^2 - c_0^2 - c_a^2)} - \\
&\frac{c_0^2 (c_{0f,s}^2 - c_{az}^2)}{2c_{0f,s}^2 \gamma_0 \mathfrak{T}_{0T} (2c_{0f,s}^2 - c_0^2 - c_a^2)} \left[ \frac{\mathfrak{T}_{0TT} (\gamma_0 - 1)^2 + \mathfrak{T}_{0PP}}{+ 2\mathfrak{T}_{0PT} (\gamma_0 - 1)} \right] \\
c_{0f,s}^2 &= 0.5(c_0^2 + c_a^2 \pm \sqrt{c_0^4 + c_a^4 - 2c_0^2 c_a^2 \cos 2\alpha}), \\
c_{\infty f,s}^2 &= 0.5(c_\infty^2 + c_a^2 \pm \sqrt{c_\infty^4 + c_a^4 - 2c_\infty^2 c_a^2 \cos 2\alpha}), \\
C_{V0} &= \frac{k_B \mathfrak{T}_{0T}}{m}, \quad C_{P0} = \frac{k_B \cdot (\mathfrak{T}_{0T} - \mathfrak{T}_{0P})}{m}.
\end{aligned}$$

$c_0, c_\infty$  - низкочастотная и высокочастотная скорости звука,  $c_{0f,s}$ ,  $c_{\infty f,s}$  - низкочастотная и высокочастотная скорости магнитоакустических волн, индексы  $f,s$  соответствуют быстрой (знак "+") и медленной (знак "-") магнитоакустическим волнам. Выражение для низкочастотной скорости звука совпадает с [2].

Заметим, что полученное здесь уравнение (2) существенно отличается от полученного в высокочастотном приближении нелинейного магнитоакустического уравнения [3], так как оно способно адекватно описать также и низкочастотную часть спектра, а также нелинейную передачу энергии вверх по спектру.

Уравнение для магнитоакустических волн (1) по форме совпадает с обобщенным нелинейным акустическим уравнением тепловыделяющей среды [2], решения которого подробно исследованы в этой работе.

При условии (1), уравнение (2) имеет автомодельное решение в виде сильно асимметричного импульса

$$\tilde{\rho}(z) = \begin{cases} \rho_p \exp[(Z - Z_0) C_{V0} \Psi_0 / 2\Psi_\infty C_{V\infty}] & Z \leq Z_0 \\ 0 & Z > Z_0 \end{cases}, \quad (3)$$

бегущего со скоростью  $w = w_p = \beta \Xi_\infty \Psi_\infty / 2(2\Psi_\infty - \Psi_0)$ . Импульс (3) имеет разрывной фронт и экспоненциальный спад возмущения за фронтом.  $Z = \zeta - wY$ ,  $Z_0$  соответствует положению фронта. Амплитуда импульса  $\rho_p = 2w_p / \Psi_\infty = \beta \Xi / (2\Psi_\infty - \Psi_0)$ .

Важно, что амплитуда, скорость, форма полученного магнитоакустического импульса определяются только параметрами тепловыделяющей среды, величиной и направлением вектора индукции магнитного поля, поэтому он является автоволной, в отличие, например, от солитона, описываемого уравнением Кортевега - де Вриза - Бюргерса.

## 2. Параметрическая генерация альфвеновских волн

Стационарная система уравнений, описывающая параметрическую генерацию альфвеновских волн в поле мощной акустической волны с амплитудой  $C_2$  имеет вид

$$\frac{\partial C_0}{\partial z} = i\tilde{A}C_2C_1^*, \quad \frac{\partial C_1}{\partial z} = -i\tilde{A}C_2C_0^*, \quad C_2 = C_{20} \cdot e^{-\alpha z},$$

$$C_{20} = const, \quad \tilde{A} = A/c_a, \quad (4)$$

с граничными условиями  $C_1(L) = C_{10}$ ,  $C_0(0) = C_{00}$ ,  $C_0, C_1 \ll C_2$ .

В результате получаем решение (4) для амплитуд альфвеновских волн, распространяющихся параллельно и антипараллельно магнитному полю [4]

$$C_1 = \frac{C_{10} \cos[\Psi(z)] - iC_{00} \sin[\Psi(z) - \Psi(L)]}{\cos[\Psi(L)]},$$

$$C_0 = \frac{C_{00} \cos[\Psi(z) - \Psi(L)] + iC_{10} \sin[\Psi(z)]}{\cos[\Psi(L)]},$$

где  $\Psi(z) = \tilde{A}C_{20}(1 - e^{-\alpha z})/\alpha$ .

Обе волны нарастают в противоположных направлениях и через нелинейную связь создают положительную обратную связь друг для друга. Амплитуды полей на выходе имеют вид

$$C_1(0) = (C_{10} + iC_{00} \sin[\Psi(L)]) / \cos[\Psi(L)],$$

$$C_0(L) = (C_{00} + iC_{10} \sin[\Psi(L)]) / \cos[\Psi(L)].$$

Если

$$\tilde{A}C_{20}(1 - e^{-\alpha L}) / \alpha = \pi/2,$$

то альфвеновские волны, бегущие навстречу друг другу, одновременно нарастают до бесконечности. Откуда, условие

$$\alpha_{th} = \Omega + W[-\Omega L \cdot \exp(-\Omega L)] / L, \quad \Omega = 2\tilde{A}C_{20} / \pi \quad (5)$$

определяет порог параметрической генерации. Реальная амплитуда сигнала будет резко возрастать при значении инкремента усиления, определяемого выражением (5), оставаясь ограниченной из-за истощения волны накачки вследствие нелинейного взаимодействия волн. Подобный параметрический генератор с обратной волной описан ранее для случая взаимодействия электромагнитных волн [5].

### 3. Спиральные волны в атмосфере солнца

Мы предполагаем рассмотреть двумерную структуру формирующихся нелинейных автоволновых и вихревых магнитогидродинамических структур в областях с одновременным развитием двух видов неустойчивостей (Андропова-Хопфа и тепловой) и сравнить с регистрируемыми экспериментально квазипериодическими и вихревыми волнами. Наша гипотеза базируется на общих свойствах спонтанно рождаемых спиральных волн в системах реакция – дифракция (диффузия) и современных снимках солнечной хромосферы (рисунок 1)

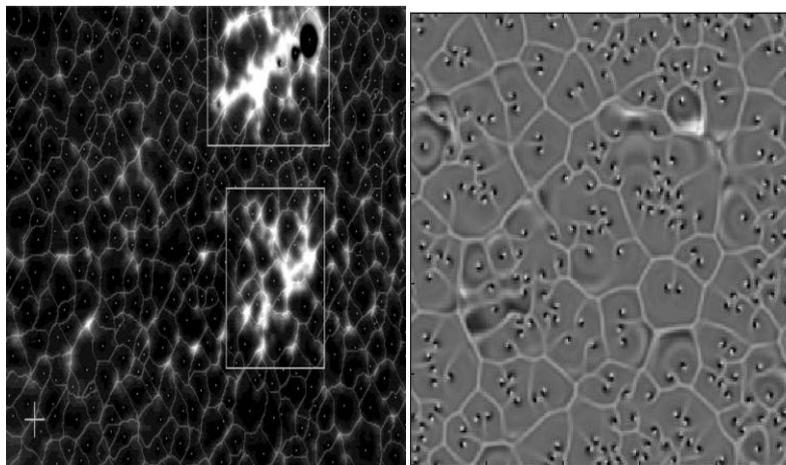


Рисунок 1 Наблюдаемый вид хромосферной сетки [6] (слева) и расчётный вид (справа) типичных спиральных волн в системе реакция-дифракция (расчёт выполнен на основе авторского программного комплекса).

Работа поддержана Минобрнауки РФ в рамках в рамках Программы повышения конкурентоспособности СГАУ на 2013-2020 гг. и Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности, проекты № 102, 608, 1451, грантами РФФИ 13-01-97001, 13-01-97005, 14-02-97030 р\_поволжье\_a.

#### Литература

1. Завершинский Д.И., Молевич Н.Е. // Письма ЖТФ. 2013. Т. 39. № 15. С. 18-25.
2. Molevich N.E., Zavershinsky D.I., Galimov R.N., Makaryan V.G. // Astrophysics and Space Science. 2011. V. 334. Iss. 1, P. 35-44.
3. Nakariakov, V M.; Mendoza-Briceño, C A.; Ibáñez S., Miguel H. // Astrophysical Journal. 2000. V. 528, Iss. 2. P. 767-775.
4. Завершинский Д.И., Молевич Н.Е. // Письма ЖТФ. 2014. Т. 40. № 16. С. 50-57.
5. Шен И. Р. // Принципы нелинейной оптики. М.: Наука. 1989. Г. 9. С. 144.
6. Hagenaar H.J., Schrijver C.J., Title A.M. // Astrophys. J. 481 (1997) 988.