

## СПИРАЛЬНОСТЬ В АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Б.М. Копров<sup>1</sup>, В.М. Копров<sup>1</sup>, О. Г. Чхетиани<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

<sup>2</sup>Институт космических исследований РАН, Москва

Спиральностью гидродинамического поля скорости называется скалярное произведение скорости на завихренность --  $\mathbf{v} \text{rot } \mathbf{v}$ . Её интеграл при условии сходимости и при отсутствии твёрдых границ  $H_h = \int \mathbf{v} \text{rot } \mathbf{v} d^3 \mathbf{r}$  является невязким инвариантом уравнения Эйлера. Свойства спиральности связаны с заузленностью линий тока, что было наглядно показано Г.Моффатом в 1969 году [1]. При этом отметим, что в работе Е.А.Новикова (1972) [1], где обсуждались статистические свойства тензора потока вихря  $\langle v_i \Omega_j \rangle = \frac{\varepsilon_{ikl}}{4\pi} \int_V \frac{r_l}{r^3} \langle \Omega_k(x') \Omega_j(x) \rangle d^3 x'$  его диагональная часть, связанная со спиральностью не рассматривалась.

Рассмотрим баланс средней турбулентной спиральности  $H = \langle \mathbf{v} \text{rot } \mathbf{v} \rangle$  в атмосферном пограничном слое,

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} = & \frac{\partial \langle v_i v_k \rangle}{\partial x_k} \Omega_i - \langle v_i v_k \rangle \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_k} + 2\Omega_{oi} \frac{\partial E}{\partial x_i} + \beta \langle \theta \omega_z \rangle \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\langle \frac{p}{\rho} \omega_k + v_i v_k \omega_i - \frac{1}{2} \omega_k v_i v_i \right\rangle + \nu \Delta H - \bar{\eta}, \end{aligned}$$

Для стационарного состояния можно получить оценку, связывающую турбулентную спиральность с "супер-спиральностью" среднего течения --

$$H = 2K\tau \mathbf{W} (\nabla \times \mathbf{W}) - \Omega_0 \frac{dE}{dz} F(Ri). \text{ Здесь } K \text{ - турбулентная}$$

вязкость,  $\mathbf{W} = \nabla \times \mathbf{V}$ ,  $F(Ri)$  число Ричардсона,  $\tau \sim l / E^{1/2}$ . Как видно, турбулентная спиральность возникает вследствие вертикальной неоднородности и каскадным образом из спиральности крупномасштабных движений.

Для турбулентной спиральности экмановского течения,

обладающего собственной спиральностью [3], в соответствии с полученной оценкой, имеем  $H \approx 3 \cdot 10^{-3} \div 2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ , что близко по порядку величины к параметрам для валиковой циркуляции.

Присутствие спиральности в турбулентности проявляется в появлении структуры тройных корреляций, тождественно равных 0 в ее отсутствии  $\langle \delta \mathbf{v}_i(\mathbf{x} | \mathbf{r}) [\mathbf{v}_i(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \times \mathbf{v}_i(\mathbf{x})] \rangle = \frac{2}{15} \bar{\eta} \cdot r^2$  [4].

Указанная зависимость (т.н. закон **2/15**) аналогична закону Колмогорова **4/5** для продольных корреляций скорости и является точным результатом, следующим из уравнений Навье-Стокса.

Обозначив  $r_i = r \delta_{ix}$  мы получим что смешанный двухточечный тройной тензор корреляций скорости и завихренности

$$T_{i,j,k} = \langle v_i(\mathbf{x}) v_j(\mathbf{x}) \omega_k(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \frac{\eta r}{15} \delta_{ij} \delta_{kx} - \frac{\eta r}{10} (\delta_{ix} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{jx}),$$

имеет отличные от 0 следующие компоненты [5]

$$T_{x,x,x} = -\frac{2}{15} \eta r, T_{y,y,x} = T_{z,z,x} = \frac{1}{15} \eta r \text{ и}$$

$$T_{x,y,y} = T_{y,x,y} = T_{x,z,z} = T_{z,x,z} = -\frac{1}{10} \eta r.$$

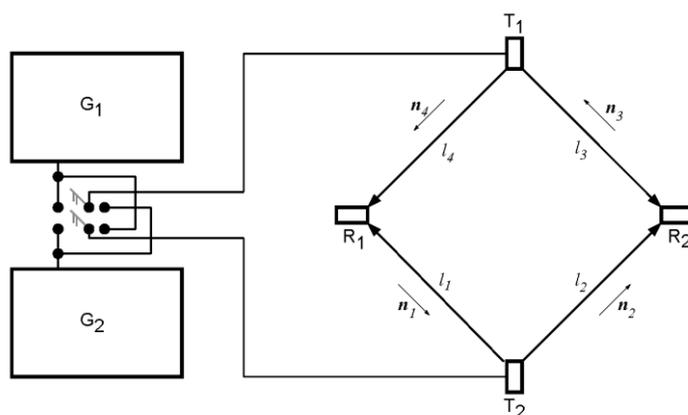
Подобные величины удобно измерять в полевых и лабораторных условиях, при наличии возможности прямого или косвенного измерения завихренности или градиентов скорости. Линейная зависимость от масштаба предполагает обратную зависимость  $f^{-1}$  в частотном спектре этой корреляции.

Измерение спиральности очевидным образом требует измерений завихренности. Методики измерения завихренности можно условно разделить на прямые и косвенные (непрямые). Прямые измерения термоанемометрией (hot-wire arrays) проводились в (Wyngaard 1969, Vukoslavcevic, Wallace, Wallace 1996, Antonia 1998, Kholmyansky & Tsinober 2000,2007) и практически не применимы в натуральных условиях.

Непрямые методы, связаны с измерением циркуляции по некоторому контуру и, соответственно определения средней завихренности по площади контура на основе применения

теоремы Кельвина о циркуляции. Такие методики нередко использовались для определения циркуляций в океанической турбулентности (Бовшеверов и др. 1971, Копров и др. 1987, 1994, Gaynor et. al 1977, Ohtou et. al 1983, Rossby 1975, Sanford et. al 1999, itsui & Asai 1984).

На Рис.1 приведена схема акустического циркулиметра, разработанная в ИФА им. А.М.Обухова РАН [6]. Время прохождения сигналов (разность фаз) содержит информацию о циркуляции скорости.



**Рис.1** Схема акустического циркулиметра ( $G_1$ ,  $G_2$  - генераторы сигналов,  $T_1$ ,  $T_2$  - излучатели с частотами  $f_1$ ,  $f_2$  (80 and 75 kHz or 67 and 63 kHz)),  $R_1$ ,  $R_2$  - приёмники.

Измерения проводились на вершине мачты высотой 45 м, установленной на территории Звенигородской научной станции ИФА РАН [7]. Временной ход двух компонент мгновенной спиральности  $H_z$  и  $H_x$  в дневных условиях демонстрирует значительно большую перемежаемость чем циркуляция. Временной ход двух компонент мгновенной спиральности  $H_z$  и  $H_x$  в дневных условиях демонстрирует значительно большую перемежаемость чем циркуляция. Видно, что спиральность отличается от циркуляции, что характерно и для других смешанных моментов, например для  $w'T'$ . Среднее значение  $H_z$  составило  $0.2 \text{ м/сек}^2$ ), что примерно в 4 раза меньше, чем его

среднеквадратичное значения ( $0.83 \text{ м/сек}^2$ ). Коэффициент корреляции между сомножителями произведения  $H_z = Z_z w'$  в дневной серии при умеренно неустойчивой стратификации составил 0.344. Аналогичные показатели для  $H_y$ :  $\text{std}=2,25 \text{ м/сек}^2$ , среднее значение  $0,46 \text{ м/сек}^2$ , коэффициент корреляции 0,215. В вечерней серии средние значения обеих измеренных слагаемых спиральности имели тот же знак, что и днём, но на 1-2 порядка меньшие значения. Std измеренных слагаемых спиральности также меньше, чем днём, как минимум, на порядок, а соответствующие коэффициенты корреляции - в 5 раз, за исключением пары U,  $Z_x$ .

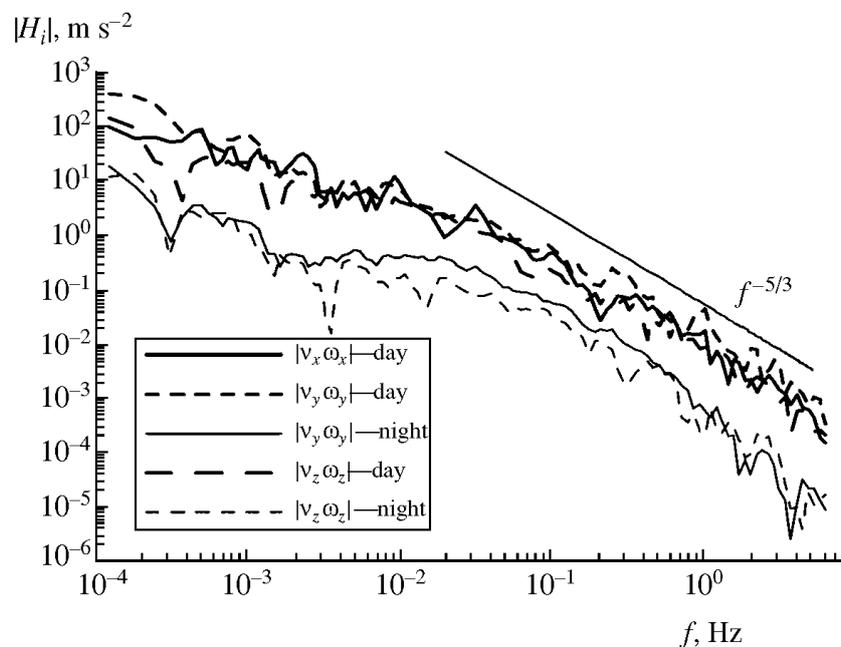
Полученные данные позволили вычислить коспектры всех трех ковариаций, являющихся слагаемыми спиральности. Было установлено, что как при устойчивой, так и неустойчивой стратификации среднее значение слагаемого турбулентной спиральности  $u_3\omega_3$  имеет положительный знак, а  $u_2\omega_2$ ,  $u_1\omega_1$  – отрицательный.

Измеренные значения турбулентной спиральности в АПС оказываются близки к теоретическим ее оценкам и составляют  $0.03-0.1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ .

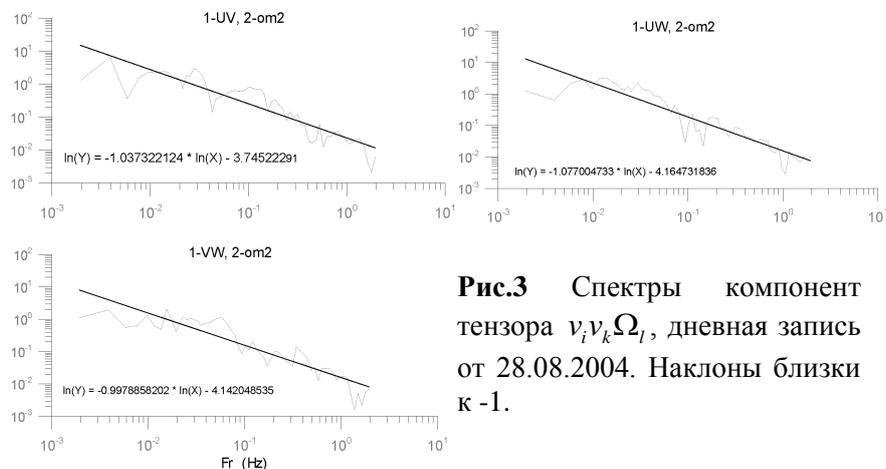
Спектральный наклон спиральности близок к показателю -  $5/3$  (Рис.2), что указывает на ее поток в малые масштабы.

Смешанные тройные корреляции компонент скорости и завихренности демонстрируют сильный негауссовый характер.

Спектральный наклон для компонент тензора тройных корреляций скорости и завихренности близок к  $f^{-1}$  (Рис.2). Это первое экспериментальное свидетельство реализации закона "2/15" для каскада спиральности.



**Рис.2** Спектры спиральности в АПС.



**Рис.3** Спектры компонент тензора  $v_i v_k \Omega_l$ , дневная запись от 28.08.2004. Наклоны близки к -1.

Данные о спектральном распределении спиральности и ее характерных значениях при различных режимах стратификации могут быть использованы для определения параметров моделей АПС, учитывающих вклад спиральности [8,9].

Авторы благодарны Г.В.Азизяну и Д.Ю.Соколову за помощь

в разработке и усовершенствовании системы измерений и В.А.Безверхнему за консультации при обработке данных. Авторы также благодарны Г.С.Голицыну, Е.Б.Гледзеру и М.В.Курганскому за постоянный интерес к работе и плодотворные обсуждения. Исследования поддержаны РФФИ (проект 14-05-00847) и программой Президиума РАН П-19 "Фундаментальные проблемы нелинейной динамики в математических и физических науках".

### Литература

- [1] Moffat Н.К. The degree of knottedness of tangled vortex lines. J. Fluid Mech. 1969. V.35. P.117--129.
- [2] Новиков Е.А. Поток вихря. Изв АН СССР,ФАО, 1972, т.8(7), с.759-762.
- [3] Курганский М.В. Связь между спиральностью и потенциальным вихрем в сжимаемой вращающейся жидкостью. Изв АН СССР,ФАО, 1989. Т.25(12). С.1326--1329.
- [4] Чхетиани О. Г. (1996). О третьих моментах в спиральной турбулентности. Письма в ЖЭТФ, 1996, т.63(10), с.768-772
- [5] Чхетиани, О. Г. О локальной структуре спиральной турбулентности, ДАН, 2008, т.422(5), с.618-621
- [6] В.М. Бовшеверов, А.С. Гурвич, А.Н. Кочетков, С.О. Ломадзе. Измерение частотного спектра мелкомасштабной циркуляции скорости в турбулентном потоке. Изв. АН СССР , ФАО, 1971, т.7(4), с.371-376
- [7] Копров Б.М., Копров В.М., Пономарев В.М., Чхетиани О.Г. Измерение турбулентной спиральности и ее спектра в пограничном слое атмосферы. ДАН, 2005, т.403(5), с.627-630.
- [8] Чхетиани О.Г. О спиральной структуре экмановского пограничного слоя. Изв. РАН, ФАО, 2001, т.37(5), с.614-620.
- [9] Пономарев В.М., Чхетиани О.Г. Полуэмпирическая модель пограничного слоя атмосферы с параметризацией влияния турбулентной спиральности, Изв. РАН. ФАО. 2005. т.41(5). с.418-432.