Секция 3. Турбулентность в плазме, атмосфере и магнитной гидродинамике (The turbulence in plasmas and in the atmosphere and MHD-turbulence)

КРУПНОМАСШТАБНЫЕ ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ И КВАЗИБОМОВСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ.

О.Г.Бакунин, И.О.Бакунина.

НИЦ Курчатовский Институт, Институт физики токамаков;
Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова, Физический факультет.

Аннотация. Рассмотрены эффекты длинных корреляций, в высокотемпературной замагниченной плазме токамака при эволюции дрейфовой турбулентности. Возникающие на фоне конвективных ячеек вихревые структуры описываются в рамках перколяционной модели. Показано, что эффективный коэффициент диффузии имеет вид, характерный для бомовского скейлинга, однако содержит фактор, существенно уменьшающий его амплитуду. Предлагаемая формула занимает промежуточное положение между скейлингами Бома и гиро-Бома, что устраняет существующие в настоящее время противоречия. Полученное с помощью нового скейлинга время удержания плазмы хорошо согласуется с современными экспериментальными данными.

Вопрос о переносе частиц и тепла в токамаке является одним из самых важных, поскольку характерное время удержания плазмы τ_E, входящее в критерий зажигания термоядерной реакции Лоусона $n\tau_E > 3\times10^{20}\frac{c}{м^3}$, можно оценить через коэффициент эффективного переноса $\tau_E \propto \frac{r_0^2}{D_{eff}(B_0,T_p)}$. Здесь n - плотность плазмы, r_0 - малый радиус токамака, B_0 - магнитное поле и T_p - температура плазмы. С точки зрения мелкомасштабной турбулентности классической оценкой турбулентного коэффициента диффузии является гиро-Бом скейлинг

$$D_{GB} \approx \left(\frac{\rho_i}{L_n}\right) D_B \approx \frac{cT_p}{eB_0}\left(\frac{\rho_i}{L_n}\right) \propto \frac{1}{B_0^2},\ D_B \approx \frac{cT_p}{eB_0}\ , \qquad (1)$$

где D_B - коэффициент диффузии Бома. Так, для $T_p = 1keV$ и $B_0 = 1T$ скейлинг Бома дает величины, на порядок превышающие наблюдаемые значения $D_T \approx 1-5\frac{м^2}{c}$. Именно поэтому полученный еще Кадомцевым гиро-скейлинг, содержащий множитель $\frac{\rho_i}{L_n} << 1$, считался более подходящим кандидатом для описания удержания плазмы. Однако зависимость от магнитного поля представляется слишком оптимистичной

$$\tau_E(B_0) \propto \frac{r_0^2}{D_{GB}(B_0)} \propto B_0^2, \qquad (2)$$

поскольку эксперименты указывают на гораздо более плавную зависимость.

Естественно, описание переноса частиц в плазме токамака требует большей детализации, основанной на учете тороидальной геометрии установки. Возникают здесь и специфические новые эффекты, связанные с тороидальным дрейфом. В таких задачах расщепление сепаратрис, ведущее в свою очередь к появлению стохастических слоев, приводит к необходимости учета специфических особенностей поведения эквипотенциалей и новых декорреляционных механизмов [1]. В терминах функции тока получаем

$$\Psi(x,y,t) = \Psi_0(x,y,t) + \Psi_1(x,y,t), \quad \langle \Psi_0 \rangle = 0. \qquad (3)$$

В рассматриваемой нами проблеме влияние турбулентных флуктуаций описывается функцией

$$\Psi_0(x,y,t) = \frac{c\tilde{\Phi}(r,t)}{B} \approx \frac{V_0}{k_\perp}. \qquad (4)$$

Вклад дрейфовых эффектов, связанных со скоростью тороидального дрейфа, описывается выражением:

$$\Psi_1(x,y,t) = U_d r\cos\left[\theta(t) + \frac{y}{r_0}\right]. \qquad (5)$$

С точки зрения скейлингового анализа мы имеем оценку отношения характерных скоростей выбранной модели $\frac{V_0}{U_d} \approx \frac{\rho_i V_{Ti}}{L_n} \cdot \frac{\omega_{Bi} R}{V_{Ti}^2} \approx \frac{R}{L_n} \approx 10 >> 1$, $\omega_{Bi} = \frac{eB}{m_i c}$, $L_n = \frac{n}{\nabla n} \approx 15 см$, где мы использовали соотношение для возмущения потенциала, впервые предложенное Кадомцевым $T\,\nabla n \approx e n \nabla\tilde{\Phi}$, предполагающее, что электроны быстро приходят к равновесию и задача описания переноса сводится к исследованию диффузии ионов. Тогда несложно получить оценку для величины флуктуации потенциала

$$\frac{e\tilde{\Phi}}{T} \approx \frac{\delta n}{n} \approx \frac{\rho_i}{L_n} \approx \frac{1}{k_\perp L_n} \;. \qquad (6)$$

Заметим, что мы приняли одинаковыми по порядку величины характерные частоты (стохастический резонанс), связанные со временем декорреляции дрейфовой турбулентности ω и частотой, характеризующей тороидальное движение частиц $\omega_z = \frac{V_{//}}{qR}$. Декорреляционный механизм в рассматриваемой нами постановке непосредственно связан как с наличием дрейфа, вызывающего перезамыкания эквипотенциалей, так и с перестройкой топологии в условиях низкочастотной турбулентности. Мы введем коэффициент гамильтоновой диффузии D_Ψ, учитывающий оба эти фактора [1]:

$$D_\Psi \approx (\delta\Psi)^2 \omega \approx U_d^2 a(\varepsilon)^2 \omega, \qquad (7)$$

Здесь $a(\varepsilon) \approx \lambda|\varepsilon|^{-\nu}$ - корреляционный масштаб в перколяционном приближении. Условие перенормировки для малого параметра запишем в форме $\tau_\Psi(\varepsilon_*) = \tau_B(\varepsilon_*)$ [1]

$$\frac{(\varepsilon_* \lambda V_0)^2}{U_d^2 a(\varepsilon_*)^2 \omega} = \frac{L(\varepsilon_*)}{V_0}, \qquad (8)$$

где использованы обозначения $\tau_\Psi(\varepsilon) \approx \dfrac{\Delta^2}{D_\Psi(\varepsilon)}$, $\tau_B(\varepsilon) \approx \dfrac{L(\varepsilon)}{V_0}$.

Здесь Δ - ширина перколяционного слоя. Решение уравнения получаем в форме скейлинга:

$$\varepsilon_* \approx \left(\frac{U_d}{V_0}\right)^{\frac{2}{3(1+\nu)}} \left(\frac{1}{Ku}\right)^{\frac{1}{3(\nu+1)}} \propto U_d^{\frac{2}{7}} V_0^{-\frac{3}{7}} \omega^{\frac{1}{7}}, \;\; \nu = 4/3. \quad (9)$$

В итоге приходим к формуле для эффективного коэффициента переноса, учитывающего дрейфовые движения в низкочастотном перколяционном режиме,

$$D_{eff} \propto D_{Plato} \left(\frac{V_0}{U_d}\right)^{\frac{22}{21}} \left(\frac{1}{Ku}\right)^{\frac{10}{21}}, \; D_{Plato} \propto U_d^2 \tau_B \;\; . \quad (10)$$

В условиях плазмы токамака $Ku \approx \dfrac{V_0}{\lambda\omega} \approx 5$, $\dfrac{V_0}{U_d} \approx 10$, и, следовательно, перенос действительно превышает традиционные неоклассические значения в режимах, где частота столкновения не существенна $D_{eff}(Ku, V_0, U_d) \approx 5 D_{Plato}$.

Представленный перколяционный скейлинг, учитывающий дрейфовые эффекты и низкочастотную турбулентность, позволяет получить более плавную зависимость от магнитного поля и, в тоже время, содержит понижающий фактор

$$D_{eff} \approx V_0 \Delta \approx \lambda V_0 \left(\frac{\Delta}{\lambda}\right) \approx D_B \left(\frac{\Delta}{\lambda}\right), \; \frac{\Delta(\varepsilon)}{\lambda} \approx \varepsilon << 1 \quad (11)$$

Типичные параметры структур можно оценить по порядку величины ($U_d \approx 10^3 \dfrac{м}{с}, \lambda \approx 10^{-2} м, V_0 \approx 10^{-4} \dfrac{м}{с}$). Действительно, вычисления дают

$$D_{eff} \approx \lambda V_0 \left(\frac{\lambda\omega}{V_0}\right)^{1/7} \left(\frac{U_d}{V_0}\right)^{2/7} \propto \frac{1}{B_0^{6/7}}, \quad (12)$$

где λV_0 по прядку величины соответствует бомовской оценке. В итоге получаем $\tau_E(B_0) \propto \dfrac{r_0^2}{D_{eff}(B_0)} \propto B_0^{6/7}$. Интересно сравнить полученные теоретические результаты с данными экспериментов на современных токамаках. Так на токамаке JET получен скейлинг $\tau_{JET} \propto B_0^{0.26}$ [1, 2]. В рамках «одномашинных скейлингов» [2] нужно учесть инвариантность параметров

$$\beta_{ex} = \frac{nT_p}{B_0^2} = const\,, \nu_{ex} = \frac{n}{T_p^{\ 2}} L_{ex} = const\,,$$

которая приводит к зависимостям для температур и плотности плазмы в форме $T_p \propto B_0^{2/3}$, $n \propto B_0^{4/3}$. Тогда для гиро-бомовского скейлинга получаем $\tau_E \propto B_0$, для формулы Бома $\tau_E \propto B_0^{0.333}$, а для перколяционной модели $\tau_E \propto B_0^{\ 0.285}$.

Несложно заметить, что перколяционный подход, позволяющий учесть влияние на перенос крупномасштабных структур, возникающих в плазме, обеспечивает лучшую аппроксимацию. Заметим что даже незначительное (15-20%) ухудшение удержания плазмы способно воспрепятствовать достижению термоядерного зажигания в строящемся токамаке ITER – Международном экспериментальном термоядерном реакторе [3].

Литература

1. Бакунин О.Г. Перестройка топологии линий тока и модели турбулентного переноса. УФН, Т 183, № 3, 2013.
2. Днестровский Ю.Н. Самоорганизация горячей плазмы, М.НИЦ «Курчатовский институт», 171 стр. 2013.
3. ITER Physics Basis, Nuclear Fusion v. 47, p.S1, 2007.