

## **ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РЕГИСТРАЦИЮ ПРИСТЕНОЧНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ДАВЛЕНИЙ**

Е.Б. Кудашев<sup>1</sup>, Л.Р. Яблоник<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт космических исследований РАН

<sup>2</sup>НПО по исследованию и проектированию энергетического  
оборудования им. И.И. Ползунова

E-mail: [kudashev@iki.rssi.ru](mailto:kudashev@iki.rssi.ru)

**Аннотация.** Рассматривается задача о влиянии температурного поля на регистрацию турбулентных давлений. На основе представлений о частотно-волновом спектре и теории волновой фильтрации поля турбулентных пульсаций давления акустическим преобразователем конечных волновых размеров показано, что в поле пристеночных течений в широком частотно-волновом диапазоне чувствительность пьезопреобразователя пульсаций давления к температуре изменяется на несколько порядков. Влияние температурного фактора на регистрацию турбулентных давлений в области низких и средних частот спектра может оказаться значительным.

### **1. Формирование температурного сигнала пьезопреобразователей**

Физическая причина значительного влияния температурного поля состоит в том, что пьезоэлектрический преобразователь обладает также пьезоэлектрическим эффектом. Воздействие температурных флуктуаций на чувствительный пьезоэлемент преобразователя давления приводит к генерированию дополнительного электрического сигнала на выходе преобразователя. Различные источники дают отличающиеся значения чувствительности миниатюрных пьезоэлектрических преобразователей приемников давления к температуре. Для оценок можно принять, что при изменении на один градус температуры чувствительного пьезоэлемента длиной  $l = 10$  мм на выходе пьезопреобразователя развивается электрический сигнал амплитудой 1 В. В условиях эксперимента чувствительность пьезопреобразователей турбулентных пульсаций давления к температуре (термочувствительность) может значительно

отличаться от значения  $\gamma_T^\circ = 1$  В/град., так как фактически пульсации температуры в поле пристеночных течений прогревают лишь часть чувствительного пьезоэлемента, установленного в корпусе пьезопреобразователя заподлицо с обтекаемой потоком поверхностью.

Ниже анализ формирования температурного сигнала пьезопреобразователя проводится на основе представлений о частотно-волновом спектре и методов волновой фильтрации поля турбулентных пульсаций давления акустическим преобразователем конечных волновых размеров [1-4]. Рассмотрим ослабление температурной чувствительности пьезоэлектрического приемника в условиях измерения пристеночных турбулентных пульсаций давления для пьезопреобразователя стержневого типа: тонкий слой  $\delta$  пьезоэлектрического материала лежит на массивном металлическом основании. На внешнюю границу пьезокерамики в поле пристеночных течений действуют турбулентные пульсации температуры. Поле пульсаций температуры  $T$  в обтекаемом теле описывается уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T, \quad (1)$$

где  $\chi$  — коэффициент температуропроводности материала обтекаемой потоком конструкции, заподлицо с которой установлен пьезоэлектрический преобразователь давления.

В силу линейности задачи граничные условия достаточно рассмотреть в виде

$$\begin{aligned} T = T_0(\mathbf{k}, \omega) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} & \quad y = 0 \\ T \rightarrow 0 & \quad y \rightarrow -\infty. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ось  $y$  направлена в сторону потока; векторы  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{k}$  расположены в плоскости  $y=0$ . Величина  $T_0(\mathbf{k}, \omega)$  представляет собой случайную амплитуду частотно-волновой Фурье-компоненты поля пристеночных пульсаций температуры. Тогда  $T_0(\mathbf{k}, \omega, y)$  определяет распределение этой компоненты температурного поля по глубине обтекаемой конструкции.

Решение уравнения (1) при условии (2) записывается формулой

$$T(y, \mathbf{k}, \omega) = T_0(\mathbf{k}, \omega) e^{\sqrt{k^2 - i\omega/\chi} y} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \quad (3)$$

При воздействии температурного поля (3) пьезопреобразователь в силу пьезоэффекта формирует

электрический сигнал со случайной амплитудой  $S_T$ , пропорциональной средней температуре по длине пьезоэлемента  $l$ :

$$S_T(\mathbf{k}, \omega) = \gamma_{T_0} \cdot \frac{1}{e^{-l}} \int_0^l T(y, \mathbf{k}, \omega) dy = \gamma_{T_0} \cdot T_0(\mathbf{k}, \omega) \times \\ \times \frac{1 - \exp[-l\sqrt{\kappa^2 - i\omega/\chi}]}{l\sqrt{\kappa^2 - i\omega/\chi}} \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)] \quad (4)$$

Используя выражение (4), находим среднеквадратичную величину температурного сигнала, генерируемого на выходе преобразователя турбулентных пульсаций давления, порождаемого пристеночной турбулентной волной с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и частотой  $\omega$ :

$$|S_T|^2 = \gamma_{T_0}^2 \cdot T_0^2(\mathbf{k}, \omega) \frac{1 - 2e^{-\alpha} \cos \beta + e^{-2\alpha}}{R} \quad (5)$$

В выражении (5) введены следующие обозначения:

$$R = l^2 \sqrt{\kappa^4 + (\omega/\chi)^2}; \quad \varphi = \arctg(\omega/\chi\kappa^2); \quad (6) \\ \alpha = \sqrt{R} \cdot \cos(\varphi/2); \quad \beta = \sqrt{R} \cdot \sin(\varphi/2).$$

Рассмотрим полученный результат. Последний сомножитель в выражении для среднеквадратичного значения (5) температурного сигнала представляет собой температурную волновую характеристику  $S_T(\mathbf{k}, \omega)$  пьезопреобразователя турбулентных пульсаций, равную квадрату коэффициента ослабления термосигнала при волновом представлении температурного нагружения. Волновую характеристику  $S_T(\mathbf{k}, \omega)$  в пространстве волновых векторов  $\mathbf{k}$  и временных частот  $\omega$  можно рассматривать как передаточную функцию пьезопреобразователя, связывающую поле пристеночных пульсаций температуры, характеризующееся частотно-волновым спектром  $E_{TT}(\mathbf{k}, \omega)$ , и спектральную плотность температурного сигнала  $\Phi_{ss}^T(\omega)$  посредством основного соотношения волновой фильтрации:

$$\Phi_{ss}^T(\omega) = \int_{\infty} S_T(\mathbf{k}, \omega) E_{TT}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k}. \quad (7)$$

Простые оценки показывают, что в полученном выражении для передаточной функции из формулы (5)

$$S_T(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1 - 2e^{-\alpha} \cos \beta + e^{-2\alpha}}{R} \quad (8)$$

можно, как правило, пренебречь экспоненциальными членами.

Тогда при  $R \geq 50$  ослабление температурного сигнала определяется соотношением

$$S_T(\mathbf{k}, \omega) \approx \frac{1}{l^2 \sqrt{\mathbf{k}^4 + (\omega/\chi)^2}} \quad (9)$$

Из соотношения (9) очевидным образом следует, что при малых пространственных масштабах и низких частотах волновых компонент поля пристеночных пульсаций температуры ослабление температурного сигнала равно  $(\mathbf{k} \cdot l)^{-1}$  и практически не зависит от частоты и теплопроводности конструкции, обтекаемой потоком. Значение коэффициента ослабления термосигнала и, следовательно, подавление влияния температурных флуктуаций при измерении пристеночных турбулентных давлений определяется лишь затуханием температуры по длине пьезокерамического чувствительного элемента.

В противоположном случае относительно высоких частот температурного нагружения, когда выполняется условие  $\omega > \chi \mathbf{k}^2$ , ослабление температурного сигнала при измерении турбулентных давлений определяется выражением

$$S_T(\mathbf{k}, \omega) \approx \chi / \omega l^2. \quad (10)$$

Можно сделать вывод, что в этом случае доминирующим механизмом компенсации влияния температурных флуктуаций становится тепловая инерция корпуса преобразователя турбулентных пульсаций давления.

Представленный метод оценки влияния температурных флуктуаций среды на регистрацию турбулентных пульсаций давления проиллюстрируем результатами исследования волновых характеристик  $S_T(\mathbf{k}, \omega)$ .

На рис. 1. показаны результаты численного исследования волновой фильтрации турбулентных пульсаций температуры: представлены зависимости  $S_T(\mathbf{k}, \omega)$  от длины волны на частотах 1; 10;  $10^2$ ;  $10^3$  и  $10^4$  Гц. Анализ волновой фильтрации температурного поля показал, что в широком частотно-волновом диапазоне термочувствительность пьезопреобразователя изменяется на несколько порядков. При этом оценки, выполненные по представленным на рис. 1 волновым характеристикам, показывают, что влияние температурного фактора на результаты

исследований турбулентных давлений в области низких и средних частот спектра может оказаться значительным.

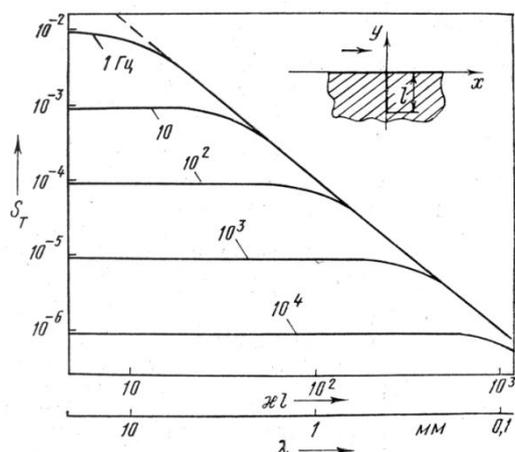


Рис.1. Ослабление влияния температурных флуктуаций.

## 2. Влияние температурных флуктуаций на регистрацию турбулентных шумов обтекания

Продемонстрируем влияние турбулентных флуктуаций температуры на измерения шумов обтекания, создаваемых турбулентными пульсациями давления в пограничном слое на теле всплывающего устройства [9]. При движении тела в жидкости с переменной вдоль траектории температурой пьезопреобразователь, установленный на обтекаемой поверхности, воспринимает температурные флуктуации. Рассмотрим случай, когда при вертикальном всплытии устройства одновременно (вдоль траектории) поле температуры можно считать однородным, и пульсации температуры представляют собой стационарный случайный процесс. В рамках модели «замороженности» уровни пристеночных пульсаций температуры и температурная неравномерность связаны простым соотношением

$$\Phi_{TT}(\omega)d\omega = E_{TT}(\kappa)d\kappa. \quad (11)$$

Здесь  $\Phi_{TT}$  — частотная спектральная плотность пристеночных пульсаций температуры;  $E_{TT}(\kappa)$  — одномерный (вдоль направления движения) пространственный спектр температурной неравномерности. Угловая частота  $\omega$  однозначно связана с

волновым числом  $\kappa$  соотношением  $\kappa = \omega/v$ , где  $v$  — скорость движения жидкости относительно приемника.

Из (11) следует связь между спектральной плотностью пристеночных пульсаций температуры и спектром градиентов температуры вдоль траектории, определяемым выражением  $E'_{TT}(\kappa) = \kappa^2 E_{TT}$ :

$$\Phi_{TT}(\omega) = \frac{v}{\omega^2} E'_{TT}(\kappa). \quad (12)$$

Последнее выражение определяет спектральные уровни пульсаций температуры на обтекаемой поверхности. При этом «эффективный» спектр  $\Phi_{TT}^{\text{эф}}(\omega)$  пульсаций температуры для реальных размеров пьезопреобразователя и не слишком низких частот ( $f \geq 0,1$  Гц) связан в силу (10) со спектром (12) простым соотношением

$$\Phi_{TT}^{\text{эф}}(\omega) = \chi/wl^2 \cdot \Phi_{TT}(\omega). \quad (13)$$

Для рассматриваемой модели пьезопреобразователя разность потенциалов  $\Delta U$ , возникающая на ее электродах при повышении температуры на  $\Delta T$ , будет равна [7]:

$$\Delta U = \frac{4\pi h}{\varepsilon} \cdot \gamma_0 \cdot \Delta T, \quad (14)$$

Тогда спектр температурного сигнала, генерируемого пьезопреобразователем при воздействии пульсаций температуры, определяется выражением

$$\Phi_{SS}^T(\omega) = \left( \frac{4\pi}{\varepsilon} \cdot l\gamma_0 \right)^2 \Phi_{TT}^{\text{эф}}(\omega), \quad (15)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость;  $\gamma_0$  — пирозлектрическая постоянная.

Используя (15), получаем с учетом (12) соотношение

$$\frac{\Phi_{SS}^T(\omega)}{\Phi_{SS}^P(\omega)} = \left( \frac{4\pi}{\varepsilon} \right)^2 \cdot \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_p} \right)^2 \cdot \frac{v\chi}{\omega^3} \cdot \frac{E'_{TT}\left(\frac{\omega}{v}\right)}{\Phi_{pp}(\omega)}, \quad (16)$$

определяющее относительный вклад температурной неоднородности среды в шумы обтекания, регистрируемые преобразователем турбулентных пульсаций давления, установленном на всплывающем устройстве. В последнем

равенстве  $\Phi_{pp}(\omega)$  — спектральная плотность пристеночных пульсаций давления;  $\gamma_p$  — чувствительность приемника к давлению.

Выражение (16) позволяет получить оценки шумов обтекания применительно к известным экспериментам Скучика с всплывающим устройством [6]. Используя представления, развитые Р.В. Озмидовым об океанской турбулентности как турбулентной, устойчиво стратифицированной среде и привлекая экспериментальные данные по вертикальным градиентам температуры в океане [8], мы показали, что на частотах около 100 Гц и скорости движения всплывающего устройства  $v \sim 10$  м/с вклад пульсаций температуры в генерируемые пьезопреобразователем сигналы обтекания может быть практически равен вкладу турбулентных пульсаций давления [5].

**Благодарность.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 13-08-90300 Абх\_а).

#### Литература

1. Maidanic G. // J. Acoust. Soc. Amer., 1967. V. 42 (5). P. 1017-1024.
2. Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р. // Акуст. журн., 1977. Т. 23. № 4. С. 615 - 620.
3. Смольяков А.В., Ткаченко В.М. Измерение турбулентных пульсаций. Л.: Энергия, 1980.
4. Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р. Турбулентные пристеночные пульсации давления. М.: Научный мир, 2007.
5. Кудашев Е.Б., Яблоник Л.Р. // Акуст. журн., 1986. Т. 32. № 1. С. 127 - 128.
6. Haddle G., Skudrzyk E. // J. Acoust. Soc. Amer., 1969. V. 46. P. 130–157.
7. Романенко Е.В. Основы статистической биогиродинамики. М.: Наука, 1976.
8. Монин А. С., Озмидов Р. В. Океанская турбулентность. Л.: Гидрометеиздат, 1981.
9. Кудашев Е.Б., Кольшницын В.А., Маршов В.П., Ткаченко В.М. Акуст. журн. 2013. Т.59. № 2. С. 211-221.