

ПРЯМОЙ РАСЧЕТ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ ЧЕРЕЗ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

Д. Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова

E-mail: jlenko@imec.msu.ru

Аннотация. Представлены результаты численного исследования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое. Рассматриваются течения, формирующиеся при встречном вращении границ. Переход к турбулентности происходит под влиянием периодического изменения угловой скорости вращения внешней сферы, угловая скорость вращения внутренней сферы остается постоянной. В полученных решениях наблюдается перемежаемость типа "цикл-хаос" в виде произвольного чередования во времени ламинарных и турбулентных режимов, пространственно занимающих всю область течения. Установлены причины перехода к турбулентности и появления перемежаемости при рассматриваемом переходе.

1. Введение

Формирование турбулентных течений часто сопровождается перемежаемостью типа «цикл-хаос», представляющей собой произвольное чередование ламинарных и турбулентных участков в пространственной структуре течений. Такая перемежаемость наблюдается как в течениях в трубах [1], так и в течениях, формируемых встречным движением границ – цилиндрическом [2] и плоском [3,4] течениях Куэтта. Иная ситуация складывается при встречном движении границ в сферическом течении Куэтта (СТК) - течения вязкой несжимаемой жидкости под действием вращения концентрически расположенных сфер вокруг общей оси. В этом случае перемежаемость может наблюдаться в виде чередования ламинарных и турбулентных участков во времени. Чередование во времени обеспечивается изменением пространственной структуры течения во всей занимаемой области. Такой эффект наблюдался при переходах к хаосу, инициируемых как увеличением скорости вращения внутренней сферы [5], так и периодическим изменением

скорости вращения внешней сферы [6]. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы на основе численных результатов объяснить причины перехода к хаосу и появления перемежаемости в том случае, когда переход инициирован периодическим изменением скорости вращения внешней сферы.

2. Область исследования и метод расчета

Течение вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое описывается уравнениями Навье-Стокса и неразрывности:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = U \times \text{rot}U - \text{grad}\left(\frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2}\right) - \nu \text{rotrot}U, \text{div}U = 0$$

с условиями прилипания и непротекания на границах, которые в сферической системе координат с радиальным (r), полярным (θ) и

азимутальным (φ) направлениями имеют вид:

$$u_\varphi(r = r_k) = \Omega_k(t)r_k \sin\theta, \quad u_r(r = r_k) = 0, \quad u_\theta(r = r_k) = 0,$$

$k = 1, 2$. Здесь U , p , ρ - скорость, давление и плотность жидкости, а u_φ , u_r , u_θ - соответственно, азимутальная, радиальная и полярная компоненты скорости. Скорость вращения внутренней

сферы постоянна $\Omega_1 = \text{const}$, а скорость вращения внешней

сферы Ω_2 периодически изменяется

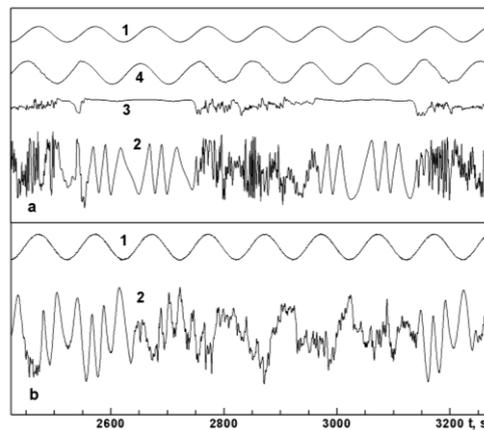
$$\Omega_2(t) = \Omega_{20}(1 + A \sin(\varphi)), \quad \varphi = 2\pi ft + \psi, \quad A, f, \Omega_{20}, \psi -$$

соответственно амплитуда, частота модуляции, средняя скорость вращения внешней сферы и начальная фаза. Вычислительный алгоритм основан на консервативной конечно-разностной схеме дискретизации уравнений Навье-Стокса по пространству и полуявной схеме Рунге-Кутты 3-ого порядка точности для интегрирования по времени [7]. Решались как полная система уравнений, так и система уравнений, описывающая стационарные течения, симметричные относительно плоскости экватора и оси вращения (далее – двумерные течения). Линейная устойчивость двумерных течений изучалась по отношению к трехмерным возмущениям в виде бегущих азимутальных волн с азимутальными числами $m = 2, 3, 4$. Система линеаризованных относительно возмущений уравнений интегрировалась по времени до выхода решения на асимптотическое поведение. Расчеты проведены при параметрах, соответствующих условиям

проведения экспериментов [6]: $\nu=5 \cdot 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$, $r_1 = 0.075\text{m}$, $r_2 = 0.15\text{m}$, $\Omega_{20} = -2\text{s}^{-1}$ ($\text{Re}_2 = -900$), $\Omega_1 = 3.68 \text{s}^{-1}$ ($\text{Re}_1 = 413$), $f = 0.01\text{Hz}$, $A \leq 0.1$. При указанных параметрах в случае отсутствия модуляции наблюдается периодическое течение, которое является результатом синхронизации частот предшествующего режима течения с тремя независимыми частотами в спектре, и эта синхронизация вызвана сближением фазовых скоростей линейных мод по величине и направлению [8]. Результаты расчета представлены ниже в зависимости от безразмерных параметров, а именно относительной толщины пограничного слоя $\delta / r_2 = (2\nu/2\pi f)^{1/2} / r_2$ и модифицированного числа Рейнольдса $\text{Re}_{m2} = (A \text{Re}_2)(\delta / r_2)$.

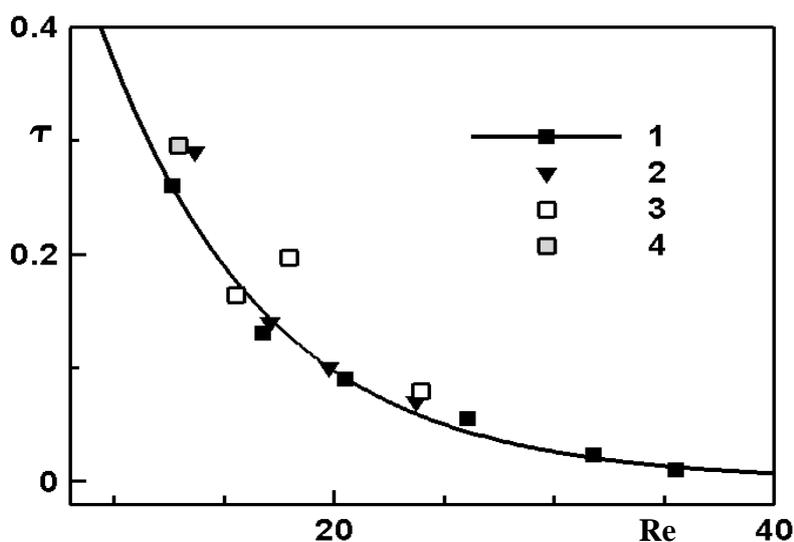
3. Результаты

При небольших амплитудах модуляции ($\text{Re}_{m2} < 13.2$) исходное периодическое течение сохраняется. Повышение амплитуды модуляции приводит к разрушению структуры исходного периодического течения и формированию хаоса. Вблизи порога формирования наблюдается перемежаемость «цикл-хаос» в виде произвольного чередования во времени ламинарных и турбулентных участков (фиг. 1).



Фигура 1. Зависимость от времени скорости вращения внешней сферы (1), азимутальной компоненты скорости течения (2), моментов сил трения на внутренней (3) и внешней (4) сферах в эксперименте (b, $\text{Re}_{m2} = 12.7$) и расчете (a, $\text{Re}_{m2} = 15.6$).

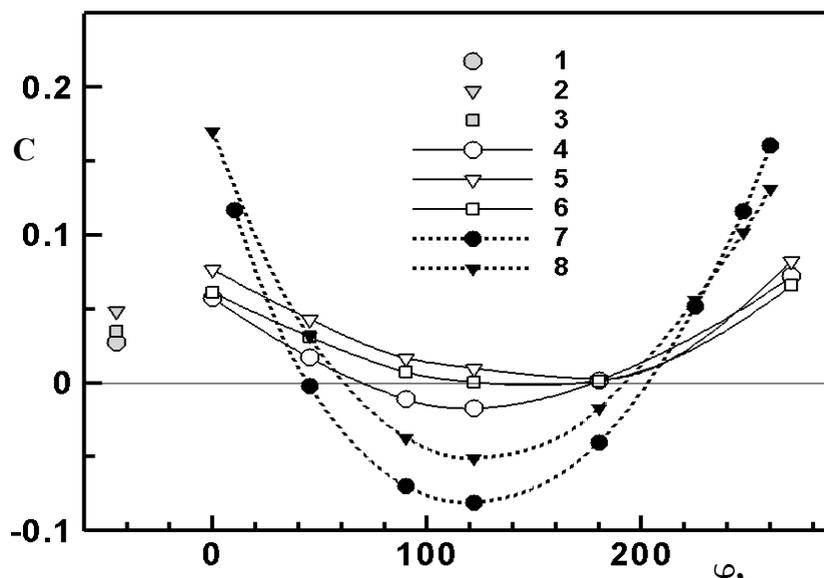
С увеличением надкритичности относительная продолжительность ламинарных участков $\tau = T_{\text{lam}} / T$ уменьшается (фиг. 2). T_{lam} – суммарная продолжительность ламинарных участков, T – общая продолжительность записи (не менее $4.5 \cdot 10^3$ s).



Фигура 2. Относительная продолжительность ламинарных участков в эксперименте (1- $\delta/r_2 = 0.27$, 2- $\delta/r_2 = 0.19$) и расчете (3 – увеличение A , 4 – уменьшение A , $\delta/r_2 = 0.27$). Сплошной линией обозначена экспоненциальная аппроксимация экспериментальных данных.

Формирование турбулентности при увеличении амплитуды модуляции может быть связано с нарушением синхронизации в исходном течении, тогда появление перемежаемости можно объяснить кратковременным созданием условий для восстановления синхронизации. С целью проверки этих предположений рассмотрим зависимость фазовых скоростей участвующих в синхронизации линейных мод от скорости вращения внешней сферы. Фазовые скорости находим из анализа линейной устойчивости в квазистационарном приближении, считая, что устойчивость определяется полем скорости только в

текущий момент времени [9,10]. Результаты использования такого подхода представлены на фигуре 3.



Фигура 3. Фазовые скорости линейных мод C_ω в зависимости от фазы скорости вращения внешней сферы φ . 1-3 ($Re_{m2} = 0$) и 4-6 ($Re_{m2} = 23.93$)—линейные моды с азимутальными числами 2,3,4 соответственно; 7-8 ($Re_{m2} = 71.8$)—линейные моды с азимутальными числами 2 и 3 соответственно.

При периодических и стационарных ($Re_{m2} = 0$) граничных условиях угловые скорости линейных мод различны, и как видно из фигуры 3, с увеличением амплитуды модуляции эти отличия увеличиваются. При этом может измениться не только величина фазовой угловой скорости, но и для отдельных мод - ее направление. Таким образом, при рассматриваемых на фигуре 3 величинах амплитуды модуляции в диапазоне фаз от 60 до 180 градусов наблюдается разнонаправленность линейных мод, и синхронизация нарушается. Нарушение синхронизации ведет к хаосу. Вне указанного выше диапазона фаз скорости линейных мод равны по величине и направлению, что ведет к восстановлению синхронизации (и исходного периодического течения). Таким образом, при рассматриваемых амплитудах

модуляции возможны два вида течений – хаотические и с синхронизацией (ламинарные), что и создает предпосылки для появления перемежаемости. Уменьшение амплитуды модуляции ведет к восстановлению одинакового для всех линейных мод направления распространения, что ведет к синхронизации и объясняет наличие критической величины амплитуды, соответствующей переходу к хаосу. Повышение амплитуды модуляции приводит к уменьшению диапазона фаз с равным направлением линейных мод, что означает уменьшение относительной продолжительности течений с синхронизацией, что подтверждается как в эксперименте, так и в расчете (фиг.2).

Проведенный анализ поведения линейных мод позволяет объяснить как сам факт появления хаотических течений с перемежаемостью, так и некоторые свойства таких течений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 14-08-00204.

Литература.

1. K. Avila et al. // Science 2011, v.333, p. 192.
2. D. Coles. // J. Fluid Mech. 1965, pt.3, p. 385.
3. S. Bottin, O. Dauchot, F.Daviaud. // Phys. Rev. Lett. 1997, v.79, № 22, p. 4377.
4. D. Barkley, L.S. Tuckerman. // Phys. Rev. Lett. 2005, PRL 94, 014502.
5. С.Я. Герценштейн, Д.Ю. Жиленко, О.Э.Кривоносова // Докл. РАН. 2003. Т.390. №4. С.478.
6. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.// Письма в ЖТФ. 2012. т.38, 9, С. 51.
7. N. Nikitin // J. Comp. Phys. 2006. 217 (2). P. 759.
8. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В.// Изв. РАН. МЖГ. 2007. №6. С.22.
9. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.// Докл. РАН. 2009. Т.429. №3. С. 332.
10. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.// Изв. РАН. МЖГ. 2011. №3. С.28.