

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Физический факультет  
Кафедра математики

На правах рукописи

Шибалова Антонина Сергеевна

**Трасеры работы динамо  
в магнитных полях небесных тел**

01.03.03 – физика Солнца

Диссертация на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Научный руководитель — д.ф.-м.н. профессор Дмитрий  
Дмитриевич Соколов

Москва, 2021 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Современное состояние проблемы</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>Цикличность магнитной активности Солнца</b>	<b>23</b>
3.1	Магнитограммы . . . . .	24
3.2	Зависимость фрактальной размерности от солнечной активности	26
3.3	Зависимость от напряженности магнитного поля . . . . .	29
3.4	Турбулентный спектр . . . . .	31
3.5	Выводы . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Крупномасштабное магнитное поле Солнца</b>	<b>34</b>
4.1	Постановка задачи . . . . .	34
4.2	Основные уравнения . . . . .	39
4.3	Циклические вариации диполя . . . . .	41
4.4	Положение полюсов диполя . . . . .	45
4.5	Квадрупольный момент . . . . .	46
4.6	Сопоставление диполя и квадруполя . . . . .	54
4.7	Выводы . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Фазовый сдвиг циклов активности Солнечных полушарий</b>	<b>61</b>
5.1	Статистические закономерности образования пятен и их нарушения . . . . .	61
5.2	Методы исследования . . . . .	62
5.3	Метод скользящего среднего . . . . .	63
5.4	Кросс-корреляционная функция . . . . .	63

5.5	Фазовый сдвиг . . . . .	65
5.6	Корреляционный анализ . . . . .	68
5.7	Выводы . . . . .	71
<b>6</b>	<b>Солнечный квадруполь в тензорном описании</b>	<b>72</b>
6.1	Гармонический анализ . . . . .	72
6.2	Квадрупольный момент . . . . .	73
6.3	Эволюция тензора квадрупольного момента . . . . .	80
6.4	Выводы . . . . .	82
<b>7</b>	<b>Квазипериодичность инверсий геомагнитной полярности</b>	<b>86</b>
7.1	Шкала геомагнитной полярности . . . . .	86
7.2	Палеомагнитные данные . . . . .	88
7.3	Вейвлет-преобразование . . . . .	89
7.4	Вейвлет-анализ шкалы геомагнитной полярности . . . . .	92
7.5	Теоретический анализ полученного результата . . . . .	95
7.6	Модель геодинамо . . . . .	98
7.7	Сопоставление наблюдаемой и модельной шкал . . . . .	100
7.8	Выводы . . . . .	104
<b>8</b>	<b>Заключение</b>	<b>106</b>
<b>8</b>	<b>Список литературы</b>	<b>110</b>
<b>9</b>	<b>Список публикаций</b>	<b>110</b>

# 1 Введение

## Актуальность темы

Наличие магнитных полей в звездах и планетах является одним из важных факторов, определяющих многие физические процессы — как на самих небесных телах, так и в окружающем их космическом пространстве. Наиболее доступными объектами для наблюдений при изучении магнитных полей небесных тел выступают Солнце и Земля. Структура поля является достаточно сложной, о чем свидетельствует многообразие активных процессов, связанных с проявлением магнитной активности, и их нестационарный характер. Изучение этой структуры возможно качественными методами, на основе современных и исторических данные об изменениях магнитного поля нашей планеты и эволюции солнечной активности. Другой возможный подход — теоретические модели эволюции магнитного поля (теория магнитного динамо, или в конкретном случае — земного и солнечного динамо). Оба подхода имеют свои достоинства и при использовании требуют согласования. Из этой задачи вытекает необходимость выделения некоторых количественных показателей для сравнения.

При работе с наблюдательными данными сложность получения количественных значений обычно связана с разного рода ограниченностью данных, например, по времени или по длине ряда, а также со степенью развития методов численной обработки. Тем не менее, некоторые недостатки рядов данных удастся компенсировать при алгоритмической обработке (в частности, восстановление пробелов по имеющимся данным или с привлечением дополнительной информации).

Еще одна особенность, появляющаяся при работе с наблюдательными данными — невозможность прямых измерений. Например, в случае измерения магнитного поля Земли часто приходится восстанавливать сведения о поле по остаточной намагниченности пород (когда нет записей об измерении поля в интересующий период времени); при определении намагниченности пород на дне морей и океанов — опираться на данные измерений на отдель-

ных участках, доступных для измерений. При исследовании Солнца величина магнитного поля рассчитывается по результатам измерения на некотором расстоянии от светила (в том числе и на расстоянии 1 а.е. — на уровне орбиты Земли). Во всех случаях оказывается необходимой модель для восстановления напряженности поля по “удаленным” измерениям.

Проблема измерения магнитного поля Солнца привела к появлению новых понятий — солнечной атмосферы и солнечного ветра. Первые попытки оценить величину поля Солнца (В. Кельвин-Томсон) были неудачными во многом из-за представления космического пространства между планетами как абсолютно пустого. Достаточно обоснованное предположение о наличии непрерывного газового потока, вытекающего из Солнца, впервые было высказано в 1950-х годах Л. Бирманом. Математический анализ задачи был сделан в 1958 г. Е. Паркером (были и другие работы по оценке скорости и величины потока излучения, но расчеты Паркера имели большую точность). Е. Паркер показал, что причина возникновения солнечного ветра — в отсутствии гидростатического равновесия между горячей короной и холодной межпланетной средой.

Основные уравнения модели солнечного ветра совпадают с уравнениями аккреции вещества на звезду (с учетом смены знака и наличия сверхзвуковых значений для скорости расширения солнечной короны).

Косвенный метод измерений — радиопросвечивание короны и окружающей среды. Этот метод стал одним из основных для исследования областей вне плоскости эклиптики, позволил получить крупномасштабную структуру солнечного ветра и её изменения в цикле солнечной активности.

Исследования структуры магнитного поля определяют характерные черты описательных моделей. Один из часто используемых приемов — выделение поверхности источника. Это гипотетическая граница между областью, где энергия магнитного поля превосходит кинетическую энергию плазмы, и областью с преобладанием солнечного ветра. Хорошее согласие с наблюдениями межпланетного магнитного поля на расстоянии 1 а.е. от Солнца получается при представлении поверхности источника в виде сферы радиусом

$2.5R_{\odot} - 3.25R_{\odot}$ . На этой поверхности силовые линии предполагаются радиальными, потенциал равен нулю. В сферическом слое между фотосферой и поверхностью источника поле потенциально; в области переноса солнечным ветром закон падения поля  $\sim 1/r^2$ . Поле во всей гелиосфере оказывается деформированным и смещенным по времени отображением поля на поверхности источника. Например, крупномасштабная структура магнитного поля вблизи Солнца отражается в магнитном поле вблизи Земли с запозданием около 4.5 суток.

Проверка моделей по измерениям магнитного поля на фотосфере с помощью магнитографов показала хорошее согласие знаков радиальной компоненты магнитного поля вблизи Земли и поля на поверхности источника. Однако закон падения  $\sim 1/r^2$  оказывается не совсем точным для количественных оценок напряженности поля (измеренное значение поля вблизи Земли оказывается больше, чем при теоретических оценках).

Метод расчета поля в гелиосфере с предположениями о радиальности поля и с выделением поверхности источника имеет ограничения. Основной недостаток — предположение об отсутствии токов в атмосфере Солнца над фотосферой. Однако другие модели требуют гораздо более громоздких расчетов. Например, при использовании в качестве начальных условий потенциально-го приближения и предположении асимптотической устойчивости решения можно получить более надежный результат [132, 133]. Но, например, для стационарной короны отличия от расчетов более простым способом невелики. Кроме того, классический метод позволяет получить соотношение разных гармоник в магнитном поле Солнца. Поэтому разработка метода, сочетающего точность результатов и небольшую вычислительную ёмкость, остается актуальной задачей.

Еще одно ограничение классической модели заключается в том, что граничные условия задаются на двух поверхностях: фотосфере (которую мы наблюдаем) и на поверхности источника (где предполагается нулевой потенциал). Последнее предположение требует скачкообразного изменения скорости солнечного ветра (при переходе через эту воображаемую поверхность

кинетическая энергия солнечного ветра должна резко стать больше энергии магнитного поля), что нефизично. Область изменения скорости ветра в действительности должна иметь некоторую протяженность, и, скорее всего, более сложную геометрическую форму, чем сфера.

Тем не менее общая расчетная структура поля достаточно хорошо согласуется с наблюдениями [28]. Причиной этого может быть доминирующая роль крупномасштабного поля в формировании структуры. Значит, первые гармоники, от которых зависит глобальное поле, определяются достаточно точно. Поэтому можно предположить, что магнитное поле на поверхности источника тоже определяется достоверно, и общая структура поля в короне Солнца и околосолнечном пространстве должны определяться достаточно хорошо. Дополнительная проверка модели осуществляется при накоплении наблюдательных данных. Новая информация появляется при изучении вариаций крупномасштабной активности, корональных выбросов масс, структуры и поляризации короны, распределением корональных дыр и геомагнитных возмущений.

Увеличение точности измерений может затруднять составление адекватной модели. Чем более детальное описание процесса имеется, тем более сложная модель требуется для описания. Но поскольку сложные модели составляются на основе простых, то всегда остается актуальным выделение основных закономерностей процесса. По мере накопления и уточнения данных о любом физическом явлении требуется их анализ и сравнение с существующими моделями.

Основные методы выделения трендов относятся к области математической статистики. При работе с периодическими процессами (или чаще с квазипериодическими) активно используется гармонический анализ — не только классическое преобразование Фурье, но развитые на его основе методы: оконное преобразование, вейвлет-преобразование. Однако значение статистического исследования не исчерпывается расчетом характеристик фиксированного ряда данных.

В изучении моделей физических систем сложности возникают при при-

менении математического описания к случайным компонентам (турбулентность, случайное воздействие на систему извне и т.п.). Трудно указать процесс, в котором нет никаких случайных переменных. Для описания подобных процессов применим, в первую очередь, вероятностный и статистический подход (пример такого подхода — работы А.Н. Колмогорова [17]–[19]). Но при этом далеко не очевидным представлялся, что случайные флуктуации в системе могут оказывать ненулевое результирующее действие. Такие результаты привели к развитию исследований в направлении интеграции статистического и динамического подходов. Одним из результатов стало возникновение новых разделов науки — магнитная гидродинамика, статистическая гидромеханика и другие.

Новые математические задачи при обработке возникают не только при появлении случайных компонент в системе, но и при возникновении нелинейностей. Причиной могут быть как сложность самих исследуемых процессов, так и нелинейность, вносимая измерительным прибором. Например, нелинейность сигнала магнитографа приводит к усложнению интерпретации наблюдаемых спектральных линий. Методы решения нелинейных задач могут быть различными. В зависимости от конкретной проблемы это может быть линеаризация (МНК, нелинейные шкалы, логарифмические и степенные замены переменных), разложение на компоненты (гармонический анализ), внесение поправок, определяемых функцией прибора, в ряды измеряемых данных. А сравнение с теоретическими моделями при этом требует введения нелинейных параметров в сами модели.

### **Объект и методы исследования**

Задача сопоставления теорий и данных наблюдений требует формализации последних. Для решения этой проблемы разработано достаточно много математических и статистических методов (например, вычисление моментов для ряда наблюдаемых величин, сглаживание и усреднение, Фурье-анализ, вейвлет-преобразование, аппроксимация, корреляционный анализ и т.п.) Выбор определенного подхода зависит от характера наблюдаемых (длина ряда, степень достоверности) и характеристики, которую требуется изучить.



В работе можно выделить пять разделов, в каждом из которых использован свой ряд данных: 1) величина потока магнитного поля, интегрированная по фрагменту поверхности Солнца, 2) величина магнитного поля для дипольной компоненты магнитного поля Солнца и положение полюсов диполя на гелиосфере, 3) число солнечных пятен и их суммарная площадь, 4) величина магнитного поля для квадрупольной компоненты магнитного поля Солнца и положение полюсов квадрупольной компоненты, 5) шкала инверсий геомагнитного поля.

Четыре раздела связаны с изучением магнитного поля Солнца. Данные о потоке магнитного поля, интегрированного по некоторому участку излучающей поверхности, представляют собой некоторый результат усреднения. Чем меньше разрешающая способность телескопа, тем больше “усреднение” поля, получаемого на магнитограмме. Таким образом, сам характер наблюдений подсказывает усреднение как метод исследования. Для дальнейшего определения характера зависимостей между величинами строятся графики. Логарифмический масштаб позволяет свести степенные зависимости к линейным (наиболее точные методы расчетов развиты для линейных зависимостей, например, метод наименьших квадратов).

При исследовании солнечной активности по данным о солнечных пятнах были применены классические статистические методы: сглаживание данных, вычисление среднего и отклонений, определение коэффициента корреляции. Эффективность такого подхода для сопоставления двух рядов данных проверена множеством задач статистики из самых разных сфер. При этом относительная простота вычислений дает преимущество при численной обработке (увеличивается скорость обработки, проще контролировать результат, уменьшается накопление ошибок машинного счета).

Описание некоторого физического явления в целом (в том числе структуры и эволюции магнитного поля) является очень сложной задачей, поэтому в числе стандартных подходов — разделение на более простые задачи. Для магнитного поля это разложение на отдельные гармоники. В работе исследуются две первые компоненты гармонического разложения — дипольная и квадрупольная. Описание гармоник достаточно удобно строить на графиче-

ческом представлении данных (например, графики изменения некоторой из характеристик во времени или траектория полюса диполя или квадрупольного момента на поверхности Солнца). Поскольку наиболее наглядное и простое для анализа представление — двумерное, а движение полюсов диполя не всегда возможно отобразить в пределах одной полусферы, то при исследовании диполя приходится выделять две проекции — аксиальный и экваториальный диполь. В случае с квадруполем оказывается проще применить тензорный формализм, так как в этом случае вместо четырех полюсов мы получаем три оси тензора квадрупольного момента, содержащие информацию не только об изменениях величины магнитного поля в полюсах квадрупольного момента и их положении, но и соотношении полей в положительных и отрицательных полюсах.

Задача, поставленная при исследовании шкалы геомагнитной полярности, — поиск периодичностей. Выбранный метод — вейвлет-преобразование ряда данных. По сравнению с ним классический метод Фурье оказывается не очень эффективным из-за отсутствия строго периодического процесса (в спектре появляются ложные частоты). Использование, например, гистограммы длительностей интервалов между сменами полярности, затруднено возможными пропусками инверсий в восстановленной шкале (такие пропуски влияют на всю гистограмму). Интегральные преобразования менее чувствительны к таким погрешностям.

### **Цели и задачи диссертационного исследования**

Целью работы является определение проявления периодических или квазипериодических процессов в магнитных полях Земли и Солнца, оценка характерных времен этих процессов. Вычисления опираются на данные наблюдений и предполагают сравнение с теоретическими моделями динамо для определения возможного обоснования полученных результатов.

В соответствии с целью диссертации ставятся следующие задачи:

1. Установить возможность возникновения квазипериодических процессов в инверсиях магнитного поля на основании сравнения с простой моделью динамо;

2. Сопоставить циклы активности в северном и южном полушариях Солнца на основании данных о солнечных пятнах;
3. Определить зависимость оценок величины магнитного поля Солнца от разрешения магнитограмм, найти параметр, количественно характеризующий эту зависимость;
4. Установить связь найденного параметра солнечным циклом;
5. Описать эволюцию дипольной и квадрупольной компонент магнитного поля Солнца во времени;
6. Определить наличие периодичностей и характерных времен в изменении амплитуд магнитного поля и в положении полюсов магнитного диполя и квадруполья;
7. Определить характерные времена в магнитостратиграфической шкале.

Решение поставленных задач предполагает применение новых и адаптацию известных методов обработки данных наблюдений, интерпретацию результатов анализа рядов данных с учетом современных представлений об исследуемых физических процессах, сопоставление с различными теоретическими моделями этих процессов.

#### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Среднее значение напряженности поля зависит от разрешения магнитограммы, изменения параметров этой зависимости в ходе солнечного цикла отражает наличие двух механизмов динамо: глобального регулярного и турбулентного;
2. Изменения напряженности дипольной и квадрупольной компонент поля Солнца не совпадают по фазе; смещение полюсов диполя опережает вращение кэррингтоновской системы координат, а квадруполья — отстает;

3. Знак фазового сдвиг активности между северным и южным полушариями Солнца связан в долгопериодическими процессами в солнечной активности, при этом величина фазового смещения практически не проявляет модуляции;
4. Приведено тензорное представление квадрупольной компоненты магнитного поля Солнца; основные особенности изменения напряженности квадрупольной компоненты магнитного поля Солнца могут быть воспроизведены в модели асимметричного динамо с супердиффузией;
5. Долгопериодические вариации магнитной активности могут быть ассоциированы со случайными параметрами динамо.

### **Научная новизна**

В работе впервые получена зависимость фрактальной размерности структур магнитного поля Солнца от фазы цикла активности. Ранее проводились количественные оценки хаусдорфовой размерности, однако в работах, относящихся к разному времени, появлялось значительное расхождение результатов. Помимо этого, рассмотрен еще один возможный фрактальный параметр (мера), зависимость которого от фазы цикла существенно слабее. Найденное различие может оказаться подтверждением существования нескольких типов формирования мелкомасштабных магнитных полей на Солнце.

Благодаря разделённому изучению временной эволюции гармоник магнитного поля Солнца получено подтверждение гипотезы формирования компонент поля с недипольной симметрией как следствие нарушения симметрии гидродинамических процессов в солнечном веществе. Для оценки степени асимметрии север-юг вычислены статистические характеристики рядов данных о числе и суммарной площади солнечных пятен.

Для анализа изменений квадрупольного магнитного момента Солнца с течением времени впервые применено представление в виде тензора. Хорошее согласие с результатами классического гармонического анализа позволяет предложить дальнейшее развитие идеи исследования компонент звездного магнитного поля методами линейной алгебры и тензорного анализа.

Впервые проведен анализ магнитостратиграфической шкалы за 250 млн. лет. Прежние исследования осуществлялись на более коротких интервалах времени из-за недостатка палеомагнитных данных. Помимо выявления общего характера процесса — отсутствия заметных следов периодического или квазипериодического процесса в смене магнитных полюсов Земли — произведено сравнение результатов для нескольких вариантов восстановления шкалы инверсий.

Параллельное исследование проявлений работы динамо для Земли и Солнца открывает возможность сопоставления особенностей эволюции процессов генерации магнитного поля для звезд и планет. Выявление сходства и различия требует большего числа звезд и планет в качестве объектов наблюдения. Однако даже пример двух наиболее исследованных объектов позволяет выделить возможные направления для поиска особенностей, присущих только звездному или только планетному динамо.

### **Теоретическая и практическая значимость**

Ценность результатов работы складывается из нескольких факторов.

Использование максимально длинных рядов данных, доступных на настоящий момент, позволяет уточнять результаты поисков периодичностей и характерных времен в вариациях солнечного и земного магнитных полей. Поскольку накопление и уточнение данных продолжается, результат диссертации становится одним из шагов в описании циклических компонент генерации магнитных полей.

Впервые получено объяснение различий предыдущих оценок фрактальных характеристик структур магнитного поля Солнца. Сравнение полученного результата с параметрами турбулентной среды позволяет сделать вывод о неслучайном характером изменений магнитного поля. Для магнитного поля Земли, напротив, исследование показало отсутствие регулярности в магнитных процессах. Этот результат закладывает задачу для теории магнитного динамо: определение роли случайных компонент в процессах генерации магнитного поля в звездах и в планетах.

Разбиение задачи описания магнитного поля на ряд мелких подзадач ока-

зывается эффективным для упрощения анализа данных. Например, выделение двух проекций дипольного момента магнитного поля Солнца и их раздельное описание дает более ясную картину, чем анализ диполя в целом. Такой подход позволяет сочетать методики исследования — от простейшего статистического анализа до работы с фрактальными и геометрическими объектами — вместо построения одной модели, возможно, весьма сложной.

Опыт применения тензорного анализа для решения задач о магнитном поле Солнца раскрывает возможности для дальнейшего расширения области применения тензорного метода к различным задачам физики. Совместное использование нескольких математических методов позволяет разделить свойства исследуемого ряда данных от особенностей, привносимых при математическом преобразовании.

Результаты работы в описании двух основных гармоник магнитного поля Солнца ориентируют на проведение новых исследований эволюции более высоких гармоник. Основная структура гелиосферного магнитного поля определяется вкладом низких гармоник, однако более тонкая структура требует учета остальных компонент. Методы, использованные в работе, могут стать основой для их исследования (в частности, дополнение классического гармонического анализа геометрическими объектами соответствующей размерности: квадруполь, октуполь и т.п.).

### **Область применения полученных результатов**

С учетом широты рассмотренного круга задач, полученные результаты могут найти применение как в теоретическом аспекте в рамках теории солнечного динамо и теории случайных процессов, так и в прикладном аспекте в вопросах алгоритмической обработки больших массивов наблюдательных данных.

### **Достоверность полученных результатов и апробация работы**

В работе математический аппарат теоретической физики и фундаментальные физические законы использованы корректно. Всем принятым допущениям дано обоснование. При разработке алгоритмов численной обработки использовалось современное программное обеспечение. Все программы про-

тестированы на базовых вычислительных задачах. Численное моделирование опирается на ряд известных теоретических моделей, предложенных другими авторами. Результаты, полученные численно-аналитическими способами, согласуются с наблюдательными данными.

Предложенные методы и полученные результаты прошли апробацию и обсуждение на международных и всероссийских конференциях 15 Symposium of Study of the Earth's Deep Interior (2016), 11th International Conference and School Problems of Geocosmos (2017), Всероссийская школа-семинар по проблемам палеомагнетизма и магнетизма горных пород, посвященная 100-летию со дня рождения Г. Н. Петровой (2015), Физика плазмы в Солнечной системе (2020, 2021, 2022), Всероссийская конференция “Солнечная и солнечно-земная физика” (2019, 2020), Всероссийская конференция по магнитной гидродинамике (2018), Международная научная конференция “Ломоносовские чтения” (2019); на научных семинарах, проводимых в МГУ, ИЗМИРАН, НИВЦ МГУ.

### **Публикации и личный вклад автора**

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 9 статьях в международных и российских научных журналах, из которых 3 входят в перечень ВАК, 5 индексируются базой данных Web of Science и 4 Scopus (в том числе 4 статьи в журналах Q1 и Q2).

Все исследования, результаты которых представлены в диссертационной работе, проведены лично автором в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертационную работу включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит автору.

### **Структура диссертации**

Диссертация состоит из 5 глав, введения и заключения. В первой главе рассмотрен вопрос о строении магнитного поля Солнца и связи его компонент на разных масштабах. Вторая глава посвящена исследованию крупномасштабного поля, в частности, двум гармоникам, дающим основной вклад в его формирование — диполю и квадруполю. Проанализировано изменение величины моментов во времени и повороты магнитных структур в пространстве. В третьей главе более подробно рассмотрено проявление только ди-

польной компоненты поля Солнца — количественно оценивается асимметрия северного и южного полушария Солнца, которую можно наблюдать по солнечным пятнам. Четвертая глава посвящена анализу отдельно квадрупольного магнитного момента. Вместе с классическим гармоническим анализом предлагается использование метода тензорного анализа. В последней главе рассмотрена задача об исследовании характера процесса смены полярности магнитного диполя Земли и определения возможных периодов в этой смене. Объем диссертации составляет 128 страниц, работа содержит 35 рисунков, 2 таблицы и список литературы из 145 публикаций.

## 2 Современное состояние проблемы

Генерация магнитных полей небесных тел — самоподдерживающийся процесс, зависящий от характера механического движения вещества в среде. Суть процесса — преобразование кинетической энергии турбулентного движения проводящей жидкости в энергию магнитного поля.

В настоящее время представления о генерации и временной эволюции магнитных полей основываются на теории гидромагнитного динамо. Основным вопросом, рассматриваемым в теориях динамо, является возникновение магнитных полей в условиях высокой электропроводности, свойственной звездной плазме и металлическим расплавам в недрах планет. Разработан ряд моделей, описывающих механизмы генерации и преобразования магнитных полей в планетах, звездах и галактиках. Методы, предлагаемые теориями динамо, позволили описать некоторые процессы в магнитной активности различных небесных тел, объяснить процесс генерации крупномасштабных магнитных полей.

Идея динамо принадлежит Дж.Лармору [82], который предложил его как объяснение поддержания и усиления магнитного поля в движущейся проводящей жидкости (теория должна была объяснить наличие магнитных полей Земли и Солнца).

В 1955 году Е.Паркер создал теорию динамо, в которой магнитное по-



ле Солнца представлялось как бегущие волны [94]. В работе Паркера в эвристической форме была высказана идея двойного усреднения: усреднение магнитогидродинамических уравнений по средним составляющим магнитного поля (усредненным по долготе). Кроме этого было предложено использование асимметрии мелкомасштабных движений в конвективной зоне Солнца. Магнитное поле разделялось на две компоненты: тороидальную (более сильную), растянутую вдоль параллелей и концентрирующуюся к экватору, и полоидальную, вытянутую в меридиональном направлении и смещенную в полярные области. Магнитный диполь, которым в грубом приближении описывают поле Солнца, соответствует полоидальному полю. Тороидальная часть получается из полоидальной в результате дифференциального вращения вещества конвективной зоны Солнца. Обратное преобразование тороидального поля в полоидальное происходит в результате нарушения симметрии конвективных потоков во вращающемся теле. Сила Кориолиса, действующая на поднимающееся или опускающееся вещество конвективной зоны приводит к преобладанию правых вихрей вещества в северном полушарии и левых — в южном. Для определения меры нарушения зеркальной инвариантности конвективных течений введена гидродинамическая спиральность. В результате электромагнитной индукции возникает электродвижущая сила, которая имеет компоненту  $\alpha V$ , параллельную среднему магнитному полю  $\mathbf{B}$  (для определения этой части ЭДС требуется усреднение по флуктуациям скорости). На этом цепь самовозбуждения в модели Паркера замыкается.

В 1961 году была предложена модель динамо без решения уравнений магнитной гидродинамики и представлявшая собой некоторое обобщение наблюдательных данных о Солнце [44, 45]. Модель Бэбкока вобрала в себя теоретические разработки, полученные к началу 60-х годов, в том числе и идеи Паркера.

Следующим шагом в развитии теорий динамо стала теория Р.Лейтона — модель солнечного цикла на основе модели Бэбкока, но имеющая уже не только качественный характер. Новая модель учитывала взаимосвязь активных процессов на разных широтах Солнца, магнитное поле не представлялось

строго полоидальным, зоны пятнообразования не являлись статичными (в ходе солнечного цикла они смещаются к экватору и расширяются). В модели Бэбкока закон Шпёера имеет дискретное представление, в модели Лейтона картина становится непрерывной [84].

В работах Брагинского рассматриваются возможные механизмы преобразования разных типов магнитных полей в недрах звезд. Среднее магнитное поле может поддерживаться даже при слабом отклонении движений от осевой симметрии [46]. Такой подход оправдан при высокой электропроводности жидкости, характерной для подфотосферного и фотосферного слоев Солнца. Тогда если магнитное поле преимущественно тороидальное, то неосесимметричные движения действительно могут создавать эффективную электродвижущую силу, которая создает тороидальный ток, генерирующий полоидальное поле (дифференциальное вращение вещества звезды может превратить полоидальное магнитное поле в тороидальное).

Новый поворот в развитии теорий динамо определили работы Штеенбека, Краузе и Редлера. Они включили в рассмотрение турбулентную конвекцию, присущую подфотосферному слою Солнца, которая отличается отсутствием зеркальной симметрии. В работах Штеенбека, Краузе и Редлера были получены уравнения генерации для среднего магнитного поля в турбулентно движущейся проводящей среде [20]. В астрофизических задачах такой средой является межзвездная плазма, а также плазма конвективной зоны Солнца и звезд. Эти работы получили широкую известность в теории турбулентного динамо.

С физической точки зрения процесс превращения механической энергии турбулентного движения в энергию магнитного поля основан на положительной обратной связи, которая учтена в уравнениях генерации среднего магнитного поля благодаря одновременному наличию таких явлений как дифференциальное вращение и неоднородная турбулентная конвекция ( $\alpha$ -эффект).

Дальнейшее развитие теорий связано с рассмотрением сложной структуры движения вещества в Солнце — дифференциальное вращение, меридиональные потоки, турбулентные потоки углового момента при однородном вра-

щении ( $\Lambda$ -эффект), их влияние друг на друга [16]. Углубление представлений о природе сложных потоков вещества в конвективной зоне Солнца позволяет строить более реалистичные теории генерации магнитного поля.

Магнитные поля в теории динамо усреднены по некоторому выбранному пространственно-временному масштабу. Этот масштаб выбирается таким образом, чтобы все случайные колебания величин механической скорости среды, магнитного и электрического полей были усреднены, но в то же время сохранялась структура пространственного распределения этих величин внутри небесных тел. Такие уравнения в основном имеют решения, которые сконцентрированы в окрестности максимума источников генерации магнитного поля. Проникновение магнитного поля в другие части пространства осуществляется за счет турбулентной магнитной диффузии. Решения таких уравнений могут иметь осциллирующий характер (колебания возможны как во времени, так и в пространстве). Примером циклической магнитной активности являются солнечные циклы.

В дальнейшем теория динамо оказалась применима и для объяснения генерации и эволюции магнитного поля различных небесных тел, не только звезд. Идеи динамо получили развитие в работах Каулинга, Гейзенберга и других.

Многие работы (см., напр., [63] – [141]) посвящены исследованию уравнения для магнитного поля в турбулентно движущейся среде в различных конкретных приложениях.

Робертсом и Йошимурой были созданы первые модели генерации крупномасштабных магнитных полей для планетарного и солнечного динамо, в работах Зельдовича были исследованы мелкомасштабные магнитные поля, Брагинским были построены модели генерации земного магнитного поля. В работах Соварда гидродинамические течения и некоторые режимы генерации крупномасштабных магнитных полей были исследованы асимптотическими методами.

Уравнения динамо были всесторонне исследованы численно в работах других авторов, Т.С. Ивановой и А.А. Рузмайкина, А. Бранденбурга, Д. Мос-

са, М. Дикпати; большой вклад в исследования уравнений динамо внесли также работы Дж. Хёксма, М. Де Роза, Дж. Стенфло, Г. Бельведере, Д.Д. Соколова, С.В. Старченко, В.В. Пипина, К.М. Кузаяна, Л.Л. Кичатинова и других ученых.

Выделим некоторые свойства динамо процесса на примере нескольких иллюстративных моделей, возникавших в ходе развития теории.

Возникновение и поддержание магнитного поля возможно далеко не в любой системе. Основное уравнение магнитной гидродинамики относится к параболическому типу и, на первый взгляд, может описывать только затухающие решения. Кроме того, поскольку эволюция магнитного поля связана с определенной конфигурацией токов, то можно ожидать выполнения правила Ленца (возникающее магнитное поле направлено так, чтобы ослаблять вызвавшие его токи). То есть со временем электромагнитное поле должно затухать. Однако оказываются возможными некоторые специальные конфигурации течений проводящей жидкости, в которых магнитное поле поддерживается.

Наиболее простой пример — униполярное динамо (этот пример можно назвать искусственным, но он наглядно иллюстрирует возможность генерации магнитного поля и основные свойства этого процесса). Физическая система, с помощью которой можно описать модель униполярного динамо, состоит из вращающегося проводящего диска, соединенного с катушкой индуктивности. Соответствующую систему уравнений можно найти, например, в ([13]). В зависимости от выбора параметров системы можно получить рост или затухание магнитного поля. В рассмотренной системе диск имеет ненулевую угловую скорость, а контакт с катушкой индуктивности покоится — реализуется ситуация с дифференциальным вращением (разные части системы вращаются с разными угловыми скоростями). Несколько более сложная модель — динамо Рикитакэ, или двухдисковое динамо. Она используется в том числе как основа для создания моделей геодинамо. Модельная система — два вращающихся проводящих диска, соединенные с катушками индуктивности. Ось первой катушки соответствует оси вращения второго диска и наоборот.

Математическое описание эволюции токов и магнитных полей можно найти, например, в [22]. Система имеет также может иметь экспоненциально растущее и затухающее решения. Уравнения Рикитаке можно записывать и для нелинейного случая [22, 24].

Для более точного описания генерации магнитного поля необходимо рассмотрение гидродинамических течений. Для некоторых конфигураций течений установлена принципиальная невозможность генерации магнитного поля [32]. Магнитное динамо может действовать только в трехмерных системах. В случае плоского течения можно получить только затухающее магнитное поле. Это правило впервые было получено Я.Б. Зельдовичем [13] и получило название диссипационной теоремы. При решении уравнений динамо часто реализуется переход к двумерным системам, но такой подход возможен только в результате усреднений движения среды по малым параметрам.

Важной характеристикой магнитных полей космических объектов оказывается разделение поля на мелкомасштабную и крупномасштабную компоненты. Масштаб усреднения определяется по некоторым физическим характеристикам объекта, например, исходя из размеров турбулентных ячеек.

Усредненное уравнение для магнитного поля в случае высокой проводимости жидкости (магнитная вязкость пренебрежимо мала) в этом случае преобразуется:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right\rangle &= \left\langle \text{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{H}] \right\rangle \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \left\langle \text{rot}[\mathbf{V} + \mathbf{u}, \mathbf{B} + \mathbf{b}] \right\rangle = \left\langle \text{rot}[\mathbf{V}, \mathbf{B}] \right\rangle + \left\langle \text{rot}[\mathbf{u}, \mathbf{b}] \right\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

(слагаемые, содержащие только одну мелкомасштабную компоненту поля или скорости при усреднении обращаются в ноль). Скорость мелкомасштабных движений и мелкомасштабное поле связаны с величиной крупномасштабного поля  $\mathbf{B}$ . Одно из простейших приближений — считать зависимость векторного произведения  $\left\langle [\mathbf{u}, \mathbf{b}] \right\rangle$  линейной от магнитного поля и его производной [20]. Уравнение для магнитного поля в этом приближении принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \left\langle \text{rot}[\mathbf{V}, \mathbf{B}] \right\rangle + \text{rot}(\alpha \mathbf{B}) + \beta \Delta \mathbf{B} \quad (2)$$

— уравнение Штеенбека-Краузе-Рэдлера [20, 25]. Коэффициент  $\beta$  характеризует скорость диффузии, имеет смысл вязкости. Коэффициент  $\alpha$  характеризует  $\alpha$ -эффект (связан с закрученностью турбулентных движений среды). Для моделей динамо, описывающих генерацию магнитных полей в небесных телах, наиболее естественно рассматривать сферические слои проводящей жидкости. Примером такой модели является динамо Паркера [94]. Соответствующая система уравнений получается из уравнения Штеенбека-Краузе-Рэдлера при наложении некоторых ограничений на рассматриваемую физическую систему.

Генерация магнитного поля происходит в некотором ограниченном по радиальной координате пространстве  $r_{min} < r < r_{max}$ . Несколько предположений, позволяющих упростить уравнение: доминирует тороидальная составляющая поля, полоидальное поле обладает вращательной симметрией и однородно в пределах сферического слоя. После преобразований уравнение принимает вид

$$\frac{\partial B}{\partial t} \mathbf{e}_\varphi + \text{rot} \left( \frac{\partial A}{\partial t} \mathbf{e}_\varphi \right) = \text{rot}(\alpha B \mathbf{e}_\varphi) - \frac{\Omega}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \sin \theta \mathbf{e}_\varphi + \eta \Delta B \mathbf{e}_\varphi + \text{rot}(\eta \Delta A \mathbf{e}_\varphi). \quad (3)$$

$\Omega$  — скорость осевого вращения звезды. Система уравнений получается, если разделить выражения, стоящие в виде коэффициентов при ортах сферической системы координат

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B + \eta \Delta A, \\ \frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\Omega}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \sin \theta + \eta \Delta A. \end{cases} \quad (4)$$

### 3 Цикличность магнитной активности Солнца

Магнитное поле Солнца можно разделить на крупномасштабную и мелкомасштабную компоненты. Крупномасштабное поле связано с солнечным динамо, определяющимся дифференциальным вращением и зеркальной асимметрией. Природа мелкомасштабного поля не является столь прозрачной. Возможно наличие нескольких физических процессов, дающих вклад в формирование этой части магнитного поля. Мелкомасштабное поле может возникать при распаде структур крупномасштабного магнитного поля, в процессе эволюции солнечных активных областей, пятен и других образований. Другой возможный вариант — генерация мелкомасштабного поля за счет турбулентного динамо (особенный вид магнитного динамо, отличный от основного процесса формирования глобального магнитного поля). Турбулентное (оно же мелкомасштабное) динамо не связано с зеркальной асимметрией конвективных потоков вещества в Солнце и не участвует в солнечном цикле. Область возникновения турбулентного динамо (глубинные или поверхностные слои Солнца) на настоящий момент не установлена. Исследование некоторых характеристик мелкомасштабного поля должно пролить свет на вопросы происхождения поля и его локализации.

Геометрия магнитных структур на поверхности Солнца имеет некоторые черты, свойственные фрактальным объектам ([39, 41]), что открывает возможность для математического описания мелкомасштабного поля в терминах фрактальной геометрии. Оценка величины напряженности магнитного поля по магнитограммам зависит от разрешения магнитограммы, чем выше разрешение, тем больше расчетная напряженность поля. Если зависимость между разрешением и оцениваемой величиной удастся выразить в виде степенного закона, то показатель степени будет соответствовать фрактальной размерности объекта (называемой также хаусдорфова размерность). Подобным свойством обладают не все наблюдаемые характеристики магнитного поля. Например, магнитный поток не проявляет фрактальных свойств ([121]).

В нескольких работах производилось исследование фрактальной размер-

ности для напряженности магнитного поля [95, 120]. Качественно результаты похожи — при уменьшении разрешения величина магнитного поля уменьшается по степенному закону  $d^{-k}$ , где  $d$  — линейный размер, характеризующий пространственное разрешение. Но количественные оценки в разных работах существенно различаются ( $k = 0.13$  и  $k = 0.26$ ).

Целью работы является исследование фрактальной размерности структур магнитного поля фотосферы: значение размерности, её изменения и возможная связь с циклом активности Солнца.

### 3.1 Магнитограммы

Для обработки были использованы магнитограммы SOHO/MDI<sup>1</sup>. Период времени — 15 лет с 1996 по 2010 гг., то есть промежуток времени от минимума между 22 и 23 солнечными циклами до начала 24 цикла. Для каждого года арременной интервал составлял не менее 27 дней, общее число магнитограмм — 397. Для каждого дня выбиралась одна 30-секундная магнитограмма меридионального поля (в большинстве случаев — первая из 16 магнитограмм, записываемых за сутки). Снимок MDI отображает полный диск Солнца, размер  $34' \times 34'$  разрешение  $4''$ . Размер изображения в пикселях  $1024 \times 1024$ , то есть на одном пикселе умещается фрагмент  $2'' \times 2''$ . Чувствительность магнитограммы 20 Гс ([107]). В зависимости от разрешения на магнитограммах отображаются различные структуры. При уменьшении разрешения фрагменты с противоположной полярностью “взаимоуничтожаются” — перестают давать вклад в общее поле. Аналогичный эффект можно получить, если производить усреднение поля на магнитограммах с высоким разрешением. Такой подход удобнее, так как позволяет избежать неточностей, возникающих при использовании изображений с разных магнитографов (иначе помимо различия в угловом разрешении придется учитывать разный размер изображений, чувствительность магнитографа и т.п.).

В качестве предварительной задачи была рассчитана фрактальная раз-

---

<sup>1</sup><http://soi.stanford.edu//magnetic/index5.html>, <http://soi.stanford.edu/magnetic.index6.html>



мерность магнитного поля для обозначенного промежутка времени. Значения напряженности поля усреднялось по окну размера  $d$ . Форма окна усреднения — квадрат, размер стороны варьируется от 10 до 80 пикселей. Зависимость  $d^{-k}$  строится в логарифмических координатах — в этом случае показатель  $k$  находится как коэффициент углового наклона прямой. Найденное значение  $k = 0.30$  достаточно близко к результату Пьетарилы Грэхем ( $k = 0.26$ , [95]), и значительно отличается от расчетов Дж. Стенфло ( $k = 0.13$ , [120]).

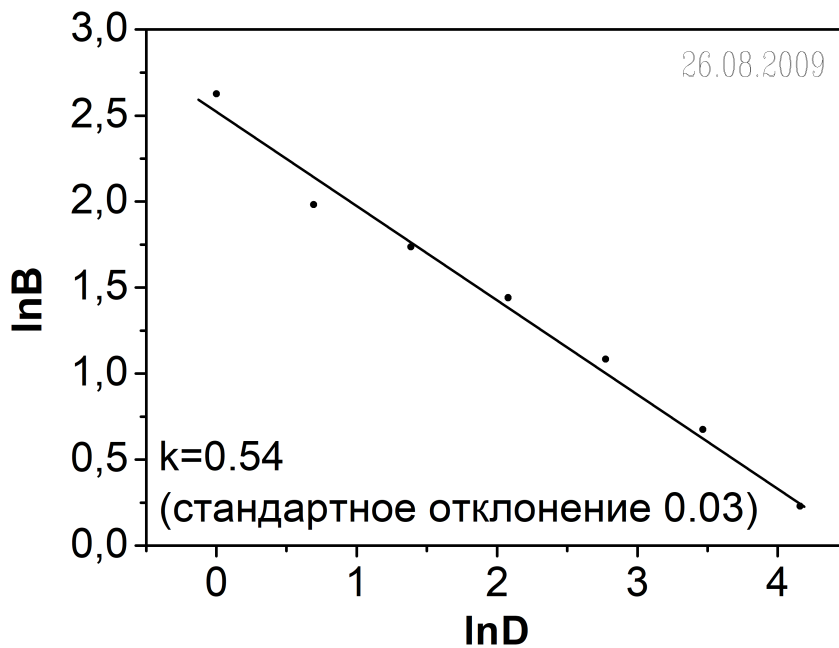


Рис. 1: Пример вычисления коэффициента  $k$  — фрактальной размерности — для одной из магнитограмм (26 августа 2009 года)

Это ожидаемый результат — подтверждение фрактального характера магнитных структур мелкомасштабного поля Солнца. Возможное объяснение расхождения численных оценок хаусдорфовой размерности — это зависимость показателя от фазы солнечного цикла (или от уровня солнечной активности). Если в окно усреднения попадает участок, содержащий элементы с противоположной полярностью, при усреднении поле заметно уменьшается, в степенной зависимости показатель  $k$  растет. Такая картина соответствует малой солнечной активности (фоновое магнитное поле, состоящее из мелких

структур противоположной полярности). Если в окно попадает униполярная структура, при усреднении значение поля не меняется,  $k$  мало. Поскольку крупные униполярные фрагменты возникают в активных областях, то этот вариант реализуется в случае высокой солнечной активности.

Таким образом, мы ожидаем увеличение фрактальной размерности вблизи минимумов солнечной активности и уменьшение размерности при повышении активности. Цель дальнейшего исследования — проверить это предположение. Данные для вычислений взяты из базы SOHO/MDI.

### 3.2 Зависимость фрактальной размерности от солнечной активности

Для расчетов были использованы 397 магнитограмм за время 23 цикла солнечной активности. Поскольку по мере удаления от центра солнечного диска все сильнее сказывается искажение в результате проецирования на луч зрения, значения напряженности магнитного поля корректировались с помощью домножения на  $1/\cos \gamma$ . Расчеты проводились для центральной части диска радиусом 0.7 от полного радиуса для устранения краевых эффектов.

Для магнитограмм производилось усреднение со скользящим окном с линейным размером 1, 2, 4, 8, 16, 32 и 64 пикселя, после чего вычислялось среднее значение поля. И для численного исследования, и для визуального анализа наиболее удобна линейная зависимость, поэтому зависимость величины окна усреднения  $d$  и найденного среднего значения поля  $B_d$  строится в двойном логарифмическом масштабе. В случае выполнения гипотезы о степенной зависимости должна получиться прямая

$$\ln B_d = -k \ln d + a. \quad (5)$$

Найденные значения коэффициента  $k$  можно соотнести с числом пятен в заданный день. Полученная зависимость  $k(W)$  приведена на рис.2. Число пятен является достаточно надежным индексом для определения солнечной активности (большее число пятен соответствует более высокому уровню активно-

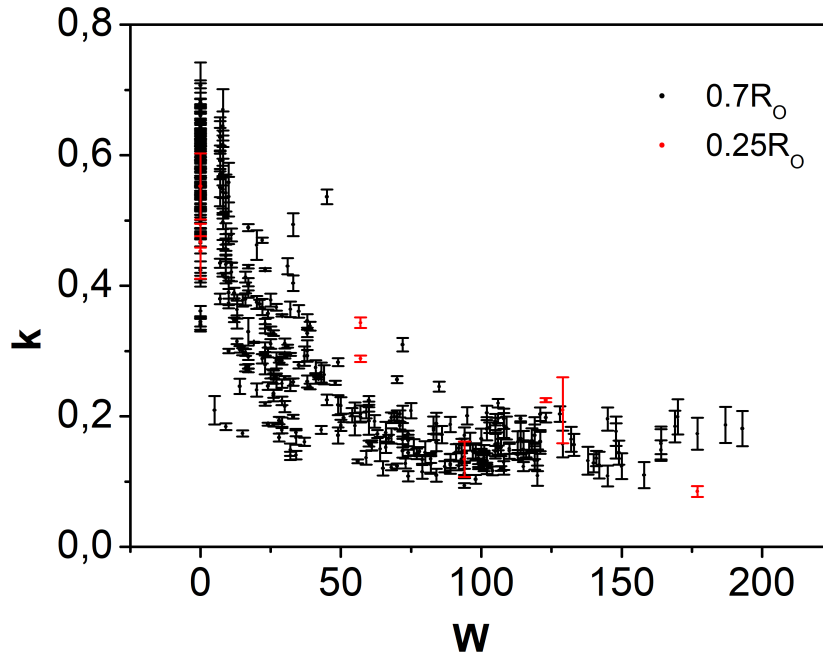


Рис. 2: Зависимость величины индекса  $k$  от уровня солнечной активности (по оси абсцисс — число солнечных пятен). Черный — величины, полученные при вычислении по диску радиусом  $0.7R_{\odot}$ , красный — вычисления для центральной части диска,  $0.25R_{\odot}$

сти). По рисунку видно, что величина  $k$  действительно зависит от активности солнца. На правой панели рисунка отображена зависимость индекса от времени. Оценка значения  $k$ , полученная в работе Стенфло [120], типично области вблизи максимума активности; оценка Пьетарилы Грэхем [95] и результат расчетов настоящего исследования соответствует меньшей солнечной активности (в 2–3 раза меньшему числу пятен). Для минимума активности 2008–2010 гг. получается еще большая оценка для величины  $k$ . По мере роста солнечной активности в 24 цикле  $k$  постепенно уменьшается, к 2012 году возвращаясь к значению, не превосходящему 0.3.

Для проверки точности вычисления были проведены только для центральной части солнечного диска ( $0.25R_{\odot}$ ) — в этом случае уменьшается влияние погрешностей в вычислении проекции магнитного поля. Зависимости  $k(W)$  и  $k(t)$  для этого случая нанесены на рис. 2,3 красным цветом. Новые

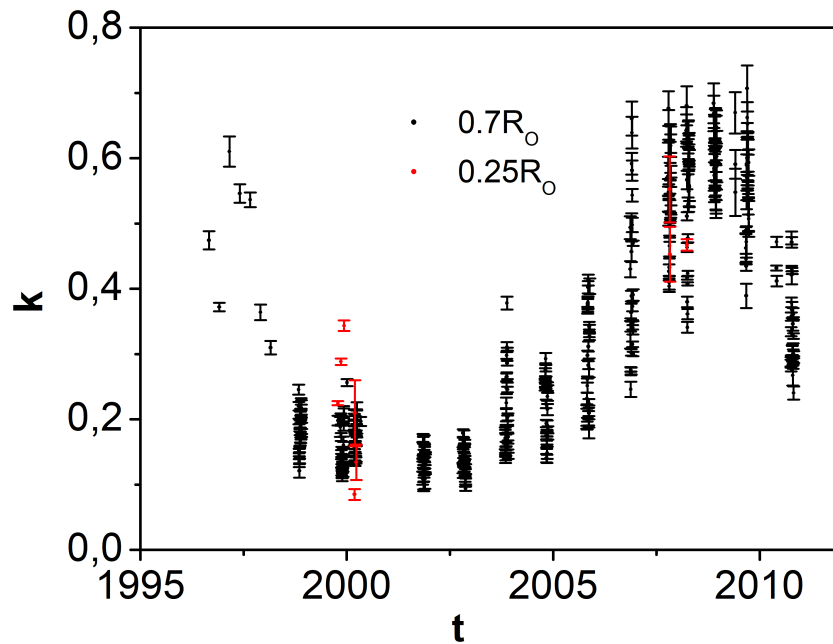


Рис. 3: Зависимость величины индекса  $k$  от времени. Черный — величины, полученные при вычислении по диску радиусом  $0.7R_{\odot}$ , красный — вычисления для центральной части диска,  $0.25R_{\odot}$

значения достаточно хорошо согласуются с результатами, полученными при расчетах с большей частью диска.

Выражение (5) содержит два параметра —  $k$  и  $a$ . Значение первого было обозначено выше, второй параметр имеет смысл средней величины напряженности магнитного поля, получаемого для изображения без усреднения (то есть при максимально детальной магнитограмме). Изменение параметра  $a$  в ходе солнечного цикла показано на рис.4,5. В отличие от  $k$ , зависимости от фазы цикла практически не наблюдается, однако нельзя говорить и о полном отсутствии зависимости от уровня активности. То есть оценка величины магнитного поля оказывается связанной с циклом активности даже при расчетах по самым точным магнитограммам MDI. Возможно, это фундаментальное свойство магнитного поля Солнца. Но также возможно, что эта особенность исчезнет при повышении разрешения — ответить на этот вопрос возможно только при достижении нового уровня точности наблюдений

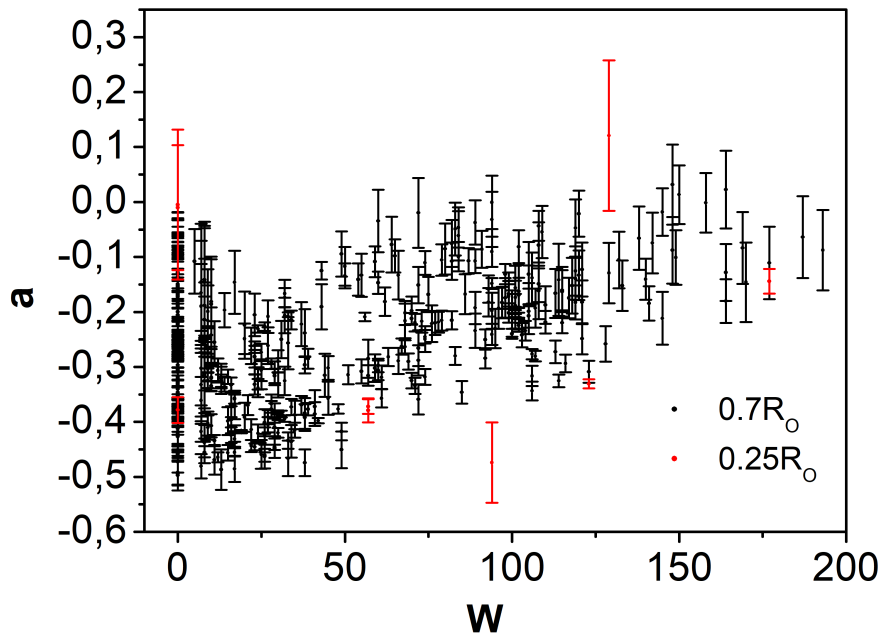


Рис. 4: Значения параметра  $a$  в зависимости от солнечной активности. Черный — величины, полученные при вычислении по диску радиусом  $0.7R_{\odot}$ , красный — вычисления для центральной части диска,  $0.25R_{\odot}$

магнитных структур.

### 3.3 Зависимость от напряженности магнитного поля

На рисунках 2–5 заметен разброс точек вокруг основных трендов. Такое поведение может быть связано с наличием дополнительной зависимости параметров  $k$ ,  $a$  от некоторой величины (помимо фазы цикла). Возможно влияние силы магнитного поля. Напряженность поля, конечно, тоже зависит от активности Солнца, однако определяется не только ей.

Если магнитное поле слабое (как фоновое “шумовое” поле), то можно ожидать значения  $k$ , близкие к единице. Для исследования влияния величины напряженности поля были построены несколько зависимостей  $\ln B_d(\ln d)$  для отдельных дней. Кривые выбирались для двух интервалов времени, за 1996–1997 и 2008–2009 гг. (около минимумов солнечной активности, где значения

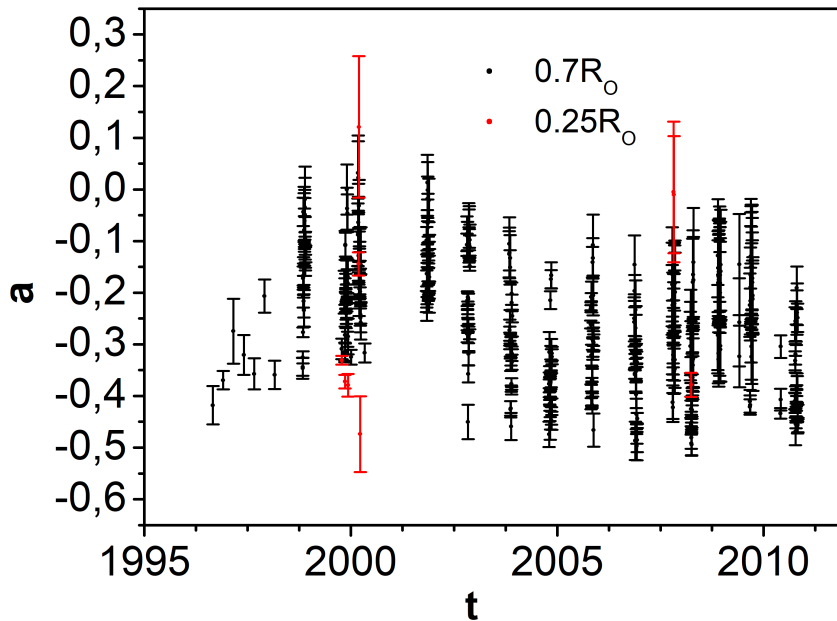


Рис. 5: Значения параметра  $a$  в зависимости от времени. Черный — величины, полученные при вычислении по диску радиусом  $0.7R_{\odot}$ , красный — вычисления для центральной части диска,  $0.25R_{\odot}$

$k$  примерно одинаковы, чтобы устранить зависимость от фазы цикла). В соответствии с этим графики можно разделить на две группы (набора) — для времен вблизи минимума перед 23 циклом и времен вблизи минимума конца 23 цикла. Для каждого дня из выборки получается хорошо выделяемый линейный тренд. Графики зависимостей заметно отстоят друг от друга (расстояние между кривыми превосходит отклонения точек от линейного тренда в пределах одного графика) и имеют различный наклон. Разброс в расположении кривых в пределах каждого набора больше, чем между кривыми разных групп. Полученный результат можно интерпретировать как подтверждение выдвинутой гипотезы. В окрестности минимума наклон кривой приближается к 1 при уменьшении магнитного поля до фонового уровня (“шум” без выделяющихся структур).

Еще одна особенность, заметная на рис.6, — кривые хорошо аппроксимируются линейной зависимостью при окне усреднения  $\geq 2$ , то есть разре-

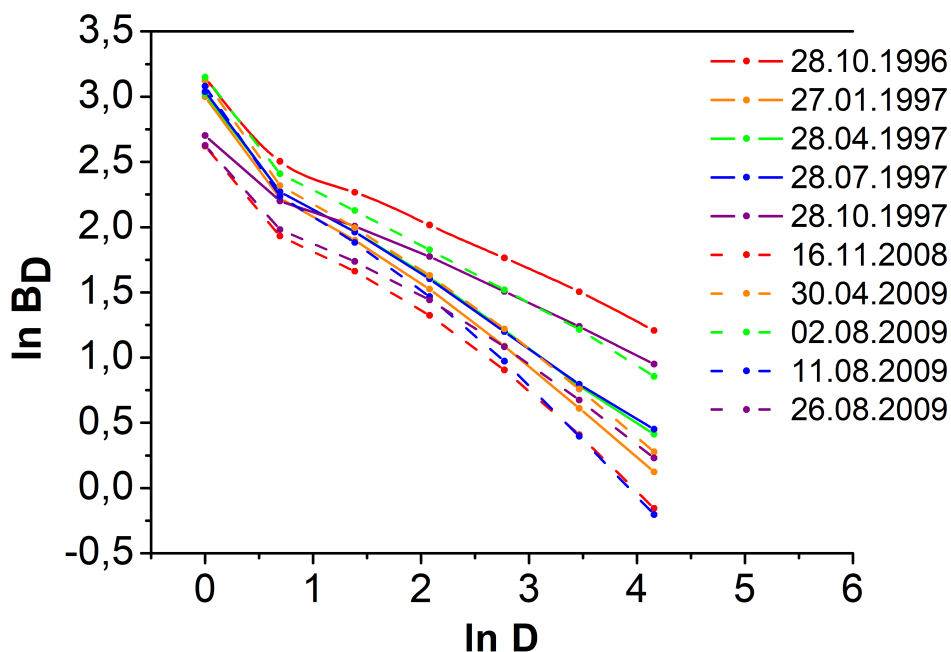


Рис. 6: Зависимость  $\ln B(\ln d)$  для нескольких выбранных дней в фазе роста и спада 23 цикла солнечной активности

шении магнитограммы  $\geq 4''$  (5). Это означает, что более мелкие магнитные структуры дают турбулентный спектр. Сходная оценка уровня, на котором начинается турбулентный спектр, получена в работах [38], [40] (на основе наблюдательных данных SOHO/MDI). Значение коэффициента углового наклона  $k$  растет от минимума солнечного цикла (1996) к максимуму (2002) и затем снова уменьшается на спаде активности (к 2004).

### 3.4 Турбулентный спектр

Значение коэффициента  $k$  можно использовать для определения характера магнитных структур. Два предельных случая: однородное поле,  $k = 0$  и хаотическое поле  $k = 1$ ; остальные варианты — промежуточные. Значение  $k = 1$  получается для оценки средней величины магнитного поля в полностью турбулентном случае:  $|\langle B \rangle| \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ , где через  $N$  обозначено число турбулентных ячеек в пределах рассматриваемой области. Такое соотношение

справедливо, если характерная длина корреляции хаотического поля существенно меньше разрешения прибора (или в терминах нашего исследования — меньше окна усреднения). Число ячеек пропорционально площади области, то есть  $N \sim d^2$ , откуда  $|\langle B \rangle| \sim d^{-1}$ ,  $k = 1$ . Еще одно характерное значение  $k = 2/3$  — случай колмогоровской турбулентности ([81]). В нашем случае типичные значения  $k$  не превосходят 0.3, оценка Дж. Стенфло еще меньше. Поэтому можно заключить, что анализируемое магнитное поле нельзя назвать хаотическим  $k < 2/3$  и тем более не достигает единицы. Помимо турбулентного фонового поля всегда остается часть крупных магнитных структур (монополярных областей).

### 3.5 Выводы

Напряженность магнитного поля Солнца проявляет фрактальные свойства, поэтому при математическом описании поля можно использовать фрактальные характеристики объектов. Хаусдорфова размерность  $k$ , рассчитанная на основе магнитограмм, оказывается зависимой от уровня активности Солнца.

Величина  $k$  даже вблизи минимумов активности оказывается заметно меньше 1, что означает отличие спектра от турбулентного. Даже фоновое магнитное поле оказывается некоторым образом структурированным. Эта характеристика накладывает определенные условия на теоретическое описание процесса формирования магнитного поля в рамках динамо-моделей.

Помимо фрактальной размерности при описании поля возникает второй параметр  $a$  (математически соответствующий хаусдорфовой мере, а физически — среднему значению поля при максимальном разрешении магнитограммы). Существенно различающееся поведение этих двух параметров позволяет говорить о двух типах магнитных полей, наблюдаемых на поверхности Солнца. Первый (связанный с параметром  $k$ ) участвует в циклическом изменении солнечной активности, второй (характеризуемый параметром  $a$ ) практически не зависит от 11-летних колебаний. Такое разделение подтверждает теорию магнитного динамо, предполагающую существование двух видов мелкомас-



штабных полей. Первый образуется при распаде крупных магнитных структур (и поэтому связан с циклом активности), второй возникает при работе мелкомасштабного динамо (и не имеет явного циклического поведения).

В работе Дж. Стенфло [120] также выделялось два возможных типа мелкомасштабных магнитных полей, однако предполагалось, что поле, не участвующее в 11-летнем цикле активности, нельзя отличить от случайных флуктуаций крупномасштабного поля. Введение двух фрактальных параметров позволяет разрешить последнюю проблему. Подобный анализ представляется более надежным, чем, например, исследование нерегулярных групп солнечных пятен [113].

Результаты исследования фрактальных характеристик магнитного поля Солнца опубликованы в работе [110].

## 4 Крупномасштабное магнитное поле Солнца

### 4.1 Постановка задачи

Большинство проявлений активности Солнца в основном фиксируется в пределах мелкомасштабных структур на его поверхности, и, соответственно, ассоциируется с локальными магнитными полями. Основная причина большего внимания к локальным структурам — доступность для наблюдений. Достаточно много наблюдательных данных собрано для солнечных пятен и активных областей (угловой размер таких образований составляет несколько угловых секунд). Магнитные поля за пределами выделенных структур долго не поддавалось измерению, поскольку среднее значение поля вне активных областей составляет порядка 10 Гс. Малая величина делает невозможным их измерение фотографическими и визуальными методами. Только в начале 20-х гг. XX века появились оценки величины фонового поля на основе статистической обработки накопленных данных. С середины 50-х годов XX века измерение малых полей стало доступно благодаря фотоэлектрическим магнитографам.

Структуры крупномасштабного поля не видны на магнитограммах с высоким разрешением. Они становятся заметны при разрешении порядка 3 угловых минут (пример синоптических карт с соответствующим угловым разрешением — карты Стэнфордской обсерватории). Характерный линейный размер крупных магнитных структур оказывается 10–20 угловых минут ( $\sim R_{\odot}$ ).

В высоких широтах крупномасштабные магнитные поля образуют области противоположной полярности, в средних и низких широтах формируются квазиуниполярные пространства. Униполярные области существуют 0.5–2 года, иногда такие структуры появляются при распаде активных областей.

Самое крупное структурное образование — магнитный диполь. При затменных наблюдениях Солнца в фазе низкой активности структуру поля в короне можно приближенно описать как поле диполя, ось которого направлена с осью вращения Солнца. Подобная структура хорошо выделяется

в области, достаточно близкой к фотосфере — где солнечный ветер имеет малые скорости (ниже так называемой поверхности источника). При низкой солнечной активности влияние активных областей на перераспределение поля мало; конфигурация, близкая к полю диполя, сохраняется в течение нескольких лет. Количество высоких корональных петель, соединяющих области противоположной полярности, увеличивается в области низких широт. Формируется хорошо известная структура: система полярных факелов и пояс стримеров вблизи солнечного экватора. Магнитное поле, переносимое солнечным ветром в окружающее пространство, образует гелиосферный токовый слой, разделяющий магнитные потоки противоположных полярностей. Во время низкой активности Солнца нейтральный токовый слой имеет плоскую структуру. С увеличением активности возрастает влияние локальных магнитных полей, токовый слой изгибается, принимает волнистую форму. Кроме того, возрастает вклад высоких гармоник, что тоже нарушает дипольную структуру глобального поля.

Один из способов изучения вклада полей разных масштабов — гармоническое разложение поля. При таком подходе возможно раздельное исследование мультиполей, их изменения во времени. Сопоставление вращения мультиполей и циклических характеристик магнитного динамо в существующих работах разных авторов дает неоднозначный результат. В ряде работ отмечается наличие связи ([50, 91, 97, 98, 104]), а в других, напротив, отрицательная корреляция скорости вращения и магнитной активности ([59, 66, 72, 75, 92]).

При гармоническом анализе выводы о соотношении полей разных масштабов обычно основываются на низших мультиполях — диполе и квадруполе. Некоторые исследования включают также анализ изменений следующей гармоники, октуполя. Например, в ряде работ ([123, 124, 125, 78]) крупномасштабное магнитное поле ассоциируется с антисимметричными гармониками (диполем и октуполем).

Подробный анализ эволюции дипольной компоненты магнитного поля Солнца дан в [85]. Исследование основано на данных синоптических карт и записях напряженности магнитного поля. Данные позволяют установить величи-

ну магнитного момента и направление диполя за последние три солнечных цикла (21–23). Магнитный диполь можно разделить на две проекции — аксиальную и экваториальную. Оказывается, в течение солнечного цикла ни одна из компонент не обращается в ноль. Смену полярности можно представить как изменение наклона диполя, происходящее в несколько этапов (каждый скачок в положении оси занимает 1–2 года). В положении, когда магнитный диполь близок по положению к оси вращения Солнца, магнитная ось совершают прецессию вокруг полюса. При отклонении от вертикального положения (магнитные полюса перемещаются в низкие широты) диполь продолжает движение и вокруг оси вращения, долготы полюсов меняется весьма значительно. После смены полюсов процесс повторяется снова в другом полушарии. Величина аксиального и экваториального диполя меняется в противофазе. Вертикальная компонента достигает максимума вблизи минимума солнечной активности, горизонтальная компонента — вблизи максимума. Направление всего диполя определяется доминирующей компонентой, соответственно, аксиальным диполем в минимуме и экваториальным в максимуме.

Анализ полного дипольного момента и его проекций выявляет связь с фазой солнечного цикла. Причем помимо основного 11-летнего колебания присутствуют и более короткопериодические изменения. При рассмотрении 11-летнего цикла выделение горизонтального и вертикального диполей не несет какого-либо физического смысла, поскольку связь двух компонент диполя с солнечной активностью идентична. Это позволяет предположить у них общую природу возникновения. Разделение на проекции представляется удобным приемом для упрощения описания процесса. Для явлений с более короткими характерными временами дело обстоит иначе. Квазипериодические изменения с периодами 1.3–2.5 года появляются только в данных об экваториальной компоненте диполя. Соответственно, для полного дипольного момента короткопериодические колебания будут проявляться в изменении угла между осью вращения Солнца и осью магнитного диполя.

Аналогичные результаты были получены в работе [54]. Авторы использовали те же данные Стэнфордской обсерватории Дж. Уилкокса (WSO); гар-

монические коэффициенты рассчитывались в рамках модели с поверхностью источника PFSS. Отрезок времени, покрываемый данными, — 21–23 солнечных циклы. Анализ данных несколько обширнее, чем в [85], в рассмотрение включены более высокие гармоники.

С точки зрения сравнения наблюдательных данных с предсказаниями теории магнитного динамо представляет интерес в первую очередь анализ отдельно первой гармоники, имеющий наибольший вклад в магнитное поле. Один из вопросов — положение области генерации поля. В соответствии с теорией область развития процессов солнечного динамо находится под фотосферой, обычно предполагается локализация в обращающемся слое [51]. Однако возможно и более близкое к поверхности положение [47], или две области генерации. Другая проблема — соотношение и взаимодействие полей разных масштабов. Проявление магнитного поля в виде солнечных пятен и активных областей, в структуре глобального поля, наблюдаемого на поверхности, значительно отличается от той картины, которая формируется в динамо-процессе. Например, отдельные солнечные пятна представляют собой локальные образования, не относятся к глобальному полю. Однако все вместе солнечные пятна за достаточно большой промежуток времени (точнее, за время, сопоставимое с характерным периодом солнечной активности, 11 лет) образуют крупномасштабную структуру, которая лежит в основе исследований тороидального поля (анализ баттерфляй-диаграмм). Поэтому сравнение с моделями динамо предполагает отдельный анализ компонент поля.

Основные положения теории динамо были сформулированы для глобального магнитного поля [80]. С развитием численных методов стало возможно более детальное компьютерное моделирование процессов динамо (см., напр., [49]). Однако при интерпретации результатов численного моделирования приходится снова обращаться к средним параметрам крупномасштабного поля. При этом возникает задача разделения мгновенных и средних значений напряженности магнитного поля и величин магнитных моментов [87], [97].

Особый интерес для теории динамо представляет поведение двух первых гармоник магнитного поля, нечетной — диполя и четной — квадруполя. В

конвективной зоне звезды возможно возбуждение двух типов полей: четных и нечетных относительно экваториальной плоскости. Причем дифференциальное вращение, меридиональная циркуляция, зеркальная асимметрия не перемешивают поля разной четности. Конечно, четные и нечетные конфигурации не могут быть сведены к одной гармонике (диполю или квадруполью), тем не менее эволюция низших гармоник может до некоторой степени служить иллюстрацией к изменению всей конфигурации в целом.

В простейшей модели солнечного динамо квадрупольный момент и высшие четные моды в точности равны нулю. Небольшое изменение гидродинамики сферического слоя, где происходит генерация поля, позволяет получить поля не дипольной, а квадрупольной симметрии [88]. Возможно, существуют звезды, в недрах которых реализуется подобный механизм динамо. Существуют даже некоторые наблюдения, подтверждающие эту гипотезу (описание звездных магнитных полей со сложной структурой даны, например, в работах Л. Розен и др., [103, 104]. Также возможно, что именно этот тип магнитного динамо определял строение магнитного поля Солнца в конце минимума Маундера [114, 126].

Однако очевидно, что магнитное поле Солнца содержит моды обоих типов симметрий (если отвлечься от названного интервала времени с доминирующим квадрупольным полем). Возможное описание такого поля — генерация полей смешанной четности. При таком объяснении аномалия в конце минимума Маундера описывается как значительное увеличение вклада мод с квадрупольной симметрией. Другое описание поля, содержащего компоненты разной четности, — возникновение квадрупольных мод из-за асимметрии Солнца относительно экваториальной плоскости. Выбор достоверной теории генерации поля требует анализа временной эволюции квадрупольного момента магнитного поля Солнца.

Задача, поставленная в работе, — исследование изменений низших четной и нечетной гармоник (квадруполья и диполя), сравнение их друг с другом. Можно назвать это продолжением исследований в названных выше работах. При этом важно увеличение ряда доступных наблюдательных данных (воз-

можен анализ четырех циклов активности Солнца).

## 4.2 Основные уравнения

Расчеты магнитного поля производились на основе данных Стэнфордской обсерватории (по синоптическим картам радиальной компоненты поля, [108]). Метод расчетов подробно описан в работах [67], [71]. В качестве математической модели выбрано потенциальное приближение, так называемая классическая модель с поверхностью источника. Ряд данных, доступных из наблюдений обсерватории WSO, покрывает временной интервал с 1642 по 2210 кэррингтоновский оборот, то есть с 27 мая 1976 года до 23 ноября 2018 года.

Для определения напряженности поля в короне необходимо решить краевую задачу. Значения поля на границе берутся из данных наблюдений. Дополнительное условие — поле является строго радиальным на поверхности источника. Это условная граница, определяющая область, где справедливо потенциальное приближение. На поверхности источника магнитные линии строго радиальны, потенциал равен нулю. Поверхность выбрана в виде сферы радиусом 2.5 радиуса Солнца ( $R_\odot$ ), центр совпадает с центром Солнца.

Из наблюдений доступны значения поля вдоль луча зрения, при решении краевой задачи нужно перейти к проекциям поля на орты сферической системы координат  $B_r, B_\theta, B_\varphi$ . Те же компоненты представляются в виде разложения по сферическим функциям:

$$\begin{aligned} B_r &= \sum_{l,m} P_l^m(\cos \theta) (g_{lm} \cos m\varphi + h_{lm} \sin m\varphi) ((l+1)(R_\odot/r)^{l+2} - l(r/R_s)^{l-2} c_l), \\ B_\theta &= - \sum_{l,m} \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} (g_{lm} \cos m\varphi + h_{lm} \sin m\varphi) ((R_\odot/r)^{l+2} + (r/R_s)^{l-1} c_l), \\ B_\varphi &= - \sum_{l,m} \frac{m}{\sin \theta} P_l^m(\cos \theta) (h_{lm} \cos m\varphi - g_{lm} \sin m\varphi) ((R_\odot/r)^{l+2} + (r/R_s)^{l-1} c_l). \end{aligned} \quad (6)$$

В конкретной задаче суммы конечны, чаще всего выбирается 9 гармоник  $0 \leq m \leq n \leq 9$ .  $P_l^m$  — полиномы Лежандра, коэффициент  $c_l = -(\frac{R_\odot}{R_s})^{l+2}$ ,  $R_s$  — радиус поверхности источника. Коэффициенты гармонического разложения

$g_{lm}$ ,  $h_{lm}$  получаются при решении уравнений для  $B_r, B_\theta, B_\varphi$ , подставленных из данных измерений на уровне фотосферы.

Непосредственно данные WSO содержат значения продольного поля. Для нахождения коэффициентов разложения  $g_{lm}$ ,  $h_{lm}$  требуется выразить продольное поле через проекции  $\mathbf{B}$  на координатные орты, и, соответственно, через коэффициенты  $g, h$ . Переменная  $r$ , соответствующая радиальному расстоянию, приравнивается к радиусу Солнца (так как данные наблюдений — для фотосферы). Далее коэффициенты определяются из условия ортогональности полиномов или, например, методом наименьших квадратов. Полученные коэффициенты имеют несколько иной смысл, чем классические мультиполи. Найденные значения зависят от параметров модели, в частности, от радиуса поверхности источника. Причем зависимость от параметра различна для трех компонент поля. Соотношение компонент различно при разных  $l$ . Строго говоря, нельзя отождествить диполь, получаемый из выражений 7, с магнитным полюсом. Однако изменения во времени гармоник и мультиполей взаимосвязаны, поэтому часто вместо терминов “первая гармоника”, “вторая гармоника” и т.д. используются “диполь”, “квадруполь”...

Потенциальная модель имеет некоторые недостатки в ряде задач солнечной физики (примеры можно найти в [134]). Существует альтернативная модель, предполагающая радиальную структуру магнитного поля на поверхности фотосферы. В рамках исследования было проведено сравнение “радиальной” и “классической” моделей на примере первой гармоники. Основное отличие появляется в величине определяемой напряженности поля. В приближении радиального поля значения получаются больше, чем для модели с поверхностью источника. Причем разница в оценках для аксиального диполя больше, чем для экваториального. Поэтому при исследовании структуры поля и её изменений во времени (когда важно относительное изменение напряженности поля в заданной точке) выбор модели не играет значительной роли. Небольшие отличия появляются для областей высоких широт ( $> 70^\circ$ ). При вычислении полного дипольного момента также появляется эффект большего наклона в случае потенциальной модели (поскольку для нее соотношение



величин экваториальный диполь/ аксиальный диполь больше, чем для радиальной модели), однако это отличие можно назвать систематическим, оно не влияет на циклические характеристики изменения величины и направления диполя.

### 4.3 Циклические вариации диполя

Некоторые теоретические модели динамо и гелиосейсмологии предполагают полное исчезновение дипольного момента на некотором промежутке времени около максимума активности при инверсии поля [85]. Но, как показывают наблюдения, это не совсем соответствует процессу, происходящему на Солнце. Сценарий с полным исчезновением, скорее, соответствует описанию аксиальной проекции диполя. Она достигает максимальной величины в фазе минимума солнечной активности и уменьшается при приближении к моменту максимума активности. Полный дипольный момент определяется также второй проекцией — экваториальной. Её величина максимальна в максимуме солнечного цикла. Сравнение циклических изменений абсолютных значений магнитного поля для аксиального и экваториального диполей представлено на рис.7. Для сопоставления с уровнем солнечной активности на нижней панели рисунка изображена зависимость числа пятен от времени.

Как видно из рисунка, ситуация несколько сложнее, чем просто изменение экваториального и аксиального диполей в противофазе. Нет точного совпадения точек максимумов и минимумов циклов. Например, в 21 цикле активности максимум солнечных пятен (декабрь 1979 г.) попадает между двумя максимумами на кривой экваториального диполя. В этом же промежутке расположен минимум аксиального диполя (поскольку графики построены для абсолютных значений, эта точка соответствует моменту смены полярности). Главный максимум экваториального диполя наступает заметно позже (август 1982 г.). В 22 цикле не совпадают все три события: максимум солнечных пятен (июль 1989), смена полярности аксиального диполя (апрель 1990) и главный максимум экваториального диполя (июль 1991). В 23 цикле ситуа-

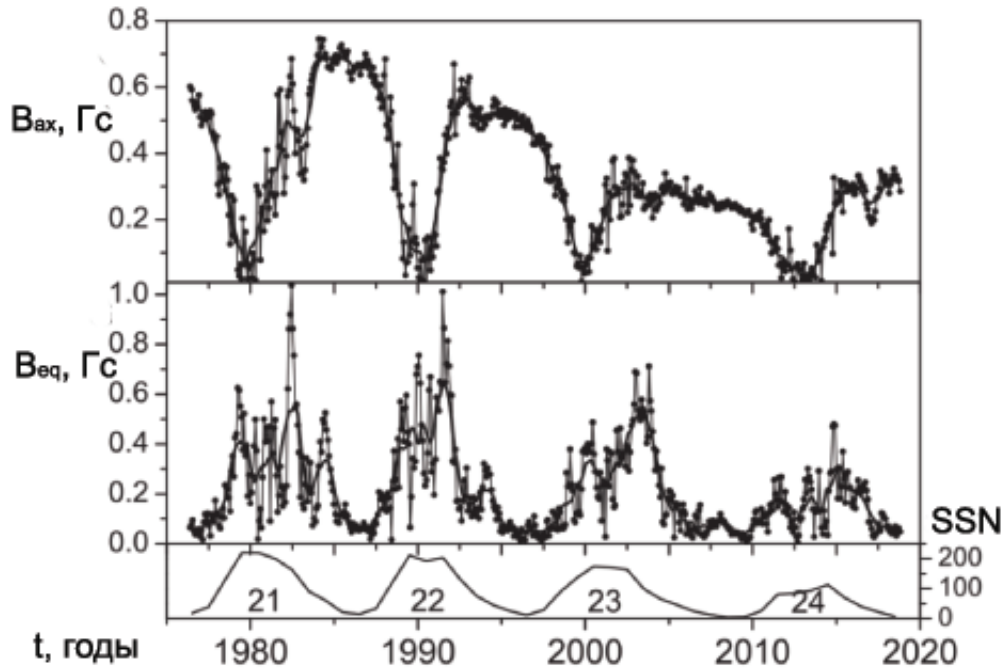


Рис. 7: Циклические вариации аксиального (ax) и экваториального (eq) диполя. На нижней панели — число солнечных пятен (SSN).

ция похожа на 21 цикл: минимум аксиального диполя и максимум солнечных пятен примерно совпадают (апрель 2000), а максимум экваториального диполя наступает позже (апрель 2003). Главный максимум солнечных пятен в 24 цикле наступает позже инверсии аксиального диполя (апрель 2014 и март 2013, соответственно); максимум экваториального диполя снова запаздывает, январь 2016. Стоит отметить, что анализ затрудняется наличием кратных максимумов. Кроме того, инверсия полярного поля — достаточно длительный процесс, а инверсию аксиального диполя можно достаточно хорошо локализовать во времени (минимум  $|V_{eq}|$  сравнительно узкие).

Изменение полного дипольного момента во времени представлено на рис.8. Данные сглажены по 14 кэррингтоновским оборотам.

Связь дипольного момента, аксиального и экваториального диполей с гар-

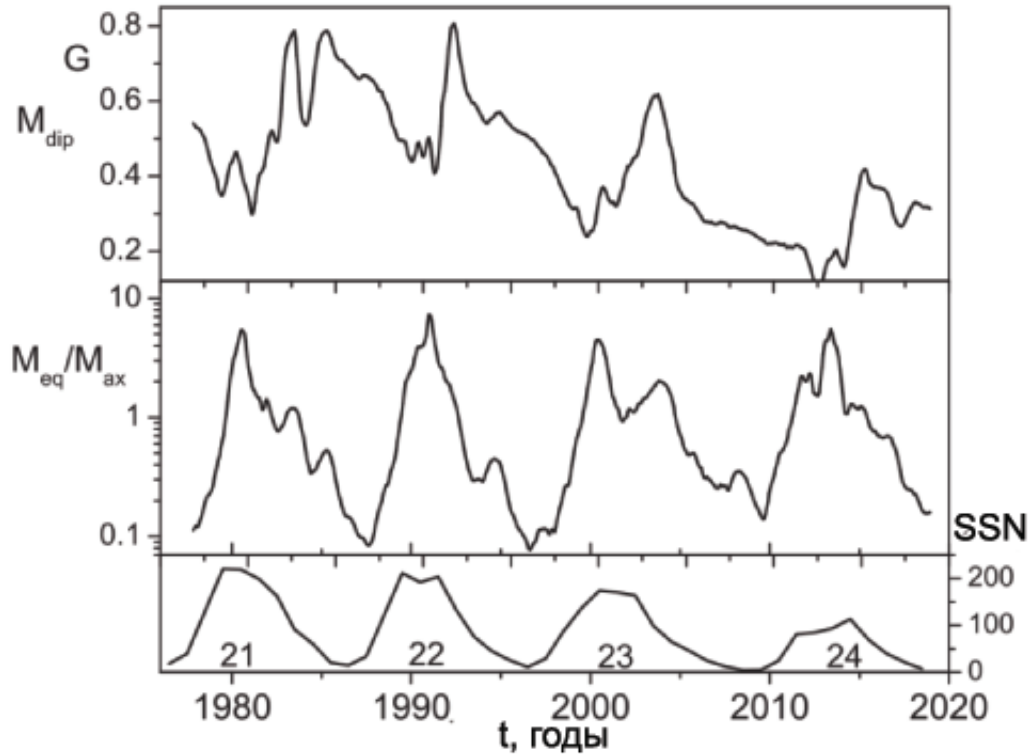


Рис. 8: Дипольный магнитный момент (верхняя панель) и отношение его экваториальной и аксиальной компонент (средняя панель, логарифмический масштаб). На нижней панели — число солнечных пятен.

моническими коэффициентами  $g, h$  выражается следующим образом:

$$M_{dip} = \sqrt{g_{10}^2 + g_{11}^2 + h_{11}^2}, \quad (7)$$

$$M_{ax} = |g_{10}|, \quad (8)$$

$$M_{eq} = \sqrt{g_{11}^2 + h_{11}^2}. \quad (9)$$

В средней части рис.8 представлена зависимость отношения величины экваториального диполя к аксиальному от времени (значения тоже сглажены по 14 оборотам). Вблизи максимума солнечной активности момент экваториального диполя превосходит аксиальный диполь; вблизи солнечного минимума наблюдается обратная картина. Моменты экстремумов для аксиального и экваториального диполя не совпадают, поэтому полный дипольный момент ни в какой момент времени не обращается в ноль. И в максимуме, и в минимуме солнечной активности значение диполя существенно отличается от нуля. В

работе [85] инверсия описана как переворот прецессирующего диполя. При детальном описании оказывается, что процесс несколько сложнее, чем изменение наклона диполя. По ряду характеристик экваториальный и аксиальный диполь отличаются друг от друга. Например, падение амплитуды в течение последних трех циклов (аналогичная тенденции уменьшения всего уровня солнечной активности) происходит неодинаково для экваториальной и аксиальной компонент диполя. Уменьшение экваториального диполя значительно, чем аксиального. Возможно, это указывает на проявление различных механизмов генерации магнитного поля в разных фазах цикла активности.

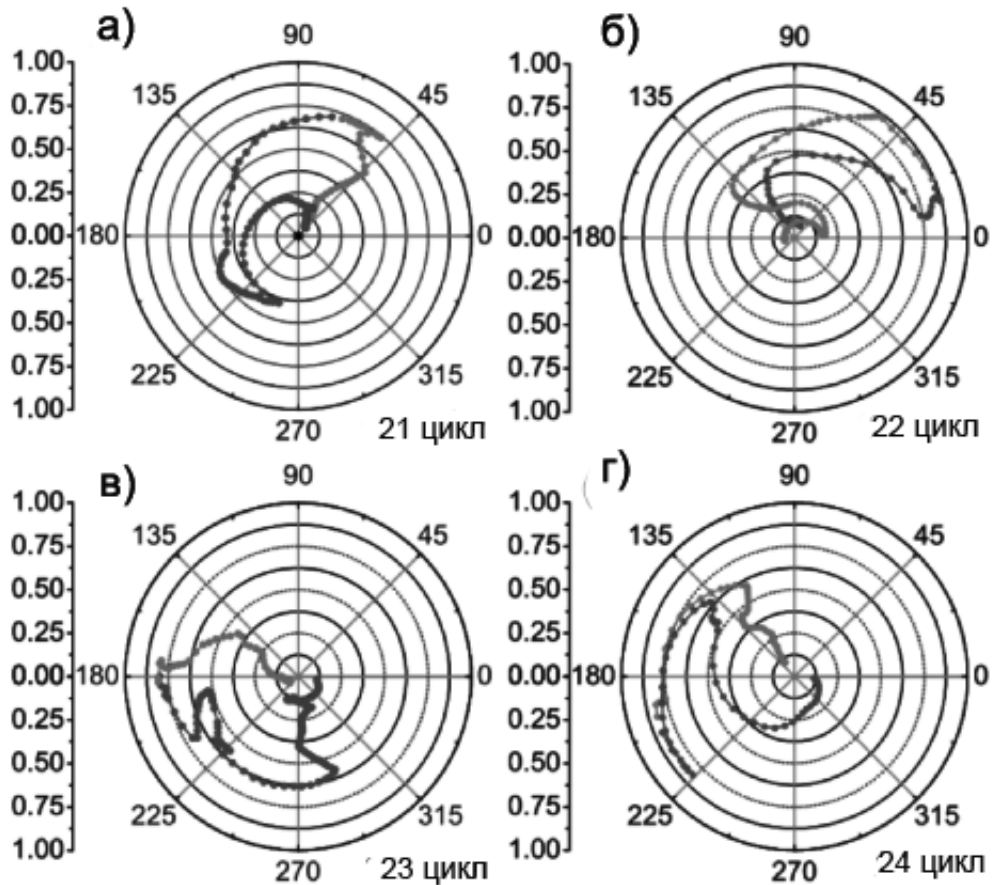


Рис. 9: Траектория северного полюса диполя в каждом из 4 циклов активности. Темно-серый цвет линии соответствует положению в северном полушарии, светло-серый — в южном. Радиальная координата соответствует долготе  $\cos \theta$  (шкала вынесена слева), угловая координата — широте в градусах.

#### 4.4 Положение полюсов диполя

Помимо колебаний напряженности магнитного поля циклические вариации проявляются также в изменении положения диполя. Наиболее удобный траектор для отслеживания наклонов, поворотов и деформаций диполя — положение его полюсов. По определению полюса аксиального диполя имеют широту  $90^\circ$  или  $-90^\circ$  и неопределенную долготу. Полюса экваториального диполя расположены на солнечном экваторе и, соответственно, имеют нулевую широту и могут менять значение долготы. Положение полюсов полного диполя зависит от долгот полюсов экваториального диполя и от соотношения величин аксиальный/экваториальный диполь.

На рис.9 представлено изменение положения северного магнитного полюса диполя со временем. Четыре рисунка соответствуют четырем солнечным циклам (21–24). Каждая точка соответствует одному кэррингтоновскому обороту; изображение приведено в полярной проекции, в центре — гелиографический полюс. Светло-серый цвет соответствует расположению полюса диполя в южном полушарии Солнца, темно-серый — в северном. Перед построением было произведено усреднение по 27 кэррингтоновским оборотам. Такое сглаживание устраняет возможные квазидвухлетние колебания в прецессии диполя [85]. “Псевдопрецессия” вокруг гелиографического полюса наблюдается в минимуме солнечной активности. Процесс продолжается около 1–3 лет, в это время справедливо описание диполя как наклонного гироскопа. Затем следует относительно резкий скачок (примерно 0.7–1.2 года) в приэкваториальную область, где продолжается уже достаточно гладкое непрерывное движение вдоль параллелей в течение 1.5–3 лет. Затем происходит новый скачок, прецессия продолжается в полярной области (у противоположного полюса). В положении, когда полюса диполя оказываются вблизи экватора, движение достаточно сложное. Перемещения полюсов диполя даже получили название “бесцельного блуждания” [54]. Это название хорошо отражает случайный процесс взаимодействия диполя и активных областей. Более легкая для интерпретации картина получается, если устранить кратковремен-

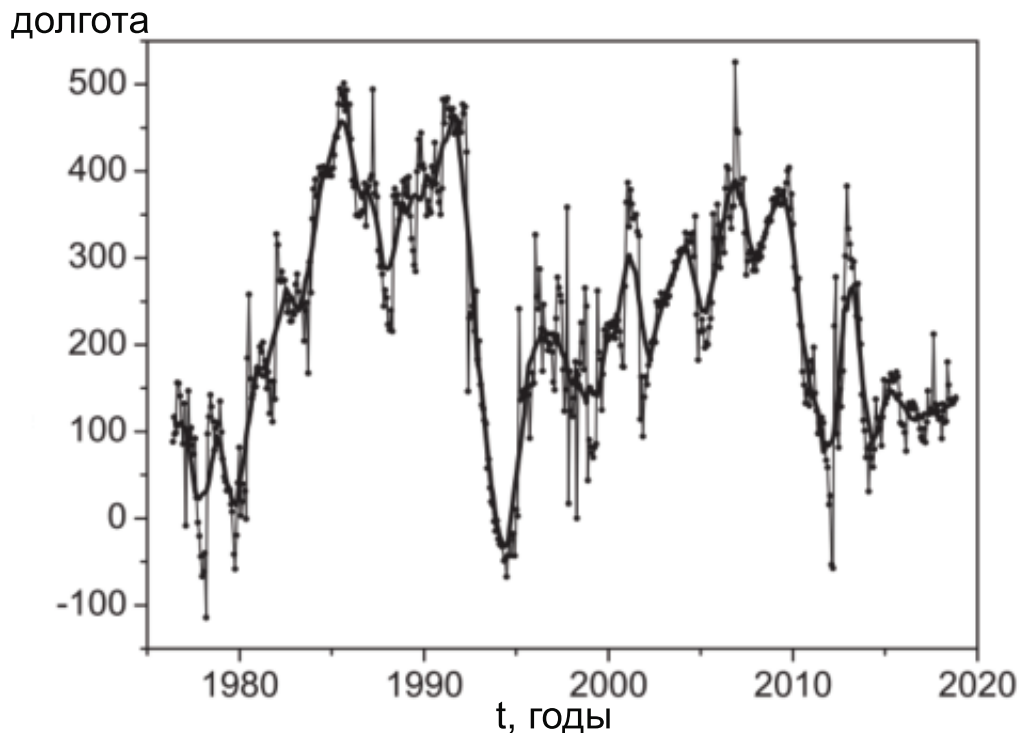


Рис. 10: Изменение долготы северного полюса диполя.

ные смены направления движения путем усреднения. Пример приведен на рис.10 (усреднение по 27 кэррингтоновским оборотам, то есть примерно по 2 годам). По рисунку видно, что полюс диполя описывает в течение цикла один или несколько оборотов вокруг солнечной оси; скачок из высоких широт в низкие занимает весьма узкий диапазон долгот.

Еще одна особенность, которую можно отметить, — постепенное смещение против часовой стрелки. То есть долгота возрастает, что можно объяснить небольшим ускорением относительно кэррингтоновской системы координат (диполь опережает вращение системы).

## 4.5 Квадрупольный момент

В верхней части рис.11 представлены средние за полгода абсолютные значения магнитного поля, соответствующие дипольной компоненте (гармоника  $l = 1$ ), усредненные по всей поверхности Солнца. Как было отмечено при описании динамики диполя, максимум средних значений не совпадает по вре-

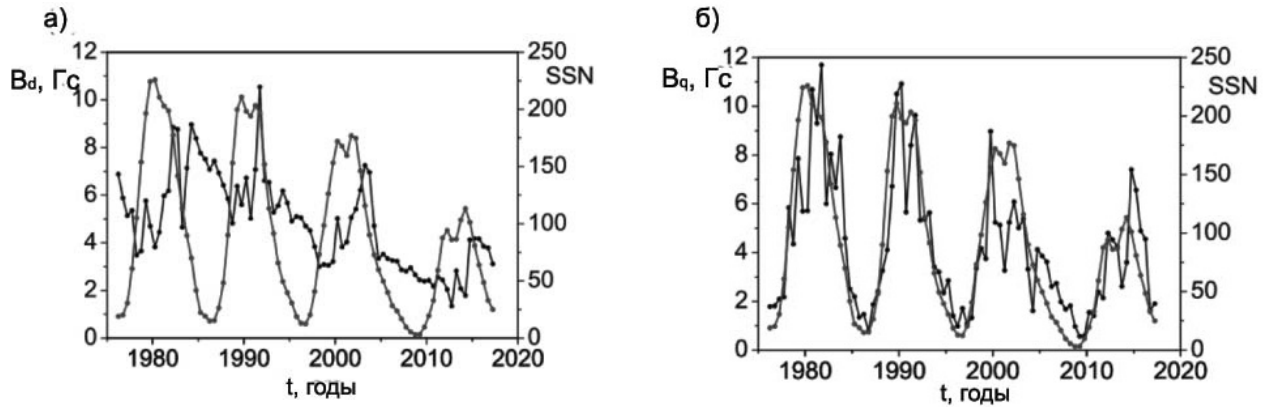


Рис. 11: Усредненные по 6 месяцам значения магнитного поля для а) диполя и б) квадруполья (черные кривые), серым нанесены значения для среднего за полгода числа солнечных пятен.

мени с максимумом полярного поля, который наступает вблизи экстремума числа солнечных пятен. Это касается полного диполя, для его вертикальной и горизонтальной проекции существует более точное соответствие. Максимум аксиального диполя расположен вблизи минимума числа солнечных пятен, максимум экваториального диполя — вблизи максимума числа солнечных пятен. В результате максимум полного диполя оказывается в начале фазы спада солнечной активности. Помимо этого, магнитное поле диполя несколько меньше, чем измеряемое значение полярного поля. Это объясняется вкладом других симметричных относительно экватора гармоник.

В максимуме солнечной активности значения диполя определяются в основном горизонтальной компонентой, аксиальный диполь при этом очень мал. Полный диполь ни в какой момент цикла не принимает нулевые (и близкие к нулю) значения. Отношение модуля дипольного момента в максимуме и в минимуме составляет примерно 3 : 1.

На нижней панели рис.11 представлены средние средние за полгода абсолютные значения магнитного квадруполья (гармоника  $l = 2$ ), усредненные по поверхности Солнца. Максимум квадруполья достигается вблизи максимума солнечных пятен. Абсолютного совпадения нет, например, в 22 и 23 циклах максимум для квадрупольного момента наступает немного раньше максимума солнечных пятен, а в 21 и 24 циклах — немного позже. Заметное отличие

поведения квадруполя от диполя: диполь ни в какой момент не уменьшается до значений, близких к нулю, а квадруполь в моменты своих минимумов опускается до очень малых значений, менее 0.1 Гс.

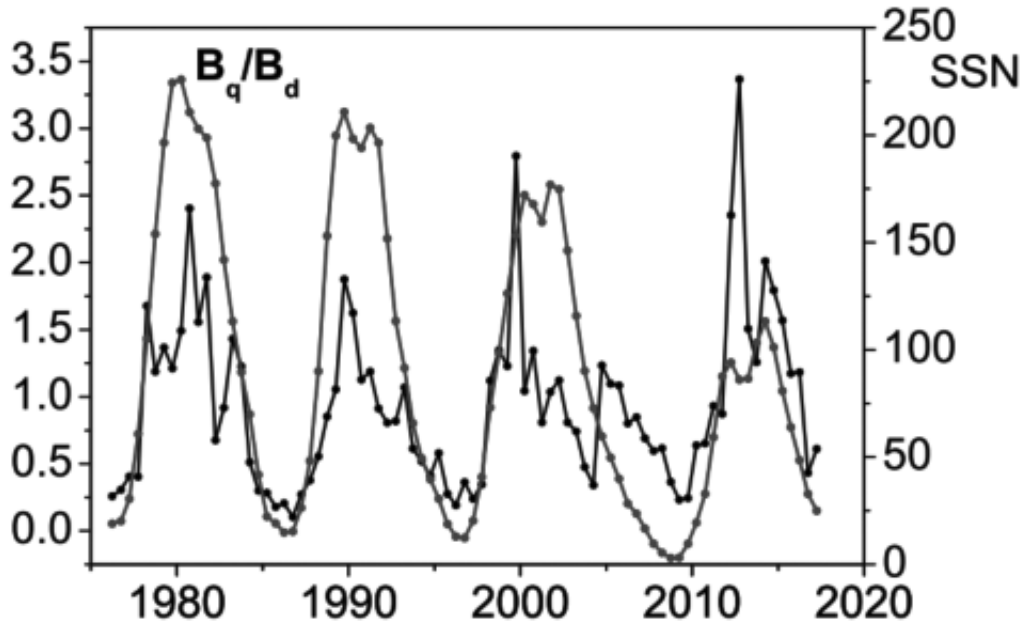


Рис. 12: Соотношение напряженностей магнитных полей для квадруполя и диполя. Серая кривая — число солнечных пятен.

За последние 4 цикла активность и дипольной, и квадрупольной компонент поля уменьшилась (это хорошо видно, например, при сравнении высот максимумов в 4 циклах). Однако уменьшения диполя гораздо заметнее, чем квадруполя. Поэтому наблюдается рост соотношения напряженностей квадрупольной компоненты к дипольной  $B_{quadr}/B_{dip}$ , рис.12. В 24 цикле это отношение достигает 3. То есть можно сделать вывод, что в 24 цикле доминирует квази-симметричный механизм генерации магнитного поля. Похожая ситуация с преобладанием осесимметричных компонент поля наблюдалась перед минимумом Маундера ([100], [114]). Наблюдения других звезд (измерения магнитных полей, основанные на эффектах Зеемана и Доплера) показали, что тип крупномасштабного магнитного поля связан со скоростью вращения звезды. Неосесимметричные поля более характерны для звезд с возрастающей скоростью осевого вращения [109]. Возникновение симметрич-



ных относительно экваториальной плоскости структур свойственно только звездам солнечного типа с достаточно большим уровнем активности [83].

Как и в случае с диполем, при рассмотрении квадрупольной компоненты можно определять не только напряженность поля, но и ориентацию квадруполя в пространстве. Для этого необходимо ввести определение полюса квадруполя. По аналогии с диполем, полюсом будем считать точку, где компоненты поля  $B_\theta, B_\varphi$  (в сферической системе координат) обращаются в ноль, поле строго радиально. Квадруполь имеет 4 полюса, в двух из них напряженность поля больше нуля, будем обозначать их  $N_1, N_2$  (“северные полюса”). Остальные два полюса, соответственно, отрицательные, обозначим их  $S_1, S_2$  (“южные полюса”).

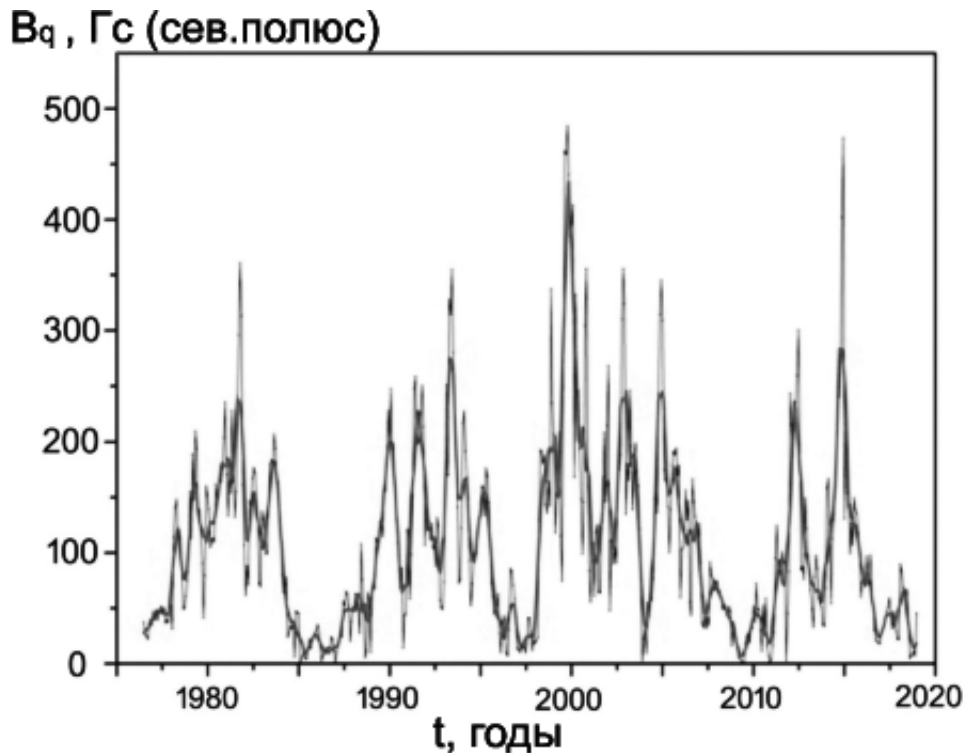


Рис. 13: Напряженность магнитного поля одного из северных полюсов квадруполя (светло-серая тонкая линия). Темно-серая линия — те же значения, усредненные по 7 кэррингтоновским оборотам (около 6 месяцев).

Теоретически напряженность поля для двух полюсов одного знака должна совпадать. В действительности возможны отклонения, связанные как с

отклонениями физических процессов на Солнце от квадрупольной симметрии, так и с погрешностями измерения. На рис.13 приведены значения напряженности поля для одного из северных полюсов квадрупольного поля. Темная кривая соответствует значениям без усреднения, светлая — усреднение по 7 кэррингтоновским оборотам (около 6 месяцев).

Помимо ожидаемых четырех поднятий видна тонкая структура кривой. Каждый максимум распадается на отдельные пики шириной около 2–3 лет.

Определение координат полюса во вращающейся кэррингтоновской системе отсчета представляет достаточно сложную задачу. Аналитически задача сводится к решению системы уравнений 7 при дополнительных условиях  $B_\theta = 0, B_\varphi = 0$ . Для минимизации возможных ошибок использовались два метода решения.

Первый способ — численный. Определялись точки, где одновременно достигают минимума компоненты поля  $B_\theta, B_\varphi$ . С точки зрения теории численных методов это задача нахождения минимума функции  $B_\theta^2 + B_\varphi^2$ . Методы решения: покоординатный спуск и метод сопряженных градиентов. Чтобы избежать ситуации, когда машинное решение приводит к нахождению двух близко расположенных точек вместо двух полюсов, вводилось дополнительное ограничение на поиск второго полюса: после нахождения  $N_1$  из рассмотрения исключалась полусфера с центральной точкой, соответствующей найденному полюсу. Аналогично производился поиск южных полюсов,  $S_1$  ищется по всей сфере,  $S_2$  только по половине.

Недостаток численного решения проявляется в моменты вблизи минимумов солнечной активности. При малой активности значения напряженности поля во всех точках сферы малы, возрастает вероятность вычислительных погрешностей. Кроме того, сложности возникают при переходе через нулевой меридиан  $0^\circ - 360^\circ$ . При пересечении этой линии изменение долготы полюса может составлять несколько градусов, а численное решение будет содержать скачок  $2\pi$ , поскольку вычисления производятся в интервале  $[0, 2\pi)$ . При интерпретации результатов такие скачки приходится корректировать вручную.

Второй способ — графический. Для каждого кэррингтоновского оборота

строится карта изолиний напряженности поля и визуально определяются точки, соответствующие полюсам. Визуальный поиск выполняется для определения области расположения полюса, точное значение координат определяется с помощью вычислений. Второй метод более трудоемкий, однако позволяет уменьшить вероятность численных ошибок и избежать ложных скачков на  $360^\circ$ .

Дополнительное условие, позволяющее контролировать поиск координат, — взаимное расположение полюсов. Теоретически полюса квадруполя должны лежать в одной плоскости. Если провести сечение сферы этой плоскостью, полюса окажутся на одном большом круге сферы. Направления на полюса  $N_1, S_1, N_2, S_2$  из центра круга должны отличаться на  $90^\circ$  (то есть располагаться в вершинах воображаемого квадрата). На практике возможны отклонения от такой идеализированной картины, однако отклонения не должны быть не очень большими.

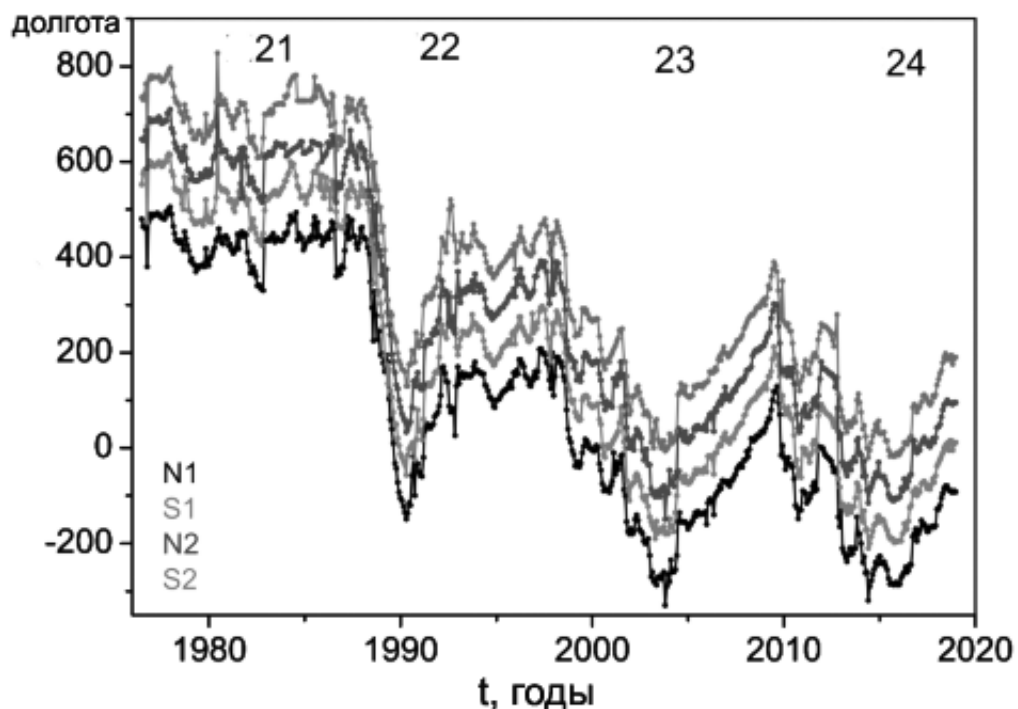


Рис. 14: Изменение долгот четырех полюсов квадруполя.

На рис.14 представлена зависимость долготы полюсов от времени. На графике устранены скачки, соответствующие переходу через нулевой меридиан,

поэтому значения долготы выходят за пределы интервала  $[0^\circ, 360^\circ)$ . Нулевое значение долготы условно принято в момент начала 2025 кэррингтоновского оборота (2 января 2005 года). За 4 цикла полный разброс значений долготы для каждого полюса составил примерно  $700^\circ$ , то есть почти два полных оборота. Отсюда можно сделать несколько выводов.

Постепенное уменьшение долготы полюсов (почти на  $600^\circ$  за 567 оборотов, или за 42 года) может означать замедленное вращение квадруполя относительно кэррингтоновской скорости вращения. Замедление невелико, примерно  $1^\circ$  за оборот, или  $0.28\%$ , но при долговременном наблюдении эффект накапливается и становится заметным.

Графики не являются монотонно убывающими, скорость вращения квадруполя зависит от фазы цикла активности. На участке роста активности долгота полюсов квадруполя уменьшается, то есть вращение отстает от кэррингтоновского. После перехода через максимум активности долгота полюсов начинает возрастать, то есть скорость вращения превосходит кэррингтоновскую. В фазе минимума долгота некоторое время не меняется, квадруполь не поворачивается относительно кэррингтоновской системы координат, иначе говоря, его скорость совпадает с кэррингтоновской. Последнее явление наблюдается с разной степенью отчетливости во всех циклах, слабее всего в 21-м.

Выше приведено сравнение со значением кэррингтоновской скорости вращения, однако слои солнечного вещества вращаются с разной скоростью на разных широтах. Возможно, изменение скорости вращения полюсов квадруполя связано с их смещением по широте. На рис.15 представлено совместное изменение двух координат одного из северных полюсов. Так как нас интересует глобальная эволюция, данные сглажены по 27 кэррингтоновским оборотам для устранения мелких флуктуаций и квазидвухлетних колебаний. Для широты взят модуль, ее значения отложены по радиальной шкале. Полярный угол соответствует значению долготы (здесь мы вернулись к диапазону  $[0^\circ, 360^\circ)$ ).

В начале цикла полюс смещается по часовой стрелке, скорость вращения

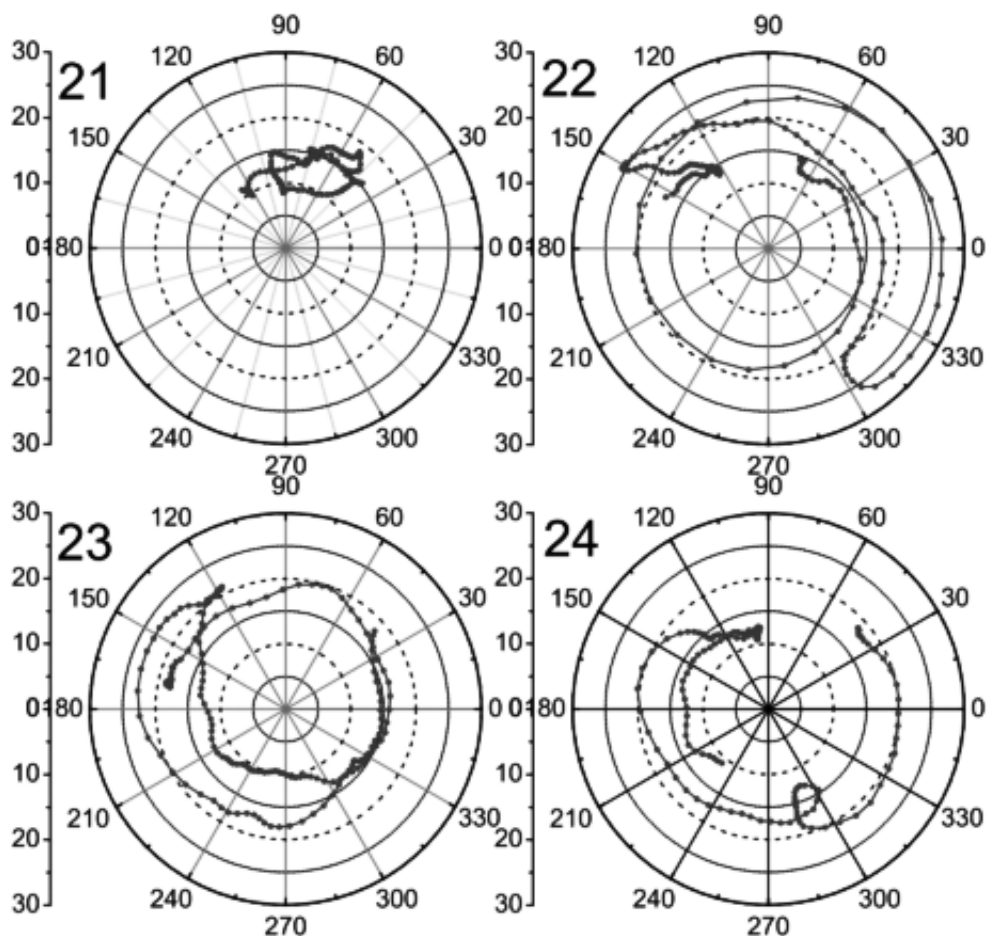


Рис. 15: Траектория одного из полюсов квадруполя. Угловая координата соответствует широте, радиальная — долготе.

уменьшается. Во второй половине цикла смещение меняется на противоположное, то есть скорость вращения полюса возрастает. При этом в первой части цикла полюс локализуется в высоких широтах, где скорость дифференциального вращения ниже кэррингтоновской, а во второй части цикла полюс опускается в более низкие широты. Однако это может быть не единственная причина изменения скорости вращения квадруполя. Поведение квадрупольной компоненты поля не определяется динамикой активных областей, движение квадруполя не удастся свести к описанию перемещений отдельного слоя солнечного вещества.

Движущаяся кэррингтоновская система отсчета, используемая на Солнце, имеет скорость, определяемую для  $26^\circ$  гелиографической широты. Для ши-

рот, расположенных ближе к экватору, период обращения меньше (скорость больше), а для высоких широт наоборот, период больше. Формула, описывающая скорость вращения на разных широтах, в общем виде представляется как

$$\omega = a + b \sin^2 \varphi, \quad (10)$$

$\varphi$  — широта, параметры  $a, b$  не являются постоянными, они зависят от расстояния до центра Солнца и фазы солнечного цикла. Поэтому соотношение скорости вращения квадруполя и кэррингтоновской скорости будет зависеть не только от широты полюсов, но и от глубины слоя, в котором генерируется поле, и от фазы цикла активности. Полное объяснение различия в скоростях вращения диполя и квадруполя, скорее всего, не исчерпывается дифференциальным вращением солнечного вещества.

## 4.6 Сопоставление диполя и квадруполя

Главная тенденция во вращении квадруполя на больших временных интервалах — отставание от вращения кэррингтоновской системы координат. Для диполя такого эффекта не наблюдается, скорее происходит опережение.

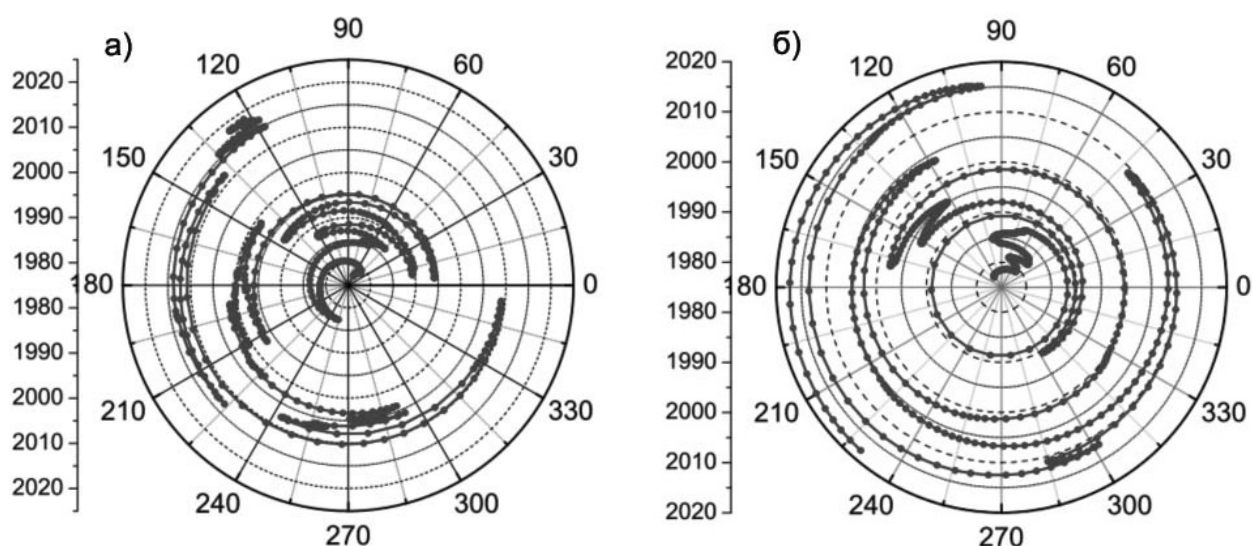


Рис. 16: Диаграмма долгота–время для диполя (а) и квадруполя (б).

На промежутке 1976–1992 долгота полюса диполя постепенно возрастала, скорость вращения диполя превосходила кэррингтоновскую примерно на

0.6%. Затем последовала достаточно быстрая перестройка с отставанием диполя, полюс занял первоначальное положение относительно движущейся системы отсчета, после чего снова началось движение со скоростью, превышающей кэррингтоновскую.

На основное движение (отставание или опережение) накладываются мелкие флуктуации скорости. Это выражается в изменении смещения долготы полюса по/против часовой стрелки (рис.15).

На рис.16 представлена диаграмма изменения долготы полюсов диполя и квадруполя со временем (по радиусу отложено время, полярный угол соответствует долготе). Видно отличие не только в основных тенденциях смещения, но и в величине флуктуаций. В движении диполя лучше выражена главная тенденция — смещение против часовой стрелки, перемен направлений меньше. Квадруполь чаще меняет направление, флуктуации имеют бóльшую амплитуду.

Для количественной оценки изменений скорости вращения диполя и квадруполя введем параметр

$$R = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{720}, \quad (11)$$

где  $i$  — номер кэррингтоновского оборота,  $\varphi_i$  — долгота полюса в градусах (для других единиц измерения требуется другой нормирующий коэффициент в знаменателе). Смысл  $R$  — отклонение от кэррингтоновской скорости вращения в процентах на небольшом интервале времени.  $R > 0$  соответствует скорости большей, чем кэррингтоновская,  $R < 0$  — меньшей.

Значения коэффициента  $R$  для диполя и квадруполя представлены на рис.17. Величины сглажены по 14 кэррингтоновским оборотам. Колебания скорости квадруполя составляют 0.02–0.06%. Бóльшую часть времени  $R_q < 0$ , что и соответствует отставанию, описанному выше. Можно проследить связь с циклом активности Солнца. В фазе роста и максимуме  $R_q < 0$ , на ветви спада  $R_q$  становится положительным. В случае с диполем связь с циклом не очевидна, смена знака  $R_{dip}$  выглядит случайной.

Таким образом, помимо векового замедления квадруполя ( $\sim 0.28\%$  за оборот), можно наблюдать циклические изменения в 5–10 раз более мелкого

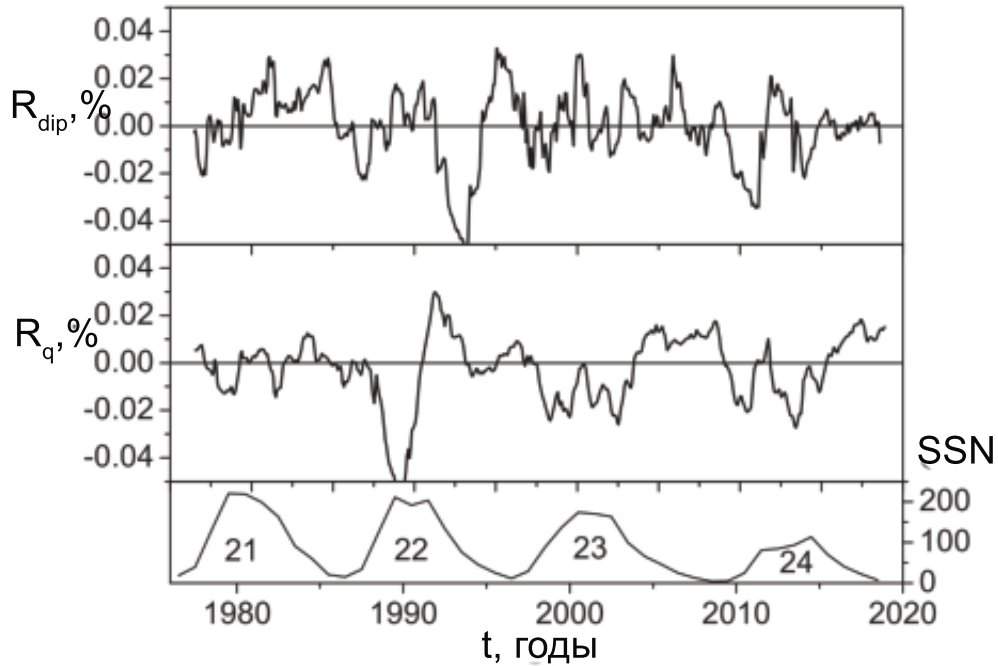


Рис. 17: Вариации скорости вращения диполя и квадруполья.

масштаба. В эволюции диполя существуют длинные промежутки, где скорость вращения превосходит кэррингтоновскую на  $\sim 0.6\%$ . Дополнительно накладываются случайные колебания с малой амплитудой (и меньшей, чем вариации квадруполья).

Полученный результат можно сравнить с исследованиями других звезд. В работе [52] получены долгопериодические азимутальные динамо-волны при численном моделировании дипольной компоненты поля звезды. Описанный эффект имеет общие черты с вековыми вариациями вращения солнечного квадруполья. Обратное движение (отставание от вращающейся системы отсчета, связанной со звездой), характерное для солнечного квадруполья, также сходно с движением звездных активных областей [83], однако для других звезд более характерно опережение, а не отставание. Это лишь пара общих характеристик, более подробное сравнение поворотов магнитных полей Солнца и других звезд требует отдельного исследования.



## 4.7 Выводы

В данной работе были рассмотрены изменения двух основных компонент крупномасштабного магнитного поля Солнца: диполя и квадруполья. При исследовании было выявлено, что имеет смысл разделения диполя на две проекции, экваториальную и аксиальную. Все три компонента демонстрируют различное поведение и могут соответствовать различным физическим процессам в солнечном веществе.

Аксиальный диполь не может быть полностью отождествлен с полярным полем. Последнее складывается также из более высоких нечетных гармоник, поэтому имеет бóльшие значения, чем аксиальный диполь в отдельности.

При инверсии магнитного поля полный дипольный момент не обращается в ноль. Исчезает только вертикальная компонента. Момент смены полярности не совпадает с максимумом цикла активности Солнца, а опережает его на 0.5–1 год и занимает очень короткое время.

Свойства экваториального диполя в значительной мере (но не полностью) зависят от магнитных полей активных областей. Этот вклад в соответствии с законом Хейла уменьшается для активных областей, связанных с тороидальной компонентой магнитного поля (для четных относительно экватора компонент). Максимум экваториального диполя сдвинут относительно максимума солнечного цикла в сторону ветви спада активности. Положение максимума экваториального диполя хорошо локализуется во времени (максимум не растянут во времени). И аксиальный, и экваториальный диполь систематически уменьшаются в течение последних четырех циклов, что совпадает с общей тенденцией уменьшения солнечной активности.

Перемещение полюса диполя из полярной области в средние широты происходит очень быстро в узком диапазоне долгот. При различном наклоне диполя его полюса оказываются в разных широтах, что в соответствии с законом дифференциального вращения приводит к изменению скорости вращения вокруг солнечной оси. Среднее значение скорости диполя превосходит кэррингтоновское на  $\sim 0.6\%$ . Возможное объяснение этого явления — изме-

нение долготы полюса диполя определяется исключительно экваториальной компонентой. Полюса экваториального диполя расположены ниже широты  $26^\circ$ , что соответствует большей скорости дифференциального вращения (кэррингтоновская скорость по определению вычисляется на широте  $\pm 26^\circ$ ). На более мелком временном масштабе в движениях диполя наблюдается случайные изменения направления, не связанные с фазой цикла.

Эволюция квадруполя существенно отличается от ситуации с диполем. Квадруполь имеет общую с диполем тенденцию к уменьшению за последние четыре цикла, однако уменьшение квадрупольного момента значительно меньше, чем дипольного. В результате растет отношение квадрупольного момента к дипольному  $V_{quadr}/V_{dip}$ . Эта величина от 21 цикла к 24 возрастает почти в два раза, в то время как число солнечных пятен за тот же промежуток времени уменьшается вдвое. Такая ситуация сходна с положением перед минимумом Маундера, которому, судя по некоторым показателям, предшествовал рост вклада четных гармоник в общее магнитное поле.

Сглаживание по промежутку полгода (7 кэррингтоновских оборотов) выявляет еще одну интересную особенность. При устранении мелких флуктуаций в каждом максимуме цикла появляется набор пиков, разделенных глубокими провалами. Высота пиков не убывает со временем.

Вращение квадрупольной компоненты легче поддается разложению на регулярные составляющие, хотя в целом выглядит более сложным, чем движение диполя. Во вращении диполя заметнее наличие случайных компонент.

Основной тренд во вращении квадруполя выражается в уменьшении долготы полюсов (примерно на  $600^\circ$  за 4 цикла), что предполагает скорость вращения меньшую, чем кэррингтоновская, на  $0.28\%$ . На вековое замедление накладываются циклические вариации. В результате скорость вращения квадруполя уменьшается во время роста активности Солнца (на  $\sim 0.06\%$  относительно средней скорости) и возрастает в фазе спада активности. Такое периодическое изменение скорости может быть связано с перемещением полюсов квадруполя в меридиональном направлении. До достижения максимума солнечного цикла полюса квадруполя расположены ближе к полюсам,

где скорость дифференциального вращения ниже кэррингтоновской. После прохождения максимума полюса квадруполь смещаются ближе к экватору, где скорость вращения превосходит кэррингтоновскую. Вековое замедление может быть связано и с постепенным смещением верхней границы между полями нового и старого поколения генерации в сторону низких широт. За последние 4 цикла эта граница сместилась с  $30^\circ$  до  $20^\circ$ .

Поскольку две рассмотренные гармоники обладают разными типами симметрий, можно проанализировать результат с точки зрения связи механизмов генерации четных и нечетных мод магнитного поля. В целом солнечный квадруполь демонстрирует поведение, отличное от эволюции диполя, и, соответственно, влияет на характер изменений полного магнитного поля. Однако выделить какое-либо характерное время или период, определяемые квадрупольной компонентой, не удастся (во всяком случае, в пределах исследуемого ряда данных). Поэтому можно ожидать, что для квадрупольной моды в слоях солнечного вещества не существует отдельного процесса генерации одновременно с возбуждением полей дипольной симметрии (тоже хотя бы для рассматриваемого промежутка времени). Возможно, величина квадрупольного момента меняется с тем же периодом, что и дипольный момент, 11 лет. Отличия в поведении диполя и квадрупольного поля могут возникать в результате отсутствия полной симметрии в гидродинамике процесса относительно экватора, что по-разному сказывается на четных и нечетных модах. На рассмотренном промежутке времени не наблюдалось необычных явлений в солнечной активности, как, например, практически полная концентрация солнечных пятен только в одном солнечном полушарии (подобная картина наблюдалась в конце минимума Маундера). Появление такого явного нарушения зеркальности могло бы стать подтверждением гипотезы о роли асимметрии в различии эволюции четных и нечетных мод магнитного поля.

Определение, как именно отклонения от идеальной симметрии влияют на эволюцию диполя и квадрупольного поля требует дополнительного исследования с привлечением численного моделирования. Установление частоты возникновения нарушений симметрии тоже требует дальнейших исследований с более

длинными рядами данных.

Тем не менее следует отметить, что современное поведение магнитного поля существенно отличается от картины, наблюдавшейся в течение прошлого века [53]. Можно предположить, что аномалии связаны с приближением к новому глобальному минимуму. Предсказание осложняется недостатком данных о магнитном поле за прошедшие столетия. Архивных данных о квадрупольной компоненте магнитного поля нет, а записи об эволюции магнитного поля перед минимумом Маундера не всегда обладают достаточной точностью и подробностью ([126], [145]). Одним из основных показателей, свидетельствовавших о значительной асимметрии, было распределение солнечных пятен относительно экватора [91]. Современные наблюдения не фиксируют такого яркого проявления нарушения симметрии.

В пределах временного интервала, для которого доступна подробная информация о магнитном поле на настоящий момент, нет основания предполагать отдельные механизмы генерации для полей квадрупольной симметрии или генерацию полей смешанной четности. Возникновение четных гармоник достаточно уверенно можно объяснить как результат отклонений гидродинамических процессов от строгой симметрии относительно экваториальной плоскости Солнца.

На основе проведенной работы опубликованы статьи [93, 118]; результаты прошли обсуждение на нескольких международных конференциях ([35, 115]).

## 5 Фазовый сдвиг циклов активности Солнечных полушарий

### 5.1 Статистические закономерности образования пятен и их нарушения

Многолетние статистические исследования позволили установить ряд закономерностей в возникновении активных областей, и соответственно, солнечных пятен. Одна из них — закон полярности Хейла. Согласно этому правилу в нечетных циклах магнитное поле ведущих пятен групп в северном полушарии имеет северную полярность, а поле хвостовых пятен — южную; в южной полусфере наоборот. При переходе в четный цикл полярности групп в каждом полушарии меняют знак. Еще одна закономерность наблюдается в расположении пятен. Группы пятен, как правило, появляются в узкой широтной зоне  $\pm 35^\circ$ , но вблизи самого экватора, в зоне смены полярности, вероятность возникновения группы падает.

Расположение пятен на фотосфере отражает симметрию тороидальной компоненты магнитного поля Солнца, а поскольку полоидальное поле изменяется вместе с эволюцией тороидального, смена полярности групп соответствует изменению всего магнитного поля. Полоидальное поле в грубом приближении описывается аксиальным диполем, и смену полярности групп пятен можно ассоциировать с переворачиванием диполя в каждом цикле активности (сонаправлено с осью вращения Солнца или противоположно направлено).

Некоторая доля групп пятен нарушает правило полярности Хейла [76], а циклы активности, рассчитанные отдельно по солнечным пятнам в северном и южном полушарии, сдвинуты относительно друг друга, причем величина сдвига различна для разных циклов. Объяснение расхождения может быть связано с наклоном магнитного диполя (особенно существенном вблизи инверсии магнитного поля), см. [23, 97]. Еще одно возможное объяснение — возбуждение мод квадрупольной симметрии, на которые правило Хейла не

обобщается. Причем вблизи момента инверсии квадрупольные моды могут доминировать над дипольными.

Помимо таких малых отклонений от закона Хейла за всю историю инструментальных наблюдений Солнца было отмечено несколько более значительных нарушений [112]. Перед минимумом Маундера-Гассенди и в самом его конце наблюдалась преимущественная концентрация пятен в южном полушарии Солнца [90, 114], а во время цикла Штаудахера (середина XVIII века) пятна концентрировались вблизи солнечного экватора [73]. Возможное объяснение — уже упомянутое выше преобладание квадрупольной компоненты магнитного поля над дипольной в эти промежутки времени.

Возникает вопрос о физических процессах, лежащих в основе больших и малых нарушений правила магнитной полярности. При этом естественно полагаться на более подробные и достоверные данные по современным циклам (информация о более давних циклах имеет больше пробелов из-за нарушения регулярности наблюдений).

Целью работы является численное исследование фазового сдвига между солнечными циклами для северного и южного полушарий Солнца. В качестве индикаторов солнечной активности использованы значения числа солнечных пятен и суммарной площади пятен. Источник — база данных Гринвичской обсерватории<sup>2</sup>.

## 5.2 Методы исследования

При обработке данных приходится учитывать, что современные данные являются более подробными и надежными, чем архивные записи. Поэтому наиболее подходящими методами обработки представляется усреднение и определение некоторых интегральных характеристик рядов данных. Эти методы позволяют сравнивать результаты наблюдений с различной степенью достоверности, хотя и не дают возможности для более детального исследования. Например, информация о последнем цикле при сглаживании теряется. Его

<sup>2</sup><http://solarscience.msfc.nasa.gov/greenwch.shtml>

параметры возможно учесть при использовании некоторых других статистических характеристик рядов, однако в полностью свойства 24-го цикла в рамках подобного анализа можно исследовать лишь по прошествии достаточно большого количества времени и накоплении данных о последующих циклах.

### 5.3 Метод скользящего среднего

Среднее скользящее значение относится к категории аналитических показателей, которые “следуют за тенденцией”. Его назначение в том, чтобы позволить определить время начала новой тенденции или предупредить о ее завершении или повороте. Простое скользящее среднее вычисляется по формуле

$$F = \frac{1}{m} \sum_{i=l-p}^{l+p} f_i, \quad (12)$$

где  $m = 2p + 1$  — интервал сглаживания,  $f$  — усредняемая величина. Во избежание появления пиков по краям окна сглаживания (“ложных пиков” или “дúхов”), а также в случаях, когда часть информации имеет большее значение, чем другая, применяется скользящее среднее с весами:

$$F = \frac{1}{\sum_i a_i} \sum_{i=l-p}^{l+p} a_i \cdot f_i, \quad (13)$$

В данной работе использовались весовые коэффициенты

$$a_1 = a_m = \frac{1}{2}, a_j = 1, j = 2, \dots, m - 1$$

(с целью убрать численный эффект ложных максимумов, упомянутых выше).

### 5.4 Кросс-корреляционная функция

При исследовании динамических систем часто возникает ситуация, когда одни процессы, протекающие в них, оказывают влияние на другие с некоторым отставанием. Одним из методов выявления таких связей является кросс-корреляционный анализ, который широко используют при исследовании динамических систем разной природы.

При отсутствии связи между исследуемыми рядами все значения кросс-корреляционной функции близки к нулю. Если при некоторых значениях задержки на ней наблюдаются максимумы, это свидетельствует о наличии связи с величиной запаздывания, равной соответствующему временному отставанию. Коэффициент корреляции Пирсона и, соответственно, кросс-корреляционная функция являются мерами линейной связи. Их значения могут варьироваться от  $-1$  до  $+1$ . Значения, близкие по абсолютной величине к единице, свидетельствуют о наличии прямой или обратной линейной связи. Значения, близкие к нулю, могут наблюдаться как при отсутствии какой-либо связи, так и при наличии нелинейных связей. В настоящей работе достаточно метода кросс-корреляции, поскольку исследуется линейная зависимость.

Общий метод вычисления кросс-корреляционной функции:

$$K(\Delta t) = \int_{s_0}^{s_1} f(s, t)g(s, t + \Delta t)ds. \quad (14)$$

Соответственно, для обработки дискретных данных формула преобразуется в сумму

$$K(\Delta t) = \sum_{i=1}^{N-1} f(s_i, t)g(s_i, t + \Delta t)(s_{i+1} - s_i) \quad (15)$$

(вид слагаемых может меняться в зависимости от метода численного интегрирования, например,  $f(s_i, t)g(s_i, t + \Delta t)(s_{i+1} - s_i)$  — “формула левых прямоугольников”,  $f(s_{i+1}, t)g(s_{i+1}, t + \Delta t)(s_{i+1} - s_i)$  — “формула правых прямоугольников”,  $(f(s_{i+1}, t)g(s_{i+1}, t + \Delta t) - f(s_i, t)g(s_i, t + \Delta t)) \frac{(s_{i+1} - s_i)}{2}$  — “формула трапеций” и т.п.).

Для дискретного случая вычисление коэффициента корреляции в зависимости от смещения двух сопоставляемых рядов  $f$ ,  $g$  данных возможно при использовании стандартной формулы статистического анализа (коэффициент корреляции Пирсона):

$$r = \frac{\sum_i (f_i - \bar{f})(g_i - \bar{g})}{\sqrt{\sum_i (f_i - \bar{f})^2 \sum_i (g_i - \bar{g})^2}}, \quad (16)$$



черта означает среднее значение. Для анализа сдвига циклов коэффициент корреляции вычисляется для смещенных друг относительно друга рядов:

$$r(\Delta t) = \frac{\sum_i (f_i(\Delta t) - \overline{f(\Delta t)})(g_i - \bar{g})}{\sqrt{\sum_i (f_i(\Delta t) - \overline{f(\Delta t)})^2 \sum_i (g_i - \bar{g})^2}}. \quad (17)$$

Таким образом, получается функция от аргумента  $\Delta t$ .

Для сравнительного анализа отдельных циклов можно использовать также точечные статистические характеристики (среднее и медиана ряда, отклонение от среднего, размах и квантили).

## 5.5 Фазовый сдвиг

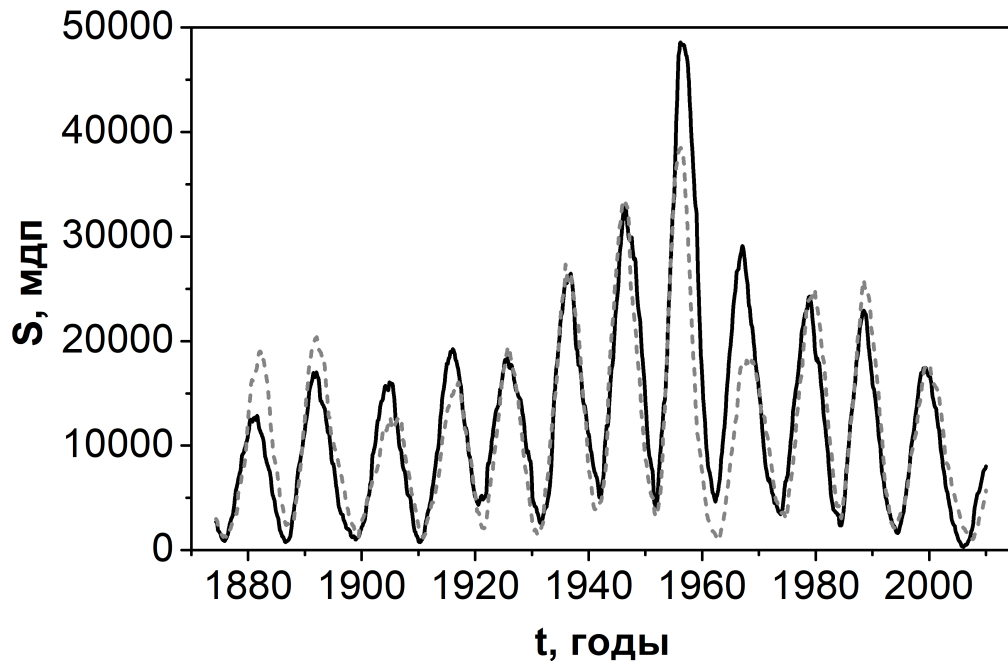


Рис. 18: Усредненные значения площади пятен  $S$  как функция времени  $t$  с окном усреднения 48 месяцев за весь анализируемый период для северного (сплошная линия) и южного (штриховая линия) полушарий

Непосредственно определить момент максимума солнечного цикла по ежедневным и даже среднемесячным значениям числа солнечных пятен затруд-

нительно из-за наложения шумов на глобальный цикл. Поэтому данные о числе и площади солнечных пятен были сглажены методом скользящего среднего. Окно усреднения увеличивалось постепенно, пока определение максимума не становилось однозначным. Необходимый интервал сглаживания оказывается равным четырем годам. По-видимому, такое значение вызвано тем, что необходимо устранить влияние квазидвухлетних колебаний, интенсивность которых как раз возрастает вблизи максимумов цикла (см. [73]). Положение максимумов циклов в северном и южном полушариях Солнца приведено в табл.1 для данных о суммарной площади солнечных пятен и в табл.2 для данных о числе пятен.

Табл.1 Максимумы циклов активности по площади солнечных пятен

цикл	Год максимума		сдвиг (мес)
	Северное полушарие	Южное полушарие	
12	1882,5	1883,34	10,1
13	1893,34	1892,92	-5,0
14	1907,08	1907,08	0,0
15	1917,08	1917,08	0,0
16	1927,5	1927,5	0,0
17	1937,91	1937,5	-4,9
18	1948,33	1947,50	-10,0
19	1958,33	1947,50	-10,0
20	1968,33	1970,00	20,0
21	1980,00	1980,83	10,0
22	1989,58	1990,00	5,0
23	2000,42	2000,83	4,9

Сдвиг цикла считается положительным, если максимум цикла в южном полушарии достигается раньше, чем в северном.

По сравнению с длительностью цикла фазовый сдвиг между полушариями невелик. Максимальное значение — около 20 месяцев, это меньше двух лет,

Табл.2 Максимумы циклов активности по числу солнечных пятен

цикл	Год максимума		сдвиг (мес)
	Северное полушарие	Южное полушарие	
12	1882,92	1884,12	14,4
13	1892,5	1893,33	10,0
14	1906,67	1907,08	4,9
15	1915,00	1915,83	10,0
16	1926,67	1927,50	10,0
17	1937,50	1938,75	15,0
18	1948,33	1947,50	-10,0
19	1958,33	1956,25	-25,0
20	1968,33	1969,58	15,0
21	1980,00	1980,83	10,0
22	1989,17	1990,83	19,9
23	2000,83	2001,67	10,1

или менее 15% от продолжительности одиннадцатилетнего цикла. В большинстве циклов сдвиг ещё меньше, не более 10% от длины цикла. Как правило, фазовый сдвиг отрицательный; положительный сдвиг по обоим индикаторам активности фиксируется в 18 и 19 циклах, в 16 и 17 — только по площади солнечных пятен.

Использование двух индикаторов при сопоставлении активности двух полушарий позволяет оценить точность количественных оценок в описании. Расхождение при определении положения максимума цикла по числу пятен и по их площади составляет от 0 до 10 месяцев. Сравним это различие с погрешностью, которую может вносить сглаживание данных.

Для оценки вычислительной погрешности было проведено сглаживание по 40 месяцам. Изменение величин сдвига (по сравнению со случаем сглаживания по интервалу 48 месяцев) при этом не превосходит 4 месяцев (для большей части циклов изменение менее месяца). Это значительно меньшее значение, чем различие в оценке по двум индикаторам активности.

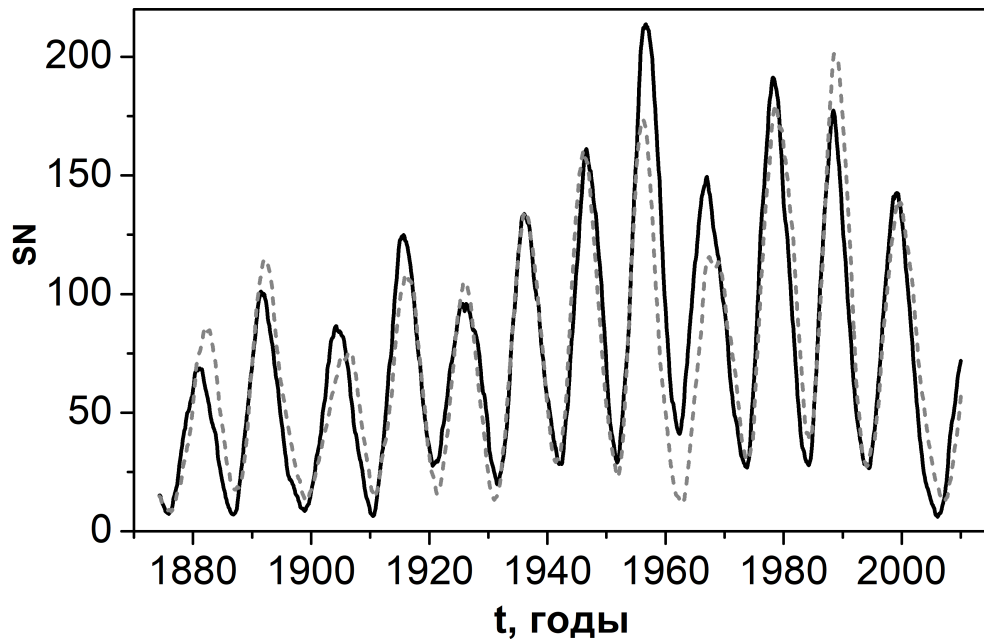


Рис. 19: Усредненные значения числа пятен SN как функция времени  $t$  с окном усреднения 48 месяцев за весь анализируемый период для северного (сплошная линия) и южного (штриховая линия) полушарий

Результат анализа данных только на основе сглаживания скользящим средним позволяет сделать вывод, что изменение сдвига циклов в солнечных полушариях подчинено некоторой закономерности. Но поскольку сдвиг достаточно мал, наличие шумов в рядах данных существенно затрудняет исследование. Влияние шумов можно уменьшить при усреднении данных, однако при этом, как отмечалось выше, теряется информация о последнем цикле (в частности, при выбранном интервале усреднения последний фиксируемый максимум должен отстоять от текущего момента не менее, чем на 4 года).

## 5.6 Корреляционный анализ

Дальнейший анализ направлен на количественное исследование фазового сдвига. Для расчетов был выбран метод вычисления кросс-корреляции, описанный в разделе “методы исследования”. Применение метода основано на пред-

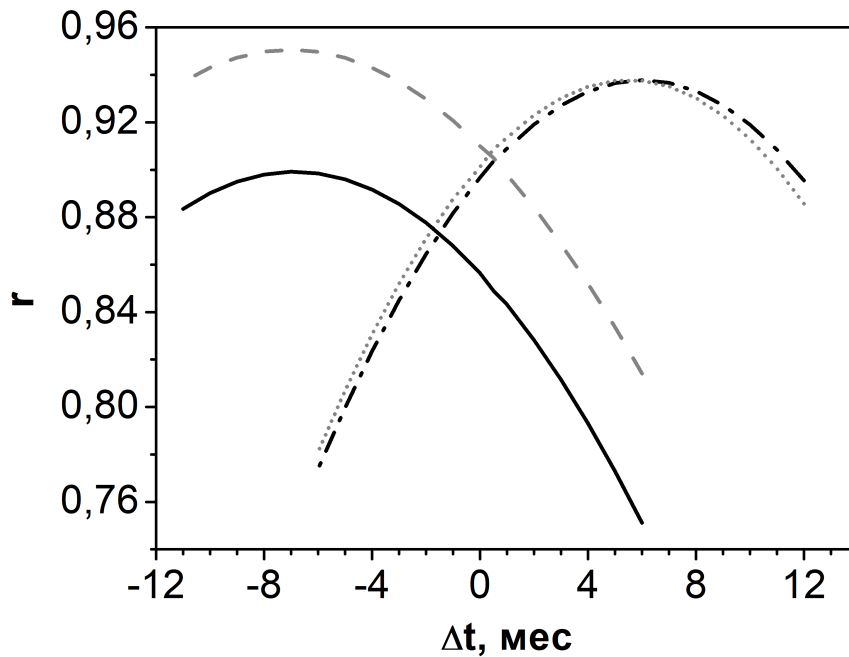


Рис. 20: Кросс-корреляционная функция  $r$  числа пятен (сплошная линия) и их суммарной площади (штриховая линия) в северном и южном полушариях Солнца в циклах, где северное полушарие отстает от южного, в зависимости от предполагаемого временного сдвига  $\Delta t$  (в месяцах). Приведена также аналогичная кросс-корреляционная функция числа пятен (штрих-пунктирная линия) и их суммарной площади (пунктирная линия) в северном и южном полушариях Солнца в циклах, где северное полушарие опережает южное.

положении, что циклические изменения числа и площади пятен в двух полушариях подобны друг другу, но сдвинуты относительно друг друга на некоторый интервал. Временной сдвиг определяется по положению максимума корреляционной функции  $r(\Delta t)$ . При этом расчет производится отдельно для циклов, где северное полушарие отстает от южного (“положительный сдвиг”), и отдельно для циклов, где северное полушарие опережает. Результат вычислений представлен на рис.20.

Теперь результаты по двум индикаторам оказываются сходными. Для циклов с отставанием северного полушария величина сдвига составляет примерно 7 месяцев, при отставании южного полушария — около 6 месяцев. Как

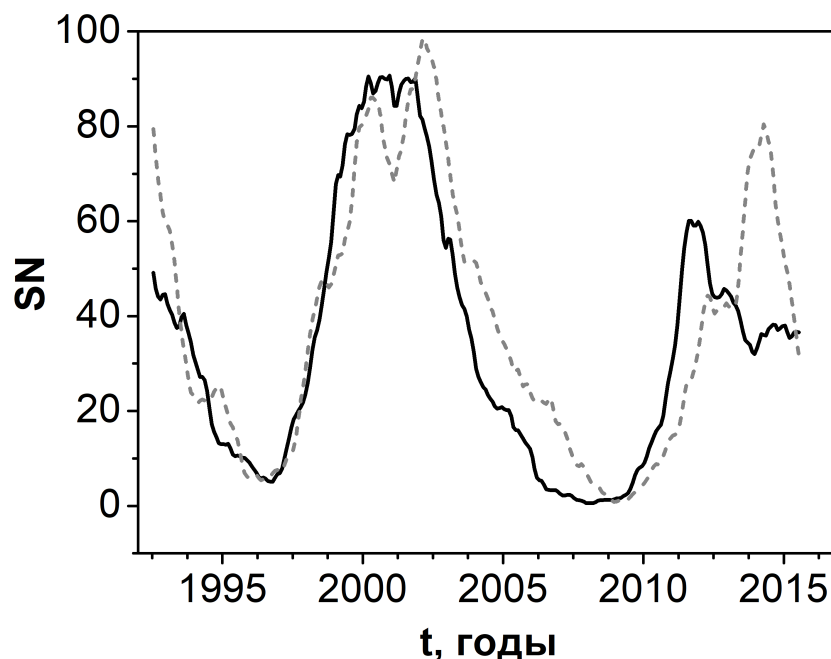


Рис. 21: Число пятен  $N$  как функция времени  $t$  для нескольких последних циклов со сглаживанием по 13 месяцам для северного (сплошная линия) и южного (штриховая линия) полушарий

и отмечалось выше, величина сдвига невелика по сравнению с полной длиной цикла (не более 3% от 22-летнего цикла). Возможно, что само изменение сдвига тоже происходит по некоторому циклическому закону, однако на имеющемся ряде данных проверить эту идею не представляется возможным (период слишком велик, чтобы зафиксировать периодичность). Возможную связь с циклом Гляйсберга подтверждают работы с вейвлет-анализом данных о солнечных пятнах за весь период инструментальных наблюдений (1611–1996 гг.) в рамках реконструкции Хойта-Шаттена [56]. Эта реконструкция не содержит данных о числе солнечных пятен и их площадях отдельно по полушариям, поэтому в настоящем исследовании приходится ограничиться значительно более коротким временным рядом.

При использовании сглаженных данных не удастся включить в рассмотрение 24-й цикл солнечной активности, однако проследить наличие фазового сдвига для него возможно при построении кривой изменения числа пятен

или площади пятен без сглаживания или со сглаживанием по малым интервалам времени. Пример — на рис.21, где приведено число солнечных пятен за период 1993 – 2015 гг., сглаживание по 13 месяцам. Можно отметить увеличение сдвига фаз между северным и южным полушарием. Возможно, в 24 цикле будет аномально большой сдвиг фаз между полушариями (это не единственная аномальная характеристика 24 цикла, см., например, [144]).

## 5.7 Выводы

На основании проведенного анализа мы делаем заключение, что небольшой фазовый сдвиг между циклами активности в северном и южном полушариях Солнца существенно отличается от эпизодов заметных отклонений от дипольной симметрии распределения солнечных пятен, которые с разной степенью достоверности фиксируются по архивным данным об астрономических наблюдениях XVII—XIX вв. В настоящее время временной сдвиг между полушариями невелик (составляет около 6–7 месяцев). В недавней истории солнечной активности этот сдвиг дважды менял знак, что может свидетельствовать о его более-менее периодическим изменениям с большими характерным временем (близким к длительности цикла Гляйсберга).

Результаты исследования опубликованы в [36].

## 6 Солнечный квадруполь в тензорном описании

### 6.1 Гармонический анализ

Один из математических методов исследования — разложение на сумму гармоник. В случае с магнитным полем Солнца представляют два первых слагаемых разложения, диполь и квадруполь. В конвективной зоне Солнца при ее строгой симметрии относительно экватора могут рождаться магнитные поля двух типов — четные и нечетные относительно экватора. Причем эти поля не перемешиваются под воздействием меридиональной циркуляции и дифференциального вращения слоев солнечного вещества.

Простейшие модели динамо описывают возникновение дипольного поля и не воспроизводят процесс генерации четных полей (квадрупольная компонента и высшие четные гармоники равны нулю). При некотором изменении гидродинамики можно получить модель, описывающую квадрупольное поле (без дипольной компоненты, см., напр., [88]) или генерацию полей смешанной четности ([114, 126]). Такое развитие магнитного поля не характерно для Солнца, но, возможно, реализуется для некоторых выделенных эпизодов эволюции поля (например, перед минимумом Маундера).

Магнитное поле Солнца содержит и дипольные, и квадрупольные моды. Теория генерации полей смешанной четности дает возможное объяснение, однако требует дополнительных предположений для изменения соотношения интенсивности различных мод. Более простое объяснение — возникновение мод квадрупольной симметрии в результате асимметрии Солнца.

Описание магнитного поля возможно с помощью разных математических объектов. Наиболее привычный метод описания — разложение по базису сферических функций. Дальнейшее исследование проводится с набором коэффициентов, получаемых при решении уравнения Лапласа

$$\Delta U = 0, \tag{18}$$



с набором граничных условий, зависящих от выбранной модели. Определяемые при решении коэффициенты Гаусса позволяют вычислять отдельные компонент гармонического разложения поля в заданной точке сферы. Это удобно, например, при определении положения полюсов квадрупольного поля или составлении карт изолиний магнитной напряженности.

Другой возможный подход — использование тензорного описания. Такой подход удобнее при сравнении эволюции магнитного квадрупольного и дипольного поля. Тензорное описание также больше подходит для описания свойств солнечного ветра. Ориентация вектора дипольного момента и тензора квадрупольного поля может не совпадать с осью вращения Солнца. При таком положении естественно ожидать сложные конфигурации токовых слоев в солнечной магнитосфере (см., напр., [77]).

Цель настоящего исследования — изучить циклические вариации тензора квадрупольного момента магнитного поля Солнца и сопоставить результат с описанием квадрупольной компоненты поля с помощью разложения по сферическим функциям.

## 6.2 Квадрупольный момент

Для работы с наблюдательными данными в виде синоптических карт необходима некоторая модель, позволяющая произвести формализацию. Наиболее часто используемая модель — модель с поверхностью источников (Potential Field with Source Surface, PFSS, [69, 134]). Магнитное поле предполагается строго потенциальным от поверхности фотосферы  $R_{\odot}$  до так называемой поверхности источника  $R_s$ . Классическое значение  $R_s = 2.5 R_{\odot}$ . Над поверхностью  $R_s$  линии поля радиальны и незамкнуты.

Модели, подобные PFSS (например, potential-field-current-sheet, PFCS [143] или horizontal-current-current-sheet-source-surface, HCCSSS [106]), в основном имеют отличия от классической модели в области значительно выше фотосферы, поэтому при расчетах для поля на уровне фотосферы достаточно использовать классический вариант.

Разложение потенциала магнитного поля по сферическим функциям в принятой модели выглядит следующим образом [68]:

$$\Psi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l R_l(r) P_l^m(\cos \theta) (g_{lm} \cos(m\varphi) + h_{lm} \sin(m\varphi)), \quad (19)$$

где  $P_m^l$  - присоединенные функции Лежандра. Коэффициент  $R_l$  зависит от расстояния от начала координат  $r$ , радиуса фотосферы  $R_{\odot}$ , радиуса поверхности источников  $R_s$  и номера  $l$ . В модели PFSS

$$R_l = R_{\odot} \frac{\left(\frac{R_{\odot}}{r}\right)^{l+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R_s}\right)^{2l+1}\right]}{l+1 + l\left(\frac{R_{\odot}}{R_s}\right)^{2l+1}}. \quad (20)$$

Формулы для присоединенных функций Лежандра

$$\begin{aligned} P_m^l(\theta) = & \sqrt{q_m \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \frac{(2l)!}{2^l l! (l-m)!}} \sin^m \theta \left\{ \cos^{l-m} \theta - \right. \\ & - \frac{(l-m)(l-m-1)}{2(2l-1)} \cos^{l-m-2} \theta + \\ & \left. + \frac{(l-m)(l-m-1)(l-m-2)(l-m-3)}{2 \cdot 4(2l-1)(2l-3)} \cos^{l-m-4} \theta - \dots \right\}, \quad (21) \end{aligned}$$

$q_m = 2$  при  $m > 0$ ,  $q_m = 1$  при  $m = 0$ .

Коэффициенты Гаусса  $g_{lm}$ ,  $h_{lm}$  определяются из данных наблюдений магнитного поля  $\mathbf{B}$  на поверхности Солнца из соотношений

$$\begin{aligned} B_r &= \sum_{l,m} P_l^m(\cos \theta) (g_{lm} \cos m\varphi + h_{lm} \sin m\varphi) ((l+1)(R_{\odot}/r)^{l+2} - l(r/R_s)^{l-2} c_l), \\ B_{\theta} &= - \sum_{l,m} \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} (g_{lm} \cos m\varphi + h_{lm} \sin m\varphi) ((R_{\odot}/r)^{l+2} + (r/R_s)^{l-1} c_l), \quad (22) \\ B_{\varphi} &= - \sum_{l,m} \frac{m}{\sin \theta} P_l^m(\cos \theta) (h_{lm} \cos m\varphi - g_{lm} \sin m\varphi) ((R_{\odot}/r)^{l+2} + (r/R_s)^{l-1} c_l). \end{aligned}$$

Здесь  $c_l = -\left(\frac{R_{\odot}}{R_s}\right)^{l+2}$ . Эта стандартная модель позволяет с приемлемой точностью восстановить магнитное поле вне Солнца по наблюдательным данным о магнитном поле на поверхности фотосферы. Коэффициенты Гаусса,

полученные в рамках этого приближения, доступны в таблицах данных Стэнфордской обсерватории<sup>3</sup> [68].

Для квадрупольных компонент магнитного поля  $l = 2$ ; выпишем в явном виде часть суммы, соответствующую этим слагаемым:

$$\begin{aligned} \Psi_q = & \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) g_{02} + \sqrt{3} \sin \theta \cos \theta (g_{21} \cos \varphi + h_{21} \sin \varphi) + \\ & + \frac{3}{\sqrt{12}} \sin^2 \theta (g_{22} \cos(2\varphi) + h_{22} \sin(2\varphi)). \end{aligned} \quad (23)$$

Квадрупольную компоненту разложения магнитного потенциала можно также записать с помощью тензора квадрупольного момента  $D_{ij}$ :

$$\Psi_q = \frac{D_{ij} r_i r_j}{f(r)}. \quad (24)$$

$r_i$  — координатные орты в декартовой прямоугольной системе ( $i = 1, 2, 3$ ). Множитель  $\frac{1}{f(r)}$  зависит от  $l$ , расстояния от центра Солнца  $r$ , радиуса фотосферы  $R_\odot$ , радиуса поверхности источников  $R_s$ .

$$f(r) = \left( \frac{R_\odot}{r} \right)^{l+2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_s} \right)^{2l+1} \right] / \left[ l + 1 + l \left( \frac{R_\odot}{R_s} \right)^{2l+1} \right]. \quad (25)$$

Для восстановления значения поля на фотосфере расстояние принимается  $r = R_\odot$ . Тензор является симметричным ( $D_{ij} = D_{ji}$ ); компоненты  $\Psi_q$  в сферической системе координат:

$$\begin{aligned} \Psi_q^{11} &= (1/f(r)) D_{11} \sin^2 \theta \frac{1 + \cos 2\varphi}{2}; \\ \Psi_q^{12} &= (1/f(r)) D_{12} \sin^2 \theta \frac{1}{2} \sin 2\varphi; \\ \Psi_q^{13} &= (1/f(r)) D_{13} \cos \varphi \sin \theta \cos \theta; \\ \Psi_q^{22} &= (1/f(r)) D_{22} \sin^2 \theta \frac{1 - \cos 2\varphi}{2}; \\ \Psi_q^{23} &= (1/f(r)) D_{23} \sin \varphi \sin \theta \cos \theta; \\ \Psi_q^{33} &= (1/f(r)) D_{33} \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (26)$$

<sup>3</sup><http://wso.stanford.edu/synopticl.htm>

Приравнивая коэффициенты при одинаковых функциях от  $(\theta, \varphi)$ , получаем связь коэффициентов Гаусса с компонентами тензора

$$\begin{aligned} D_{11} &= \frac{3}{\sqrt{12}}g_{22} - \frac{1}{2}g_{20}; & D_{12} &= \frac{3}{\sqrt{12}}h_{22}; & D_{13} &= \frac{\sqrt{3}}{2}g_{21}; \\ D_{22} &= -\frac{3}{\sqrt{12}}g_{22} - \frac{1}{2}g_{20}; & D_{23} &= \frac{\sqrt{3}}{2}h_{21}; & D_{33} &= g_{20}. \end{aligned} \quad (27)$$

Поскольку  $D_{11} + D_{22} + D_{33} = 0$ , то из этих компонент тензора лишь 5 являются независимыми.

Поворотом системы координат тензор можно привести к диагональному виду. При этом получается удобное для анализа геометрическое представление: значения диагональных компонент диагонализированного тензора можно рассматривать как полуоси эллипсоида, положение которого в пространстве определяется углами, образуемыми осями эллипсоида с осями исходной системы координат. По осям эллипсоида направлены собственные векторы тензора квадрупольного момента, а длины осей являются его собственными значениями  $\lambda_i$ . Собственные значения можно определять двумя способами. Первый — с использованием закона преобразования тензора при переходе от одной системы координат к другой (дважды контравариантный тензор):

$$D^{j_1, j_2}(e') = \sum_{j_1, j_2=1}^3 D^{j_1, j_2}(e) \alpha_{j_1}^{j'_1}(e', e) \alpha_{j_2}^{j'_2}(e', e), \quad (28)$$

где  $e$  — исходный базис,  $e'$  — новый (соответствует базису собственных векторов),  $\alpha_j^{j'}(e', e)$  —  $j$ -ая координата  $j'$ -ого вектора из базиса  $e'$  в базисе  $e$ . К этим уравнениям добавляются соотношения для компонент тензора и координат векторов. В базисе собственных векторов недиагональные компоненты тензора обращаются в ноль, выполняется равенство  $D_{ev}^{1,1} + D_{ev}^{2,2} + D_{ev}^{3,3} = 0$ . Также для элементов матриц перехода  $\alpha_j^{j'}(e', e)$  нужно учесть, что новый базис — правая тройка ортонормированных векторов ( $|e'_1| = 1$ ;  $|e'_2| = 1$ ;  $(e'_1 \cdot e'_2) = 0$ ;

$e'_3 = e'_1 \times e'_2$ ). В итоге получается система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = D^{j_1, j_2} \alpha_{j_1}^1 \alpha_{j_2}^2 \\ 0 = D^{j_1, j_2} \alpha_{j_1}^1 \alpha_{j_2}^3 \\ 0 = D^{j_1, j_2} \alpha_{j_1}^2 \alpha_{j_2}^3 \\ (\alpha_1^1)^2 + (\alpha_2^1)^2 + (\alpha_3^1)^2 = 1 \\ (\alpha_1^2)^2 + (\alpha_2^2)^2 + (\alpha_3^2)^2 = 1 \\ \alpha_1^1 \cdot \alpha_1^2 + \alpha_2^1 \cdot \alpha_2^2 + \alpha_3^1 \cdot \alpha_3^2 = 0 \\ \alpha_3^1 = \alpha_2^1 \cdot \alpha_3^2 - \alpha_3^1 \cdot \alpha_2^2 \\ \alpha_3^2 = \alpha_3^1 \cdot \alpha_1^2 - \alpha_1^1 \cdot \alpha_3^2 \\ \alpha_3^3 = \alpha_1^1 \cdot \alpha_2^2 - \alpha_2^1 \cdot \alpha_1^2 \\ D_{ev}^{1,1} = D^{j_1, j_2} \alpha_{j_1}^1 \alpha_{j_2}^1 \\ D_{ev}^{2,2} = D^{j_1, j_2} \alpha_{j_1}^2 \alpha_{j_2}^2 \\ D_{ev}^{3,3} = -D_{ev}^{1,1} - D_{ev}^{2,2} \end{array} \right. \quad (29)$$

Первые 9 уравнений позволяют найти компоненты матриц перехода  $\alpha_j^{j'}$  ( $e', e$ ) (иначе говоря, координаты векторов нового базиса), последние три выражения — компоненты тензора в новой системе координат. Недостаток такого метода — нелинейная система 12 уравнений требует разработки алгоритма выбора корней.

Второй способ нахождения собственных значений — решение векового уравнения

$$\det \left\| \begin{array}{ccc} D_{11} - \lambda & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} - \lambda & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} - \lambda \end{array} \right\| = 0, \quad (30)$$

а для собственных векторов — системы уравнений

$$\begin{aligned} (D_{11} - \lambda_i)x_1^i + D_{12}x_2^i + D_{13}x_3^i &= 0 \\ D_{21}x_1^i + (D_{22} - \lambda_i)x_2^i + D_{23}x_3^i &= 0 \\ D_{31}x_1^i + D_{32}x_2^i + (D_{33} - \lambda_i)x_3^i &= 0, \end{aligned} \quad (31)$$

где  $(x_1^i; x_2^i; x_3^i)$  — собственный вектор, соответствующий собственному значению  $\lambda^i$ .

Найденные значения можно наглядно представить в виде трех векторов, отложенных от начала координат (координаты собственных векторов при этом задают направление, а модуль собственного значения — длину вектора). Далее будем называть такие векторы полуосями тензора. Изменение во времени длин осей и их положения в пространстве отражает эволюцию тензора квадрупольного момента, связанную с физическим изменением магнитного поля.

Второй метод предполагает использование более простых формул, однако задача определения положения диагонализированного тензора в пространстве остается нетривиальной: при решении кубического уравнения остается неопределенным порядок корней. Изменение порядка соответствующих собственных векторов отражает фиктивный поворот квадрупольного момента, не связанный с реальным изменением магнитного поля. Поэтому возникает задача выбора физически осмысленной нумерации собственных значений.

В качестве первого приближения собственные значения располагались по убыванию. Для следующего шага при выстраивании порядка осей воспользуемся тензорными свойствами квадрупольного момента.

При наличии оси симметрии одна из главных осей тензора совпадает по направлению с этой осью. При этом она оказывается также “выделенной” своей длиной по отношению к двум оставшимся — больше или меньше. Этот случай действительно часто встречается в изучаемой базе данных, два собственных значения велики по модулю и достаточно близки друг к другу, а третье существенно меньше. Трудность состоит в том, что два близких по модулю собственных значения при эволюции во времени даже за счет случайных погрешностей измерения или численных неточностей могут меняться местами, что при формальной интерпретации результатов приводит к нефизическому выводу о частых и существенных перестройках тензора квадрупольного момента. Для того, чтобы устранить этот артефакт, достаточно потребовать сохранения ориентации базиса собственных векторов. В принципе, это можно сделать программным образом, но при небольшом объеме данных можно устранить ложные скачки вручную. Дополнительная проблема появляется

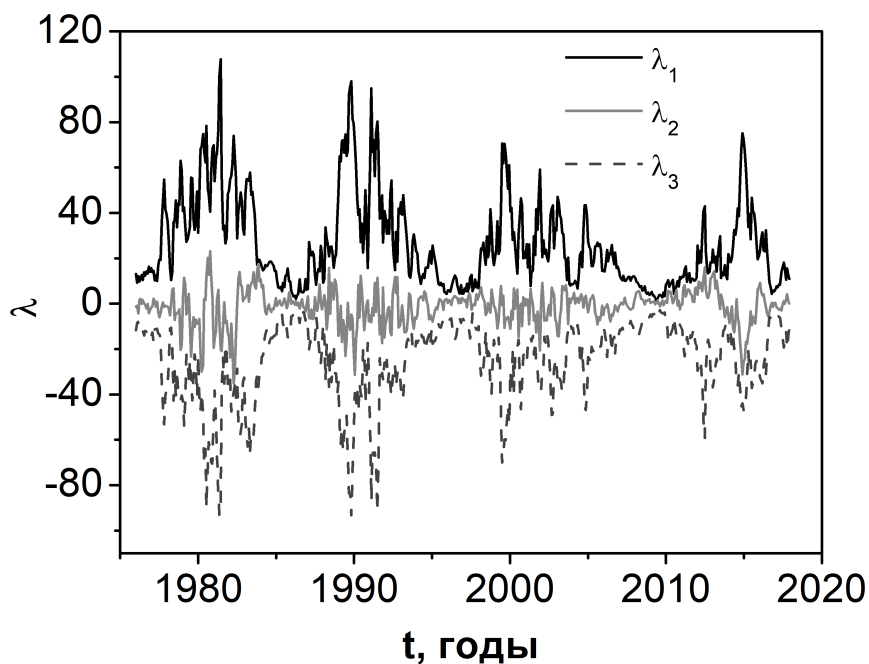


Рис. 22: Зависимость собственных значений тензора квадрупольного момента от времени

из-за того, что собственное значение может менять знак. Модуль собственного значения мы интерпретируем как длину полуоси, тогда появление знака “-” может означать изменение направления оси на противоположное (полуось, направленная в пространственные секторы с отрицательными значениями координат), то есть процедура поиска находит то один, то другой конец одной и той же оси, а в формально найденных значениях координат собственных векторов остаются нефизические скачки. Скачок на  $90^\circ$  возникает в случае, когда изменяется направление одной или всех трех осей, скачек на  $180^\circ$  — если изменяется направление двух осей. Эти скачки можно устранить из соображений непрерывности, что при относительно небольшом объеме данных проще произвести вручную.

### 6.3 Эволюция тензора квадрупольного момента

Тензор квадрупольного момента вычислялся для промежутка времени 1976 – 2019 гг., поскольку необходимые коэффициенты Гаусса имеются для указанного периода. На рисунке 22 показаны зависимости осей эллипсоида от времени (модель PFSS). Оказывается, что два собственных значения с наибольшим по абсолютной величине собственным значением, имеют противоположные знаки. В силу принятой системы нумерации они получают обозначения  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$ . Длины двух больших осей эллипсоида близки по величине и хорошо коррелируют между собой (коэффициент корреляции 0.92). Третья ось эллипсоида гораздо меньше по величине и практически не скоррелирована с двумя другими, коэффициент корреляции для первой и второй оси составляет 0.45.

Длины больших осей тензора квадрупольного момента тесно связаны с уровнем солнечной активности, определяемому по числу солнечных пятен (рис. 23), которое, в свою очередь, отражает поведение компоненты магнитного поля, имеющей дипольную симметрию (источник данных по солнечным пятнам: WDC-SILSO, Royal Observatory of Belgium, Brussels).

На рис. 24 показано положение точки пересечения первой оси тензора с единичной сферой для небольшого промежутка времени (1976 – 1978 гг.). Видно, что на малых временах ось совершает случайные блуждания в небольшой области единичной сферы. Поскольку Солнце вращается дифференциально, для описания долговременного поведения осей тензора необходимо фиксировать систему отсчета, в которой измеряется долгота. Естественно использовать кэррингтоновскую систему отсчета. Долговременное поведение большей оси тензора показано на рис. 25 (изменение гелиографической долготы в течение четырех солнечных циклов). Время откладывается по радиусу круга (шкала вынесена слева), полярный угол соответствует долготе.

Сравнение приведенного выше описания поведения осей тензора и полюсов квадрупольного поля показывает, что оба описания дают в целом одну и ту же картину эволюции квадрупольного магнитного поля (см. более подробно



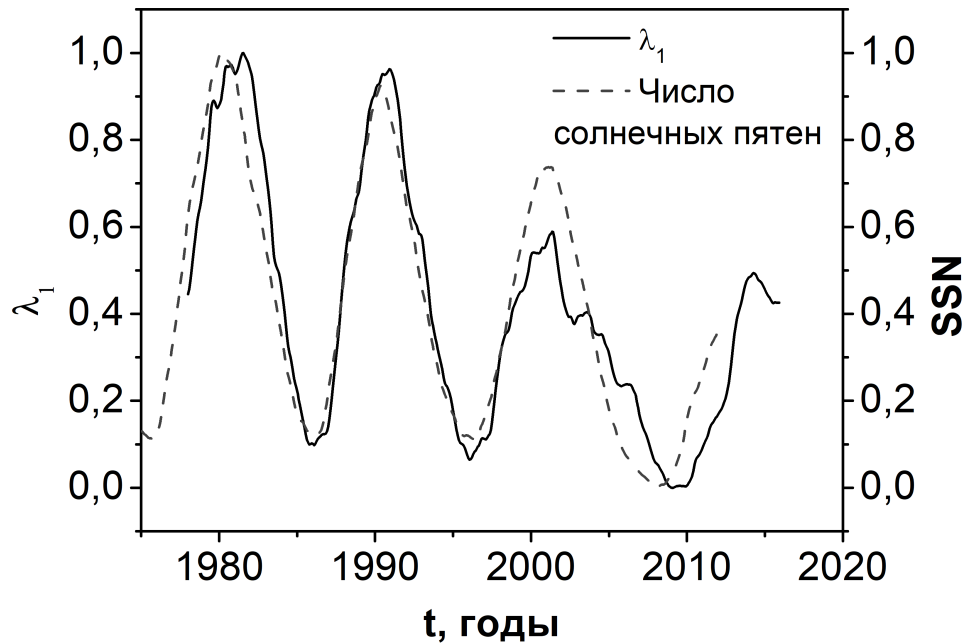


Рис. 23: Соотношение длины большей оси квадрупольного момента ( $\lambda_1$ , сплошная линия) и числа солнечных пятен (SSN, пунктир); кривые сглажены скользящим средним с окном 13 месяцев

[93]), однако они отличаются в деталях. Для того, чтобы показать это различие, на рисунке 26 показано отклонение по долготе  $\Delta\theta$  соответствующих осей тензора квадрупольного момента и полюса квадруполя. Видно, что большие отклонения встречаются, но в целом значения отклонения близки к нулю. Возникновение больших отклонений полюса от положения главной оси связано с тем, что квадруполь все же не полностью можно описать как простой четырёхполюсник.

Мы вычислили также, насколько отличается широты полюса и соответствующей оси тензора и сравнили эти отклонения ( $\Delta\varphi$ ) с соответствующими отклонениями долготы (рис. 27). На рисунке 27 показано отклонение одноименных осей тензора и квадруполя как по широте, так и по долготе. Видно, что долготы полюса и оси в среднем гораздо ближе друг к другу, чем соответствующие широты. По-видимому, это связано с тем, что скорость вращения квадруполя не совсем совпадает с кэррингтоновской скоростью вращения, это

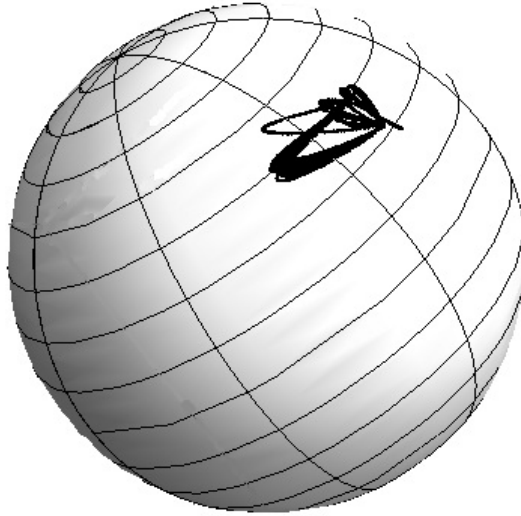


Рис. 24: Траектория точки пересечения оси  $\lambda_1$  с поверхностью единичной сферы, 1976-1978 гг.

различие не постоянно во времени (причем скорости вращения оси тензора и полюса тоже могут не совпадать в данный момент). Видно, что, несмотря на хорошее совпадение долгот, широты осей квадрупольного момента и тензора никак не связаны друг с другом. Ось, соединяющая положительные полюса квадрупольного момента, отстоит по долготе от оси, соединяющей отрицательные полюса, на  $\pi/2$ , но по широте эти оси наклонены друг другу на сильно флуктуирующий угол.

## 6.4 Выводы

Отметим еще раз, что описания квадрупольного момента на языке полюсов четырехполюсника и на языке тензора квадрупольного момента близки друг к другу, но не тождественны. Эти различия связаны, конечно, как с неполнотой представления о четырехполюснике, так и с неизбежными наблюдательными погрешностями. Конечно, в задачах, не требующих отказа от наглядного языка полюсов четырехполюсника нет необходимости перехо-

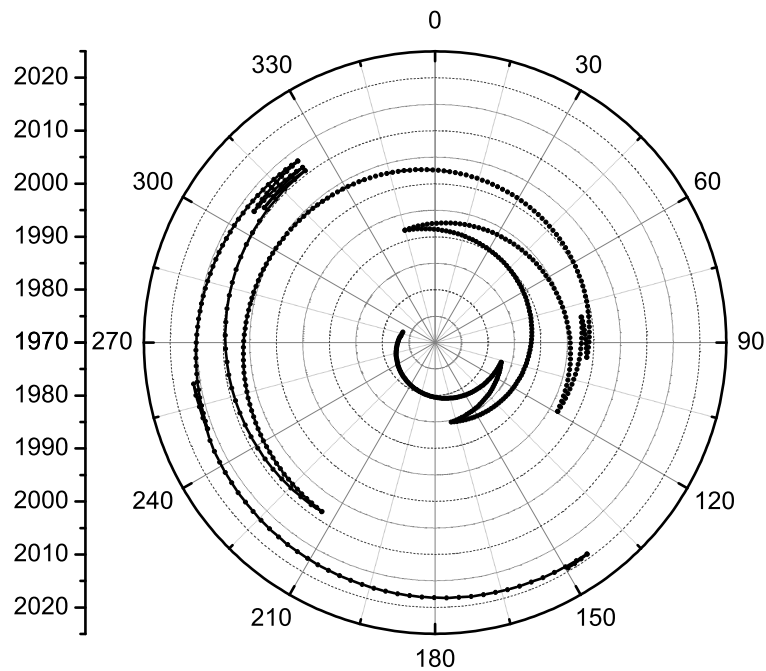


Рис. 25: Диаграмма изменения долготы одной из осей тензора. Полярный угол соответствует долготе, по радиусу отложено время (шкала вынесена слева от диаграммы)

дить на менее наглядный тензорный язык, но при желании и необходимости это можно сделать.

Представляется интересным выяснить, насколько вытекающая из наблюдательных данных картина эволюции квадрупольного магнитного поля согласуется с теоретическими представлениями о солнечном динамо. Мы уже отмечали в [93], что наблюдательные данные не вынуждают нас рассматривать модели динамо с генерацией квадрупольного магнитного поля, независимой от генерации дипольного магнитного поля. С другой стороны, кажется, феноменология квадрупольного поля вполне вписывается в представления о более-менее случайных отклонениях от дипольной симметрии. Поэтому кажется не очень существенным, с какой именно моделью динамо в сферической конвективной оболочке звезды солнечного типа мы проводим сравнение, лишь бы эта модель допускала отклонения от симметрии дипольного типа и не предписывала бы независимое возбуждение квадрупольных мод. В качестве

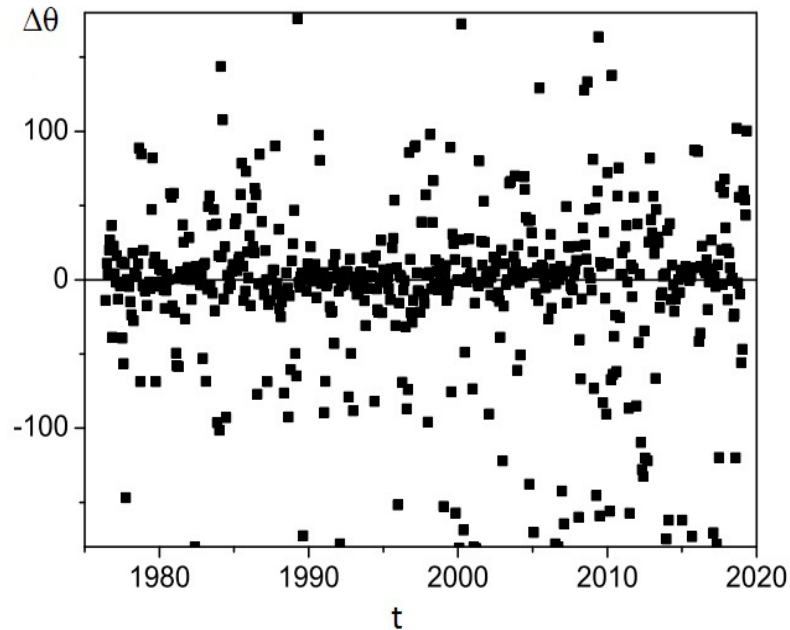


Рис. 26: Отклонение гелиографических долгот большей оси тензора квадрупольного момента и соответствующего полюса квадруполя как функция времени

такой модели мы, более-менее произвольно, избираем модель из работы [96] (модель солнечного асимметричного динамо с супердиффузией, см. также [57]). Конечно, в этом сравнении не приходится ожидать буквального совпадения флуктуаций в наблюдениях и в теории, а речь может идти лишь о сопоставлении тенденций. Соответствующее сопоставление проведено на рис. 28. В обоих случаях ярко выражен 11-летний цикл с накладывающимися на него случайными (и возможно, квазипериодическими) колебаниями. В целом, наблюдательная и теоретические кривые похожи друг на друга настолько, насколько это допускает естественная вариабельность солнечного цикла.

Напомним, что в выбранной модели динамо квадрупольная компонента магнитного поля возбуждается в результате диффузионного распада биполярных активных областей. Кроме того, необходимо учесть, что модель описывает динамо процесс в мелком сферическом слое и процесс образования биполярных активных областей локализован в той же области. При наложении

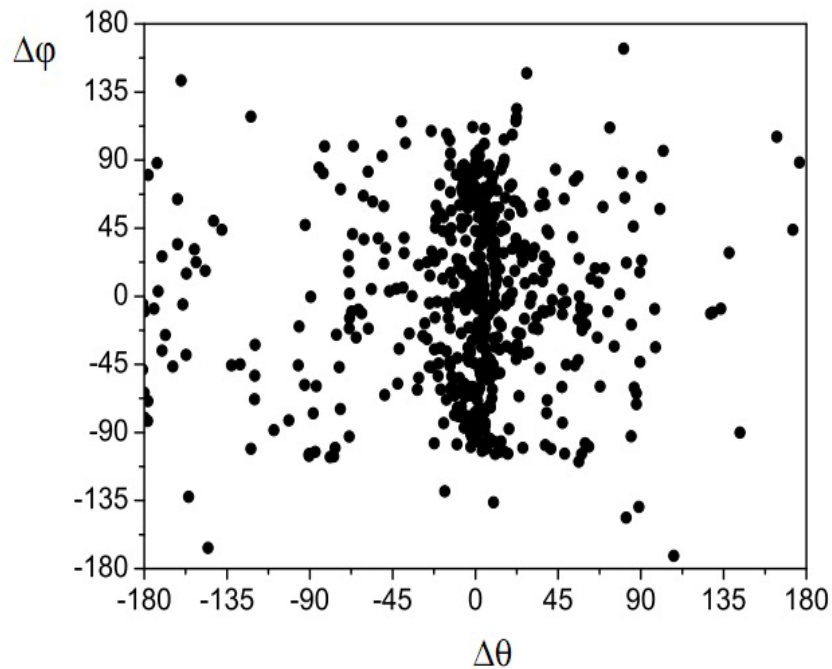


Рис. 27: Отклонение широты и долготы оси тензора и соответствующего полюса квадруполья

динамо-волн тороидального магнитного поля, это может приводить к тому, что в минимумах активности, параметры модели, описывающие пятнообразование, могут сильно флуктуировать и это дает вариации фазы минимумов. Это хорошо видно на рис. 28, при сравнении теоретической и наблюдательной кривой. Также, следует заметить, что данная модель описывает квазистационарный магнитный цикл без существенных долговременных вариаций. Промежуток для сравнения с наблюдениями выбран достаточно случайно. Более длинный ряд наблюдений даст возможность сопоставления долговременных вариаций параметров квадруполья с моделями динамо, в которых тоже необходимо предусмотреть такую возможность.

Результаты применения тензорного анализа для описания магнитного поля Солнца представлены в работе [37].

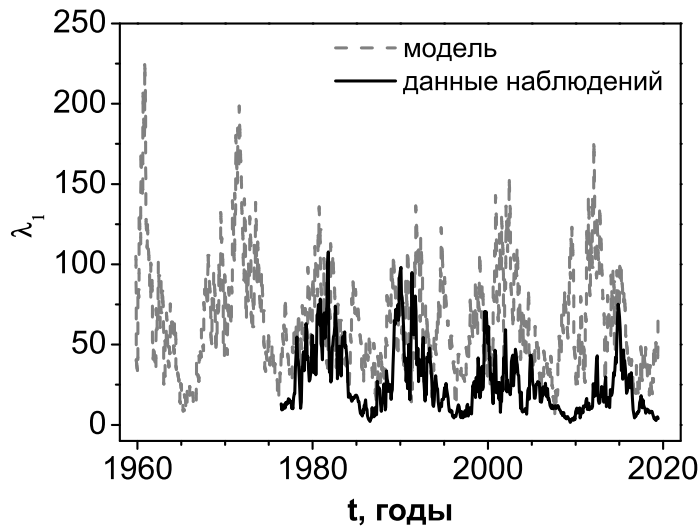


Рис. 28: Сопоставление вариаций длины первой оси тензора квадрупольного момента по данным наблюдения (сплошная линия) и модели динамо (пунктир)

## 7 Квазипериодичность инверсий геомагнитной полярности

### 7.1 Шкала геомагнитной полярности

Геомагнитное поле для любой исторической эпохи можно описать с помощью нескольких значений: склонения, наклонения, общего поля и его компонент (проекций). Исследования палеомагнитного поля пока еще не позволяют получить полную картину; это поле известно только для некоторых определенных периодов и для некоторых районов, где происходили отложение осадков, интрузии, экструзии или метаморфизм пород. При этом в породах возникла “запись” существовавшего здесь палеомагнитного поля. Известно несколько процессов, в ходе которых минералы окислов железа могут приобретать постоянную намагниченность: термоостаточная, ориентационная, химическая

остаточная, изотермическая остаточная и вязкая намагниченность ([34]). Теория намагничивания предсказывает времена релаксации, сравнимые с геологическим временем, поэтому можно ожидать, что направления геомагнитного поля для различных геологических периодов во многих случаях сохранились зафиксированными в породах, хотя напряженность поля могла уменьшиться.

Данные палеогеофизики представляют собой ценный материал для сравнения с результатами теоретических расчетов в работах по магнитному динамо планет (практически это единственная возможность проверки теоретических моделей). Первое приближение к описанию магнитного поля Земли — представление его в виде поля магнитного диполя (конечно, существуют отклонения от этой идеализации; в геофизике помимо самого геомагнитного поля фиксируется остаточное поле — разность между наблюдаемым полем и наиболее подходящим полем диполя). Такое упрощение позволяет ввести характеристику глобального поля Земли — ориентацию диполя. Исследования магнетизма пород показали, что положение диполя периодически менялось на противоположное. Представляет интерес характер подобных изменений. Установлено, что: 1) смены геомагнитной полярности происходят быстро, за время, равное примерно времени вековой вариации ( $10^3$  лет); 2) смены осуществляются через разные промежутки времени; 3) происходили «геомагнитные события», при которых поле меняло полярность на период времени порядка  $10^4 - 10^5$  лет, а затем приобретало свою первоначальную полярность [34]. Характер смен (например, периодический или стохастический) и их природа (вид динамо-процесса, определяющего генерацию магнитного поля) остаются объектами дальнейшего изучения [1, 29].

В этой главе будет рассмотрен вопрос о возможном квазипериодическом характере инверсий геомагнитного диполя. Исследование шкалы инверсий магнитного поля методами вейвлет-анализа уже проводился ранее (см., напр., [1]). Длина шкалы составляла 168 млн. лет; расчеты не подтвердили наличия периодического процесса. Однако сведения о шкале полярности постепенно накапливаются, и длина временного интервала, для которого имеющиеся представления о строении шкалы уже в определенной степени устоялись, посте-

ленно увеличивается. Поэтому повторное исследование более длинного ряда данных может дать новый результат.

## 7.2 Палеомагнитные данные

Как было отмечено, для поиска периодичностей необходима как можно более длинная шкала магнитной полярности. При этом приходится учитывать, что шкала магнитной полярности для недавних геологических эпох более надежна, чем для удаленных. Однако даже для сравнительно недавних отрезков геологического времени существует несколько вариантов реконструкции шкалы полярности (данные GPTS, [86]). В настоящее время нет разночтений для отрезка шкалы 0–84 млн. лет, для участка 84–120 млн. лет рассматривается как устоявшийся вариант [86] (будем далее обозначать этот вариант как шкалу Gradstein). Для более удаленных геологических времен рассмотрим две основных реконструкции: Gradstein и Malinverno [56]. При построении последней, как следует из ее описания, исключались из рассмотрения короткие интервалы между сменами полярности. Кроме того, особенности магнитометрических наблюдений приводят к существованию двух вариантов некоторых отрезков палеомагнитной шкалы (для нашего исследования это будет участок 157–170 млн. лет). Так называемая *direct deep-tow model* — шкала (модель), построенная на основе результатов результаты наддонных измерений над морскими магнитными аномалиями. Они содержат частое чередование слабых магнитных аномалий (которые можно связать как с записью частых изменений полярности поля, так и с быстрыми флуктуациями напряженности). Вторая модель — *mid-depth deep-tow model*. В ней аномалии пересчитываются на меньшую глубину (чтобы отфильтровать высокочастотные составляющие, выделить более длинноволновый сигнал и упростить интерпретацию). *Mid-depth deep-tow model* опирается на пересчет, сделанный в статье [130] на глубину порядка 3 км.

Мы комбинируем данные из нескольких вариантов шкал. В качестве основной шкалы мы отбираем в дополнение к общепринятой сейчас шкале за



0–84 млн. лет в сводную шкалу для участка 84–120 млн. лет [Gradstein, 2012], которая тоже рассматривается как устоявшаяся, для участка 120–157 млн. лет шкалу [Gradstein, 2012], а не шкалу [Malinverno, 2012]. Для времени 157–170 млн. лет мы берем шкалу, соответствующую т.н. depth deep-tow model, а не модели direct deep-tow model [Gradstein, 2012]. Для времени 170–250 лет мы снова используем единственную реконструкцию [Gradstein, 2012]. В качестве вспомогательных мы используем еще три варианта реконструкции шкалы. В первом из них для времени 157–170 млн. лет мы используем шкалу direct deep-tow model, во второй для участка в 120–157 млн. лет мы берем шкалу [Malinverno, 2012]. а в третьем варианте мы используем обе этих замены. Наличие нескольких конкурирующих вариантов шкалы с одной стороны осложняет работу, а с другой стороны дает возможность путем сравнения результатов, полученных для разных вариантов шкалы, выделять те черты шкалы, которые остаются устойчивыми при сравнительно небольших ее модификациях.

### 7.3 Вейвлет-преобразование

Выбор вейвлет-преобразования обусловлен характером анализируемых данных. Инверсии геомагнитного диполя не являются строго периодическим процессом. Классический анализ Фурье дает возможность исследования функций в частотной области  $\omega < +\infty$

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt. \quad (32)$$

Такое преобразование дает возможность собрать “размазанную” во времени информацию о периодичности функции за счет локализованного в частотном пространстве ядра  $e^{-i\omega t}$  (при этом оно не локализовано во времени). Однако это обстоятельство делает анализ Фурье менее подходящим для исследование функций, периодические характеристики которых изменяются со временем. Для таких процессов требуется локализация преобразования на временных

отрезках конечной длины. Примером может служить оконное преобразование Габора

$$G(\omega, \beta, \alpha) = \frac{1}{g} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-\frac{(t-\beta)^2}{\alpha^2}} e^{-i\omega t} dt, \quad (33)$$

множитель  $1/g$  нужен для нормировки

$$g^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |e^{-\frac{(t-\beta)^2}{\alpha^2}} e^{-i\omega t}|^2 dt. \quad (34)$$

Временное окно  $e^{-\frac{(t-\beta)^2}{\alpha^2}}$  выделяет отрезок времени с центром в точке  $\beta$  и шириной, зависящей от  $\alpha$ . От выбора параметра  $\alpha$  зависит чувствительность оконного преобразования к гармоникам с большими или меньшими частотами. Поэтому следующий шаг — оконная функция, зависящая от частоты (для низких частот нужно более широкое окно, для высоких — узкое). Такую возможность и дает вейвлет-преобразование.

Интегральное вейвлет-преобразование функции  $f(t)$  определяется как

$$W(\beta, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{C_\psi}} \frac{1}{\sqrt{|\alpha|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-\beta}{\alpha}\right) dt, \quad (35)$$

где  $\psi(t)$  — вейвлет (материнская функция, базисный или анализирующий вейвлет), \* означает комплексное сопряжение, множители  $1/\sqrt{C_\psi}$ ,  $1/\sqrt{|\alpha|}$  отвечают за нормировку

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} |\omega|^{-1} |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega; \quad (36)$$

$$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (37)$$

Основное свойство функции-вейвлета — частотно-временная локализация. То есть сама функция и ее образ Фурье существенно отличаются от нуля на

малых интервалах времени или частоты. Положение функции — её центр  $\tau$  и эффективная ширина  $2\delta$

$$\tau = \frac{1}{\|\psi\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |\psi(t)|^2 dt; \quad (38)$$

$$\delta^2 = \frac{1}{\|\psi\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau)^2 |\psi(t)|^2 dt. \quad (39)$$

Параметр  $\alpha$  соответствует масштабу,  $\beta$  — сдвигу во времени.

Выбор материнского вейвлета зависит от анализируемого сигнала. Наиболее распространенные базисные функции выбираются из производных функции Гаусса (это объясняется тем, что функция Гаусса обладает наилучшей локализацией как в частотной, так и во временной областях, симметрична и не имеет резких границ, как, например, дискретные вейвлеты).

Рассмотрим несколько примеров вейвлетов-производных функции Гаусса.

Вещественные функции, волна (wave) и мексиканская шляпа (mexican hat, МНАТ). Вейвлет первого порядка — wave-вейвлет, получается как первая производная гауссианы

$$\psi(t) = t \cdot \exp(-t^2/2), \quad (40)$$

МНАТ-вейвлет получается двукратным дифференцированием функции Гаусса

$$\psi(t) = (1 - t^2) \cdot \exp(-t^2/2). \quad (41)$$

Эти вейвлеты хорошо локализованы во временной и частотной областях; МНАТ-вейвлет имеет нулевые значения нулевого и первого моментов

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) t^m dt = 0, \quad m = 0, 1. \quad (42)$$

Нулевые моменты старше нулевого могут иметь значение при анализе временных рядов с полиномиальными трендами, так как позволяют анализировать высокочастотные компоненты, игнорируя тренд.

Пример комплексного вейвлета — вейвлет Морле (Morlet)

$$\psi(t) = e^{-t^2/a^2} [e^{ik_0 t} - e^{-k_0^2 a^2/4}]. \quad (43)$$

Это плоская волна, модулированная Гауссианой. Частота волны определяется параметром  $k_0$ ,  $a$  определяет ширину гауссианы. Обычно принимают  $a^2 = 2$ ,  $k_0 = 2\pi$ . При этих значениях с достаточной точностью можно принять

$$\psi(t) = e^{-t^2/a^2} e^{i2\pi t}. \quad (44)$$

У вейвлета Морле нулю равен только нулевой момент, но два параметра позволяют регулировать “настройку” вейвлета в частотно-временной области, а вещественная и мнимая части дают возможность исследовать изменения фазы.

Вейвлет-образ можно представить в виде двумерного рисунка, где по осям откладываются значения параметров сдвига и растяжения, а величины  $\psi(\alpha, \beta)$  обозначаются по некоторой цветовой шкале. Помимо такой плоскости весьма наглядно представление в виде графика распределения энергии между различными значениями параметра растяжения  $\alpha$ . Для этого необходимо вычислить вейвлет-спектр:

$$M(a) = \int |W(a, t)|^2 dt. \quad (45)$$

## 7.4 Вейвлет-анализ шкалы геомагнитной полярности

Для исследования шкалы инверсий магнитного поля были выбраны два вида вейвлет-функций, мексиканская шляпа и вейвлет Морле. Первый имеет лучшее разрешение во временной области, второй является более адаптивным. Очевидно, что максимальная длина периода, определяемого с помощью преобразования, должна быть значительно меньше длины всего временного ряда. Поэтому будут рассматриваться периоды не более 0.25 длины палеомагнитной шкалы.

На рисунках 29 представлены вейвлет спектры для шкал 250 млн. лет (а) и 168 млн. лет (б). Две линии, сплошная и пунктирная, соответствуют двум

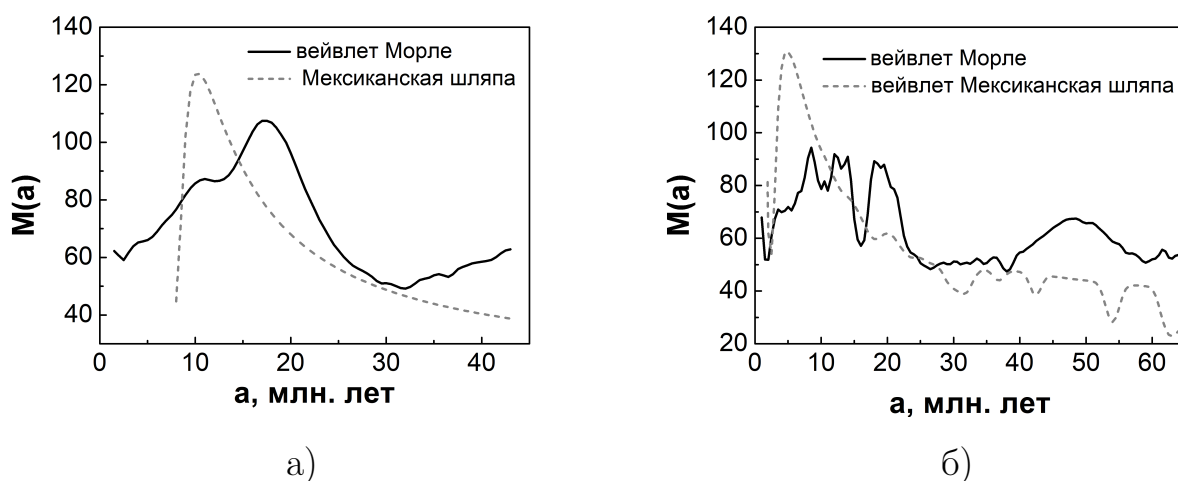


Рис. 29: Интегральный вейвлет-спектр для шкалы геомагнитной полярности для двух анализирующих вейвлетов: сплошная линия — для вейвлета Морле, штриховая — для мексиканской шляпы: (а) — шкала за 168 млн. лет, (б) — шкала за 250 млн. лет

вариантам вычислений, с применением вейвлета Морле и вейвлета МНАТ. Для случая с более короткой шкалой спектры имеют максимумы в области 10–20 млн. лет, то есть основной вклад в спектр дают хроны палеомагнитной шкалы примерно этой длительности. При продлении шкалы вейвлет-спектр приобретает дополнительные детали: максимум в районе  $\alpha = 20$  млн. лет разделяется на несколько пиков, появляется новый максимум около  $\alpha = 50$  млн. лет. Картина ярче выражена при применении вейвлета Морле, поэтому для более детального анализа был выбран именно этот вариант вейвлет-функции.

Как упоминалось выше, существует несколько вариантов реконструкции палеомагнитной шкалы. Для выявления достоверных особенностей вейвлет-спектра были построены спектры трёх вспомогательных вариантов шкал (представлены на рис.31). Видно, что максимум вблизи  $\alpha = 50$  млн. лет сохраняется, а распределение нескольких максимумов в области  $\alpha < 20$  меняется в зависимости от выбора шкалы. Следовательно, возможно изучение спектральной особенности вблизи  $\alpha = 50$ , тогда как для остальных деталей спектра на настоящий момент недостаточно исходных данных.

На рис.32 представлена вейвлет-плоскость, полученная для основного ва-

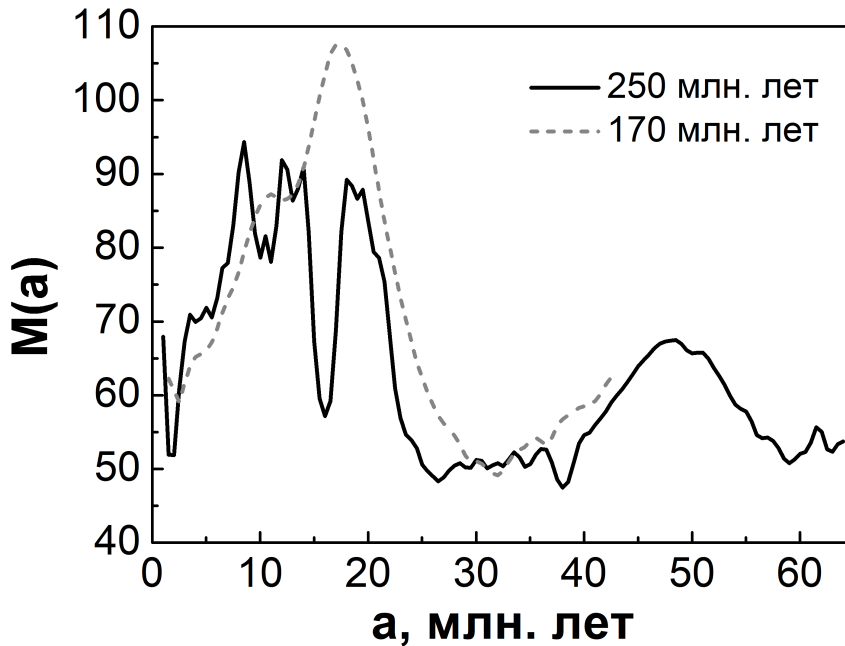


Рис. 30: Сопоставление интегральных вейвлет-спектров для длинной и короткой шкал

рианта шкалы с использованием вейвлета Морле. Абсолютная величина вейвлет-коэффициентов отмечается по шкале оттенков серого (большая интенсивность — более темный цвет). Достаточно тёмная серая полоса вблизи  $a = 50$  млн. лет (отмечена также пунктирной линией) соответствует максимуму, обнаруженному в интегральном спектре. С различной степенью отчетливости такая полоса видна и для вейвлет-плоскостей, построенных для других вариантов шкал.

На плоскости видно, что особенность с характерным временем 50 млн. лет проявляется не одинаково на всей геомагнитной шкале. Можно говорить лишь о следах некоторого периодического процесса с периодом примерно 50 млн. лет. Возможно, он связан с процессами, отвечающими за генерацию магнитного поля Земли. Однако говорить о некотором явном циклическом процессе (как, например, в случае с солнечным циклом), не приходится. Результат требует дальнейшей проверки по мере уточнения данных о палеомагнитной шкале.

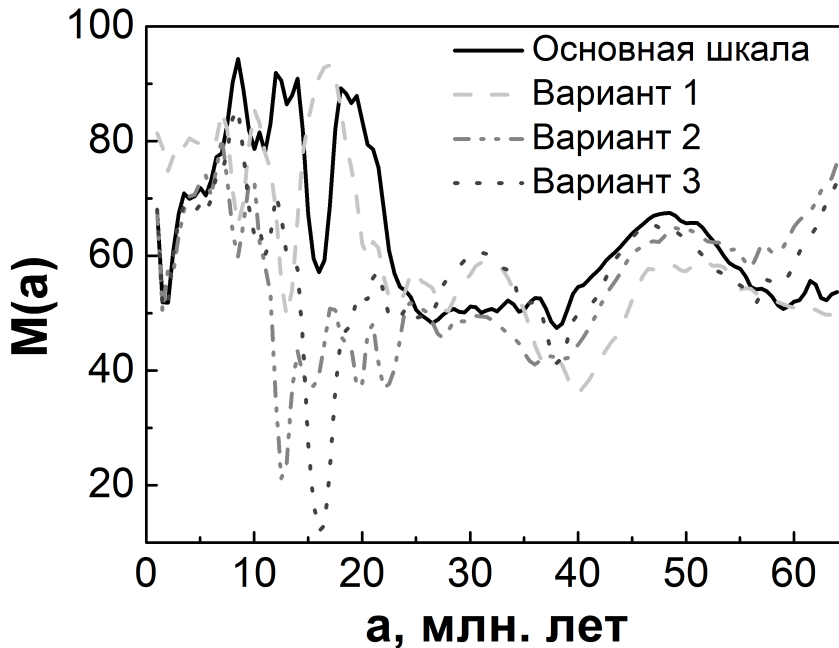


Рис. 31: Сопоставление интегральных вейвлет-спектров для различных вариантов реконструкции шкалы (250 млн. лет)

## 7.5 Теоретический анализ полученного результата

Идея наличия цикличности в работе геомагнитного динамо кажется привлекательной. Теория магнитного динамо предполагает для Солнца и Земли некоторый сходный процесс преобразования механической энергии в магнитную через механизм электромагнитной индукции в сферическом слое проводящего вещества. На Солнце магнитное поле имеет ярко выраженную цикличность (22-летний солнечный цикл). В то же время для магнитного поля Земли периодичности не наблюдается; смена полярности дипольной компоненты поля происходит достаточно быстро (в терминах геологического времени) и на первый взгляд случайно. Однако возможно наличие достаточно длинного периода (например, рассмотренный выше анализ шкалы инверсий длиной 250 млн. лет показывает, что предположение не совсем безосновательно). Кроме того, в изменениях магнитного поля Солнца также предполагается наличие периодов значительно больше 22 лет (100 и более лет, напр., [65]).

С точки зрения теории динамо периодическое поведение — это проявление

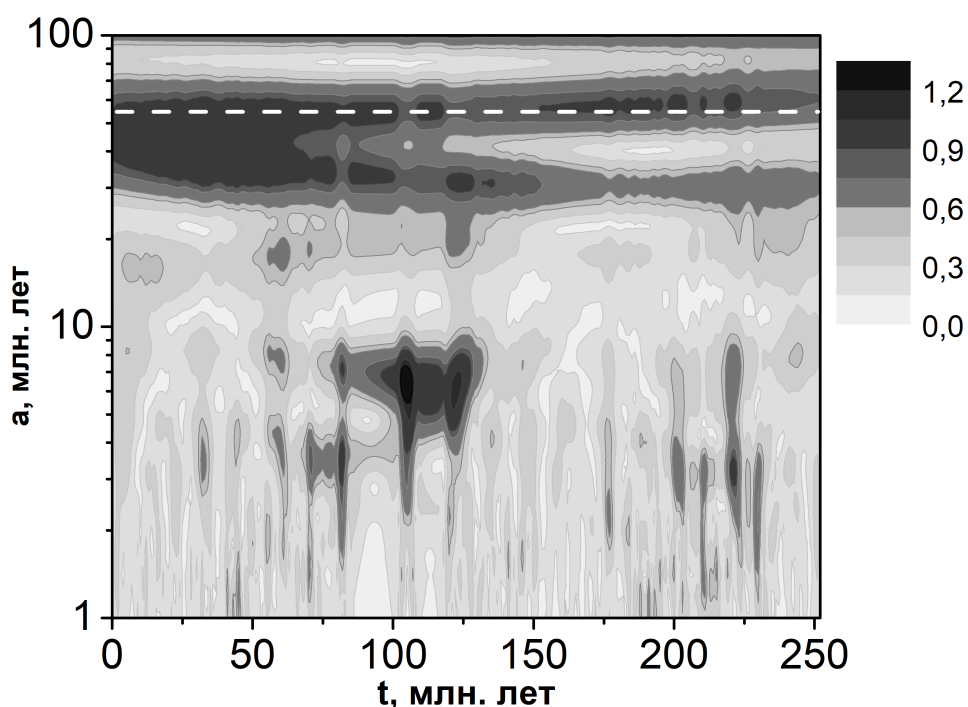


Рис. 32: Вейвлет-плоскость, на которую оттенками серого нанесена абсолютная величина вейвлет-коэффициентов

собственной колебательной моды в решении уравнений магнитной гидродинамики. Точнее, линейная система уравнений, описывающая генерацию магнитного поля с заданным течением имеет комплексное собственное значение с положительной действительной частью. Это значение описывает скорость роста магнитного поля. В некоторых случаях рост магнитного поля прекращается. Мнимая часть собственного значения определяет продолжительность цикла. При этом возможно влияние и некоторых нелинейных эффектов.

В рамках современных моделей динамо объяснение наличия дополнительных периодичностей (например, цикла Гляйсберга на Солнце) затруднено. Возможны два существенно различных объяснения. В первом случае можно рассматривать периодичность (наподобие солнечного цикла) как следствие действия динамо, хотя цикличность может быть скрыта какими-либо другими процессами. В этом случае с точки зрения теории линейная система уравнений должна иметь дополнительные комплексные собственные значения, наличие которых должно сохраняться и на нелинейной стадии динамо.



Подобные ситуации рассматриваются в сферических моделях динамо ([89]), но это скорее исключение, чем правило. Кроме того, в подобных случаях продолжительности циклов слабо отличается.

Другое возможное объяснение — случайные флуктуации различных параметров динамо-процесса (вместо предполагаемых периодических процессов). Подобные флуктуации очевидно существуют, поскольку потоки вещества, участвующие в формировании магнитного поля, подвержены случайным изменениям из-за конвекции и турбулентности. В некоторых работах (напр., [127]) показано, что подобными случайными изменениями параметров можно объяснить такие явления, как глобальные минимумы солнечной активности и инверсии магнитного поля. В этом случае не обязательно включать дополнительные моды колебаний в линейную задачу динамо. Это значительно облегчает задачу построения гидродинамической модели, которая подходит для описания данных наблюдений. Второй случай вполне возможен, так как дополнительные колебательные моды проявляются слабо. Кроме того, они как правило отмечаются на интервалах времени, лишь немного превосходящих период осцилляций.

Необходимо сопоставление двух обозначенных сценариев с наблюдательными данными. Данные о солнечной активности для такого сравнения не очень подходят — весь ряд данных инструментальных наблюдений Солнца сопоставим по длине с циклом Гляйсберга (ненамного превосходит его), а изотопные данные по активности Солнца недостаточно подробны. Поэтому шкала напряженности магнитного поля Земли, восстановленная для интервала в несколько сотен миллионов лет, кажется более подходящей для данного исследования (во всяком случае, в первом приближении).

Для решения поставленной задачи по сравнению данных измерений и результатов теоретических вычислений по модели, нужно конкретизировать модель. Современные модели динамо достаточно сложны, поэтому численные симуляции на их основе могут создавать затруднения в интерпретации: появление периодичности трудно напрямую отождествить с наличием некоторого механизма возбуждения периодического решения уравнений. Отсутствие пе-

риодичностей также можно истолковать неоднозначно — как опровержение одного из вариантов объяснения возникновения дополнительных колебаний или как недостаток самой модели. Поэтому для прояснения природы дополнительных периодичностей будет использована простая иллюстративная модель геодинамо. Несмотря на простоту, она позволяет получить шкалу инверсий магнитного диполя, похожую на реальную палеомагнитную шкалу и заведомо не описывает периодически меняющегося магнитного поля.

В результате сопоставления двух шкал инверсий — реальной палеомагнитной и симулированной в рамках простой модели — можно уточнить выводы о возможном наличии периодической компоненты в магнитном поле Земли. Если теоретическая шкала будет носить следы квазипериодичности с большим характерным временем, сходные с обнаруженной в палеомагнитной шкале, то говорить о циклической составляющей в сменах магнитного поля Земли (наподобие солнечного цикла Швабе) преждевременно.

## 7.6 Модель геодинамо

Идея упрощения гидродинамической динамо-модели заключается в устранении из математических уравнений практически всего, что не относится к явлению инверсий магнитного поля ([15, 111]). Критерием проверки является воспроизводимость реальной шкалы обращений магнитного поля при решении уравнений. Оказывается, что многие детали описания магнитного поля можно опустить, оставив лишь характеристики поля, усредненные по ансамблю конвективных потоков. Кроме того, возможно описание изменений магнитного поля в определенном сферическом слое, в котором и возбуждается процесс динамо, и возможно дополнительное усреднение по параметру, обозначающему толщину слоя, и пренебрежение кривизной (то есть переход к задаче в плоском слое). Далее следует математическое преобразование — разложение в ряд Фурье, причем представление для магнитного поля можно ограничить малым числом слагаемых (по два первых члена для тороидальной и полоидальной компонент поля). Подробное описание гидродинамики не

требуется, важно лишь, что тем или иным способом поддерживаются дифференциальное вращение и конвективные потоки во внешнем проводящем ядре. Причем конвекция (например, за счет сил Кориолиса) не имеет зеркальной симметрии.

Степень зеркальной асимметрии характеризуется параметром  $\alpha$ , который естественным образом входит в уравнения для глобального электромагнитного поля ([119]). Значение  $\alpha$  получается в результате усреднения по группе конвективных вихрей во внешнем ядре планеты. Количество таких вихрей значительно, но не огромно; значение  $\alpha$  огрубляется за счет флуктуаций (их величина может достигать 10–20%). Если флуктуации  $\alpha$  присутствуют в модели, то модель действительно воспроизводит последовательность достаточно быстрых смен полярности (пример численного моделирования [15]). Полученная шкала сопоставима с реальной шкалой инверсий по своим статистическим характеристикам.

Уравнения модели имеют следующий вид

$$\frac{da_1}{dt} = \frac{1}{2}R_\alpha b_1 - a_1 - \frac{3}{8}b_1 R_\alpha (b_1^2 + 2b_2^2), \quad (46)$$

$$\frac{da_2}{dt} = \frac{1}{2}R_\alpha (b_1 + b_2) - 9a_2 - \frac{3}{8}R_\alpha (b_1 + b_2)(b_1^2 + 2b_1 b_2 + b_2^2), \quad (47)$$

$$\frac{db_1}{dt} = \frac{1}{2}R_\omega (a_1 - 3a_2) - 4b_1, \quad (48)$$

$$\frac{db_2}{dt} = \frac{3}{2}R_\omega a_2 - 16b_2. \quad (49)$$

переменные  $a_1$ ,  $a_2$  соответствуют коэффициентам Фурье первых двух мод полоидального поля,  $b_1$ ,  $b_2$  соответствуют двум коэффициентам для тороидального поля. Коэффициент  $a_1$  пропорционален магнитному моменту, то есть смена знака при  $a_1$  означает инверсию магнитного диполя в сгенерированной шкале.  $R_\alpha$  и  $R_\omega$  — безразмерные параметры, определяющие, соответственно, величину  $\alpha$ -эффекта (преобразование тороидального поля в полоидальное) и дифференциального вращения (обратного преобразования полоидального поля в тороидальное).

Поскольку система уравнений гораздо проще полной системы уравнений геодинамо, она позволяет рассчитать достаточно длинную шкалу инверсий.

Для сопоставления с реальной палеомагнитной шкалой был численно смоделирован ряд, содержащий 520 инверсий — это число соответствует количеству инверсий в варианте геомагнитной шкалы, выбранной за “основную” при работе с палеомагнитными данными.

Численное моделирование производится для безразмерной шкалы времени, поэтому для сравнения полученный ряд модельных инверсий соотносится с тем же интервалом времени, что и исследуемая магнитохронологическая запись (250 млн. лет). Параметры модели ( $R_\alpha$ ,  $R_\omega$ ) подбирались таким образом, чтобы модельная шкала, по крайней мере визуально, воспроизводила структуру настоящей шкалы инверсий. Использованные значения  $R_\alpha = 0.4$ ,  $R_\omega = 600$ .

Для воспроизведения инверсий требуется ввести случайные изменения параметра  $R_\alpha$ . В численном моделировании для этого использовался генератор случайных чисел для языка программирования C++. Амплитуда случайной компоненты — 10% от значения  $R_\alpha$ .

При постоянном значении  $R_\alpha = 600$  симулированная шкала содержала всего шесть инверсий. После короткого переходного процесса знак  $a_1$  больше не менялся.

## 7.7 Сопоставление наблюдаемой и модельной шкал

Для дальнейшего исследования необходимо сравнить два ряда данных — палеомагнитную шкалу и симулированную шкалу инверсий — которые выглядят как два ряда случайных чисел. Как и в случае исследования шкалы инверсий магнитного поля Земли, для расчетов удобно воспользоваться вейвлет-анализом. Это математический инструмент позволяет выявить и детерминированные, и случайные черты в строении ряда.

Для проведения интегрального преобразования шкалы представляются в виде кусочно-непрерывных ступенчатых функций

$$\begin{aligned} f(t) &= 1, a_1 > 0 \\ f(t) &= -1, a_1 > 0. \end{aligned} \tag{50}$$

Выбор вейвлет-функции для преобразования остается прежним — вейвлет Морле (поскольку было установлено, что такая функция позволяет достаточно подробно исследовать реальную шкалу инверсий).

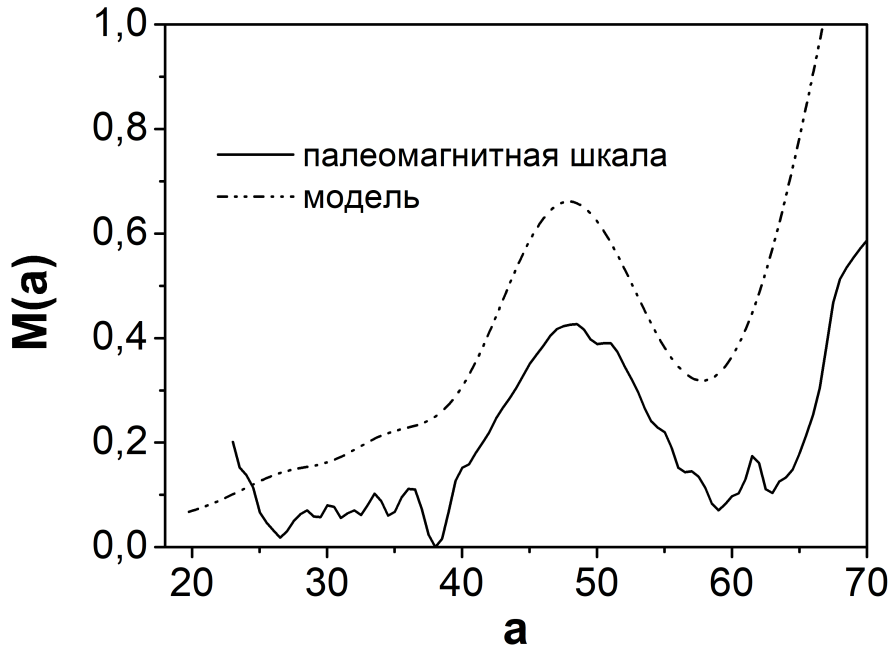


Рис. 33: Вейвлет-спектр для шкалы геомагнитной полярности и модельной шкалы с параметрами  $R_\alpha = 0.4$ ,  $R_\omega = 600$  с флуктуциями  $\alpha$ -эффекта на уровне 10%. Единицы времени — млн. лет, спектры нормированы на единицу, по оси ординат — относительные единицы

Визуальное представление результата вычислений — вейвлет-плоскость, позволяющая определить локализацию возможных периодичностей на временной шкале процесса, и вейвлет-спектр (аналог спектра Фурье). Самый простой вариант сравнения — визуальное сопоставление плоскостей и спектров, построенных для двух шкал. Возможно более детальное сравнение с использованием численных методов. Вейвлет-плоскости представляют собой двумерное изображение, поэтому при использовании одинаковых цветовых шкал (вернее, в данном случае шкал оттенков серого) и построении в равных масштабах возможно автоматизированное сравнение распределения и интенсивности темных областей, соответствующих следам периодических процес-

сов. Сравнение спектров можно произвести большим числом методов. Самые простые из них — определение положения и высоты каждого локального максимума, сравнение полуширины максимумов или площадей под графиками на интервале полуширин. Подробно методы сравнения рассмотрены, например, в [73].

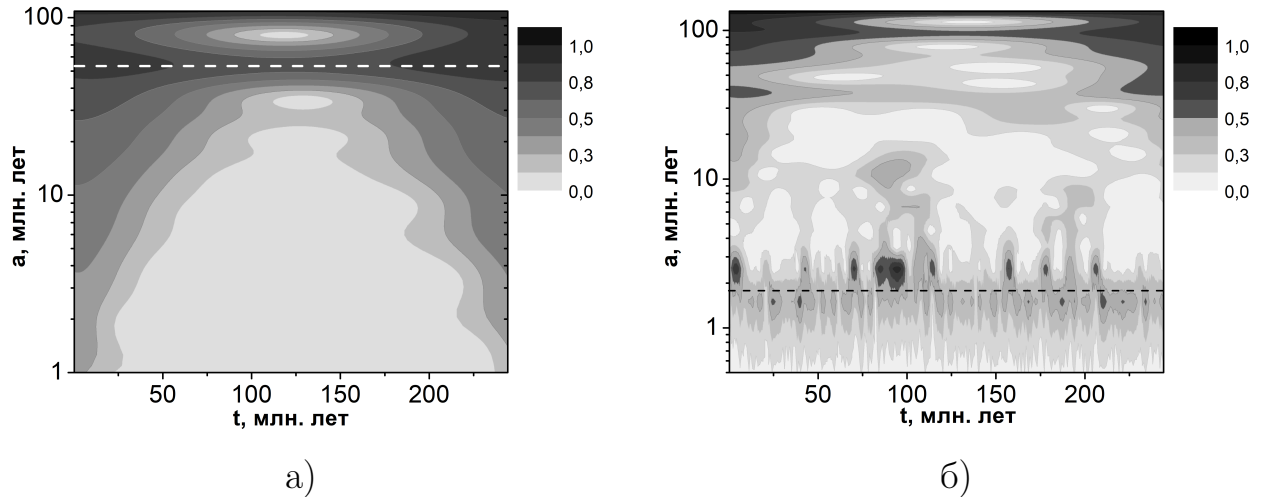


Рис. 34: Вейвлет-плоскости для моделированной шкалы с параметрами  $R_\alpha = 0.4$ ,  $R_\omega = 600$ , флуктуации 10% (а) и  $R_\alpha = 0.4$ ,  $R_\omega = 400$ , флуктуации 15% (б)

На рис. 33 показаны два спектра — для модельной и реальной шкал. Локальный максимум в области 50 млн. лет заметен на обеих кривых. В целом спектр для сгенерированной шкалы выглядит более гладким, что естественно ожидать, поскольку была использована простая модель, не претендующая на описание всей сложной структуры процессов, происходящих в ядре Земли.

На рис. 34 показаны вейвлет-плоскости для двух смоделированных шкал (приведены абсолютные значения вейвлет-коэффициентов). Темные горизонтальные области заметны в верхней части обеих панелей (сфокусированные около значения  $a = 50$  млн. лет), ярче она выражена на правой панели (б). Такая особенность возникала и при построении вейвлет-плоскости для палеомагнитной шкалы 32. Детали плоскостей для других значений параметра растяжения лучше воспроизводятся при моделировании шкалы с параметром  $R_\omega = 400$  и большим уровнем флуктуаций (рис. 34 (б)). Неполное воспро-

изведение деталей плоскости, получаемой при анализе геомагнитной шкалы инверсий естественно ожидать из-за упрощенности используемой модели.

При других значениях параметров модели результаты вычислений тоже приводят к обнаружению следов периодического поведения с большими характерными временами. Для  $R_\alpha = 0.4$ ,  $R_\omega = 600$  картина получается более ярко выраженной, поэтому этот случай был выбран для иллюстрации численного моделирования.

Основной результат произведенного анализа — отсутствие периодического поведения в модели без флуктуаций и появление характерного максимума в спектре при введении небольших случайных изменений параметра  $\alpha$ -эффекта. Количественное совпадение (локализация максимумов спектров около 50 млн. лет для искусственной и реальной шкал) является результатом специально подобранных параметров шкалы (одинаковое число инверсий и соотношение смоделированной шкалы с длиной реальной шкалы). Поэтому такое совпадение не ведет к каким-либо выводам о физической основе смены полярности магнитного диполя. Прояснение значения конкретного положения максимума требует исследования другими методами и выходит за рамки проведенного анализа.

Было проведено сравнение магнитной шкалы инверсий и модель со случайными колебаниями, однако при описании моделей геодинамо упоминалась также возможность строго периодических процессов. Поэтому можно провести аналогичное исследование для случая, где параметр  $R_\alpha$  меняется по периодическому закону. В рамках нашей модели это единственно возможный вариант ввести циклические изменения (в заданной системе уравнений с постоянными параметрами не удастся подобрать такие значения, чтобы появлялось осциллирующее решение). Был выбран гармонический закон изменения  $R_\alpha$ :

$$R_\alpha = 600 + 72 \sin t/t_0, \quad t_0 = 50. \quad (51)$$

Соответствующий интегральный вейвлет-спектр показан на рис.35. Первый максимум спектра отражает наличие искусственно введенной периодичности, но интерес представляет часть спектра, соответствующая большим периодам.

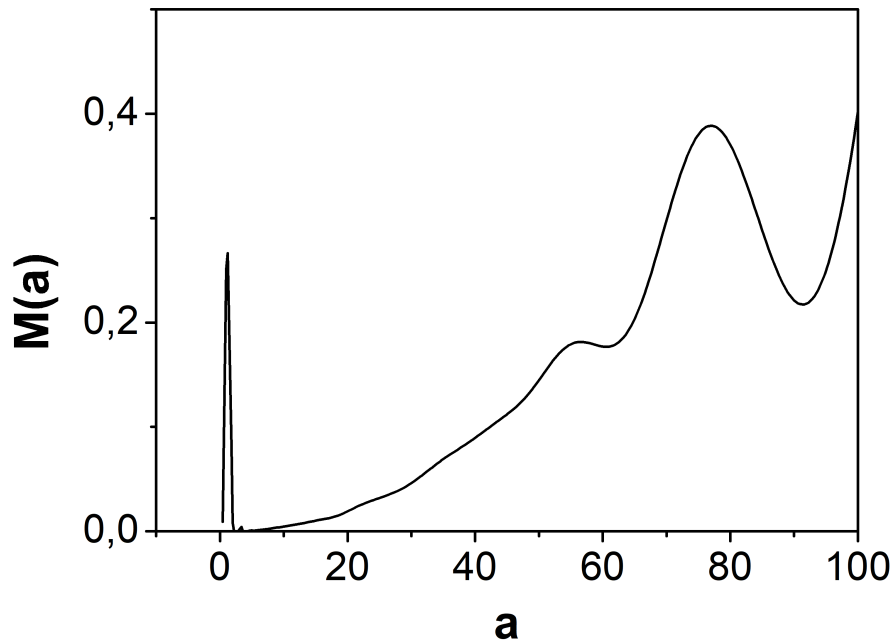


Рис. 35: Интегральный вейвлет-спектр для шкалы, полученной при решении системы уравнений с периодически изменяющимся параметром

Видно, что и в этом случае возникает максимум для больших значений параметра растяжения.

## 7.8 Выводы

Проведенное исследование показывает, что на сегодняшний день данных об изменении полярности дипольной компоненты магнитного поля Земли недостаточно для уверенного выделения цикла с большим периодом (порядка 50 млн. лет). Более правдоподобным выглядит объяснение возникновения максимума в спектре колебаний в рамках теорий динамо со случайными изменениями параметров. Возможно, что на настоящий момент мы обладаем слишком короткой шкалой инверсий, чтобы зафиксировать наличие такого большого периода колебаний.

Аналогия, проведенная с циклом Гляйсберга в активности Солнца, заставляет задуматься также о природе длиннопериодических колебаний на



Солнце. Возможно, требуется дополнительное исследование достоверности обнаружения цикла с большим периодом и объяснения его возникновения (как результат случайных изменений в магнитогидродинамических параметрах или следствие действительно циклического процесса).

Описание исследования и результаты приведены в работах [31]([116]), [117].

## 8 Заключение

В работе рассмотрены различные проявления процессов генерации магнитного поля на примере Земли и Солнца. Обзор предшествующих работ показывает, что тема не теряет актуальности из-за постоянного накопления данных наблюдений и развития новых теорий магнитного динамо. Возрастает важность исследования не только крупномасштабных полей, но и более мелких структур. Практическую значимость эти вопросы приобретают при предсказаниях космической погоды, геомагнитных возмущений.

Поставленная задача предполагает работу с различными трасерами. Для Земли наиболее подходящим объектом исследования становится шкала инверсий магнитного поля. Данные о Солнце предоставляют большой выбор рядов для исследования: солнечные пятна, активные области, различные результаты измерения магнитного поля. Список возможных методов исследования весьма обширен, в работе применены несколько разных вариантов (нахождение статистических характеристик, Фурье- и вейвлет-преобразование, тензорный анализ, определение фрактальных характеристик). Названные методы широко известны, однако некоторые из них впервые применены к данным о магнитном поле Солнца. Например, использование геометрических объектов традиционно для задач электродинамики и нехарактерно для описания полей звезд.

Помимо анализа рядов данных наблюдений задача требует сравнения с теоретическими моделями. Для сопоставления производились одинаковые математические преобразования с наблюдательными данными и величинами, сгенерированными в рамках выбранной модели. Последующее сравнение результатов зачастую тоже предполагает некоторую обработку, так как не всегда можно произвести достаточно точную оценку сходства/различия визуальным методом. Поэтому окончательное решение предполагает сочетание нескольких методов обработки и преобразования данных. При этом по возможности учитывалась небольшая вычислительная ёмкость методов для устранения возможных численных погрешностей.

Результаты работы можно разделить на два вида: выявление новой особенности строения и эволюции магнитного поля Земли или Солнца и разработка подходящего метода исследования для решения конкретной подзадачи.

**1. Рассчитаны фрактальные характеристики магнитного поля Солнца и определена их связь с солнечным циклом активности.** Идея описания магнитного поля Солнца в терминах фрактальной размерности была высказана достаточно давно, однако оставался открытым вопрос о количественных оценках. Оценки, произведенные в разное время разными авторами, давали разные результаты. В данной работе получено объяснение этому расхождению. Параметр, ассоциирующийся с хаусдорфовой размерностью, меняется в ходе цикла солнечной активности. При этом другой фрактальный параметр не проявляет значительной зависимости от фазы цикла. Это позволяет предположить, что применение фрактального описания показывает проявление различных типов динамо.

Исследование магнитных структур разного масштаба перекликается с задачей определения наличия цикличности и вклада случайных изменений в эволюцию магнитного поля. Найденный диапазон изменения фрактальной размерности не перекрывается со значениями, соответствующими турбулентным спектрам. Следовательно, работа динамо разных масштабов определяется в первую очередь регулярными процессами.

**2. Определены зависимости деформаций и поворотов дипольного и квадрупольного момента магнитного поля Солнца от времени.** Поведение магнитного поля определяется в первую очередь низшими гармониками. Рассмотрение двух первых гармоник с разными типами симметрий позволяет получить ответ на ряд вопросов, касающихся эволюции магнитного поля. К наиболее важным результатам можно отнести составление описания процесса инверсии дипольного поля; сравнение изменений в величине напряженности дипольной и квадрупольной компонент поля за последние 4 цикла активности; выделение наиболее вероятного механизма генерации мод недипольной симметрии. Конечно, анализ можно продолжать для более высоких гармоник и основываясь на данных для других звезд, но такая задача уже

выходит за рамки диссертационной работы.

**3. Найдены количественные характеристики фазового сдвига циклов активности в северном и южном полушариях Солнца.** При анализе дипольной и квадрупольной моды асимметрия в гидродинамике была выделена как наиболее вероятная причина формирования компонент поля с разной четностью. Подтверждение наличия асимметрии относительно экваториальной плоскости Солнца наиболее наглядно подтверждается несовпадением циклов активности в северном и южном полушарии. Сдвиг циклов непостоянен, что может выражаться в изменении соотношения мод магнитного поля. Такие вариации действительно наблюдаются. Дальнейшее накопление данных и отдельный анализ северного и южного полушарий может помочь в предсказании значительных событий в вариациях солнечной активности (например, глобальные минимумы наподобие минимума Маундера).

**4. Разработан метод расчета характеристик квадрупольного магнитного момента методами тензорного анализа.** Квадрупольная компонента поля представляет интерес как первая четная гармоника. По данным исследований, в истории изменений активности Солнца были периоды, когда квадрупольная компонента оказывалась сильнее дипольной. В настоящей работе получен похожий результат для нескольких последних циклов: к 24 циклу вклад квадрупольной моды значительно возрос по сравнению с дипольной.

Для исследования предлагается не классический подход. Представление квадрупольного момента в виде тензора позволяет достаточно просто формализовать описание на математическом языке. Метод предполагает меньшие вычислительные затраты по сравнению с решением системы уравнений для компонент поля. Хотя недостаток у тензорного представления тоже имеется — при физической интерпретации результатов. Приходится вводить дополнительные условия на ориентацию собственной системы координат тензора.

Результаты нетрадиционного подхода к расчетам находятся в хорошем согласии с гармоническим анализом. Поэтому можно предположить дальнейшее развитие применения геометрических объектов с большей размерностью

для анализа задач об изменениях более высоких гармоник.

**5. Определен характер проявления периодичности в смене полярности геомагнитного диполя для реконструкции палеомагнитной шкалы длиной 250 млн. лет.** Длинная шкала инверсий геомагнитного диполя позволяет с достаточной уверенностью фиксировать наличие или отсутствие периодичности. Сравнение реальной шкалы со шкалой, смулированной в рамках простой модели динамо со случайным параметром, обнаруживает сходство их поведения при рассмотрении на больших временах. Поэтому можно сделать вывод об отсутствии векового цикла в перемены полярности. Наличие квазипериодических процессов с малыми периодами на данный момент установит затруднительно из-за наличия нескольких вариантов реконструкции шкалы. Дальнейшее уточнение палеомагнитных данных и выбор предпочтительного варианта магнитостратиграфического ряда позволит провести его исследование на наличие коротких периодичностей.

Говоря о перспективах дальнейшего направления развития тематики, заявленной в диссертации, можно предположить, что основной упор будет делаться на согласовании теоретических моделей, результатов моделирования и наблюдательных данных. В настоящей работе выделено несколько трассиров работы динамо для Солнца и Земли, в результате наметился круг задач, связанный с дальнейшим сравнением моделей динамо и расширением числа источников наблюдательных данных (и для рассмотренных небесных тел, и для других космических объектов). Созданный в работе задел позволит привлечь внимание к вопросам сравнения теоретических моделей и наблюдений при использовании разных источников данных и разных методов обработки.

## 9 Список публикаций

### Статьи в журналах

1. Obridko V.N., Sokoloff D.D., Pipin V.V., Shibalva A.S., Livshits I.M., “Zonal harmonics of solar magnetic field for solar cycle forecast” // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, Pergamon Press Ltd. (United Kingdom), vol.225, 105743 (2021)
2. Obridko V.N., Pipin V.V., Sokoloff D.D., Shibalova A.S., “Solar large-scale magnetic field cycle patterns in solar dynamo” // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Oxford Journals, Oxford University Press (Oxford, UK, England), vol.504, pp.4990–5000 (2021)
3. Sokoloff D.D., Shibalova A.S., Obridko V.N., Pipin V.V., Shape of Solar Cycles and Mid-term Solar Activity Oscillations // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Oxford Journals, Oxford University Press (Oxford, UK, England), vol.497, 4, pp.4376–4383 (2020)
4. Obridko V.N., Sokoloff D.D., Shelting B.D., Shibalova A.S., Livshits I.M., Cyclic Variations in the Main Components of the Solar Large-Scale Magnetic Field // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Oxford Journals, Oxford University Press (Oxford, UK, England), vol.492, 4, pp.5582–5591 (2020)
5. Shibalova A.S., Obridko V.N., Sokoloff D.D., Intermittency of the solar magnetic field and solar magnetic activity cycle // Solar Physics, т.292, №44, с.1–9 (2017)
6. Шибалова А.С., Обридко В.Н., Соколов Д.Д., Пипин В.В., Солнечный квадруполь в тензорном описании // Астрономический журнал, МАИК Наука-Интерпериодика, т.97, №10, с.849-857 (2020)

7. Sokoloff D.D., Shibalova A.S., Tracers of Periodicity in the Observational Data on Magnetic Fields of Celestial Bodies and the Dynamo Models // Geomagnetism and Aeronomy, изд-во Maik Nauka/Interperiodica Publishing (Russian Federation), т.58, №7, с. 888-892 (2018)
8. Шибалова А.С., Обридко В.Н., Соколов Д.Д., Фазовый сдвиг между полушариями в цикле солнечной активности // Астрономический журнал, т.93, №10, с.918–922 (2016)
9. Соколов Д.Д., Шибалова А.С., Периодичности в шкале геомагнитной полярности // Физика Земли, №5, с.1–4 (2015)

### Статьи в сборниках

1. “Cycle-dependent and cycle-independent surface tracers of solar magnetic activity”, Sokoloff D.D., Obridko V.N., Livshits I.M., Shibalova A.S. в сборнике European Geosciences Union General Assembly 2020, серия Geophysical Research Abstracts, издательство Copernicus GmbH on behalf of the European Geosciences Union (Germany), т. 22, с. 342-343, 2020
2. “Форма солнечных циклов и среднесрочные колебания солнечной активности”, Шибалова А.С., Обридко В.Н., Пипин В.В., Соколов Д.Д. Солнечная и Солнечно-Земная физика-2020, Пулково, с.365 – 366, 2020

### Тезисы докладов

- 1.
2. “Medium-term oscillations of the solar activity”, Obridko V.N., Sokoloff D.D., Pipin V.V., Shibalova A.S., в сборнике Solar Influences on the Magnetosphere Ionosphere and Atmosphere, место издания SCOSTEP Primorsko, Bulgaria, тезисы, 2021

3. “Форма солнечных циклов и промежуточный масштаб колебаний солнечной активности”, Обридко В.Н., Пипин В.В., Соколов Д.Д., Шибалова А.С. в сборнике тезисов конференции Солнечная и Солнечно-Земная физика-2020, XXIV Всероссийская ежегодная конференция по физике Солнца, с. 64 <http://www.gaoran.ru/russian/solphys/2020/>, 2020
4. “Циклические вариации квадрупольной компоненты магнитного поля Солнца”, Шибалова А.С., Обридко В.Н., Соколов Д.Д., Шельтинг Б.Д., Лившиц И.М., 15 конференция Физика плазмы в Солнечной системе, ИКИ, с.8, 2020
5. Циклические вариации основных составляющих крупномасштабного магнитного поля, Обридко В.Н., Соколов Д.Д., Шельтинг Б.Д., Шибалова А.С., Лившиц И.М., Солнечная и Солнечно-Земная физика-2019, ГАО РАН, СПб, с.76, 2019
6. “Cycle-dependent and cycle-independent surface tracers of solar magnetic activity”, Sokoloff D.D., Obridko V.N., Livshits I.M., Shibalova A.S. в сборнике Solar irradiance: Physics-based advances, <https://astronomy2018.univie.ac.at/PosterAbstracts/posterFM09>, серия GA IAU-XXX, место издания IAU Vienna, тезисы, 2018
7. “Intermittence of solar magnetic field and solar magnetic activity cycle”, Shibalova A., Obridko V., Sokoloff D. в сборнике Russian conference on Magnetohydrodynamics, место издания ICMM Perm, тезисы, с. 121-121, 2018
8. “Новое поколение моделей генерации магнитных полей в небесных телах”, Соколов Д.Д., Юшков Е.В., Михайлов Е.А., Шибалова А.С. в сборнике Ломоносовские чтения, серия Физика, место издания МГУ, тезисы, с.108–108, 2017



9. “Periodicities in the Geomagnetic Polarity Timescale”, Shibalova A.S., Sokoloff D.D. в сборнике 15 Symposium of Study of the Earth’s Deep Interior, место издания SEDI Nantes, France, тезисы, с. 88–88, 2016
10. “Phase shift between solar hemispheres in the activity cycle”, Shibalova A.S., Obridko V.N., Sokoloff D.D. в сборнике 11th Intern. conf. and school Problems of Geocosmos, место издания SPb University SPb, тезисы, с.104–104, 2016
11. “Переменяемость солнечных магнитных полей в цикле солнечной активности”, Шибалова А.С., Обридко В.Н., Соколов Д.Д. в сборнике Солнечная и солнечно-земная физика – 2016, тезисы, с.64–64, 2016
12. “Периодичности в шкале геомагнитной полярности”, Соколов Д.Д., Шибалова А.С. в сборнике Палеомагнетизм и магнетизм горных пород: теория, практика, место издания Филигрань Ярославль, тезисы, с.202–207, 2015

## Список литературы

- [1] Галягин Д.К., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Фрик П.Г., Скейлинг геомагнитного поля и шкалы геомагнитной полярности // ДАН РАН, Т. 360, №4, сс. 541–544 (1998)
- [2] Гинзбург В.Л., О магнитных полях коллапсирующих масс и природе сверхзвезд // ДАН СССР, Т. 156, сс. 43–46 (1964)
- [3] Гинзбург В.Л., Происхождение космических лучей и радио-астрономия // Успехи физических наук, Т. 51, сс. 343–347 (1953)
- [4] Гинзбург В.Л., Озерной Л.М., О гравитационном коллапсе магнитной звезды // Журнал экспериментальной и теоретической физики, Т. 47, с. 1030–1040 (1964)
- [5] Гинзбург В.Л., Сыроватский С.И., Происхождение космических лучей // Москва, 426 с. (1963)
- [6] Гинзбург В.Л., Усов В.В., Об атмосфере магнитных нейтронных звезд (пульсаров) // Письма в ЖЭТФ, Т. 15, сс. 280–282 (1972)
- [7] Гневышев М.Н., Оль А.И., О 22-летнем цикле солнечной активности // Астрономический журнал, Т.25, №1, с.18 (1948)
- [8] Зельдович Я.Б., Предельные законы свободно восходящих конвективных потоков // Журнал экспериментальной и теоретической физики, Т. 7, сс. 1466–1469 (1937)
- [9] Зельдович Я.Б., Магнитное поле в проводящей турбулентной жидкости при двумерном движении // Журнал экспериментальной и теоретической физики, Т. 31, сс. 154–156 (1956)
- [10] Зельдович Я.Б., Магнитная модель Вселенной // ЖЭТФ, Т. 48, сс. 986–988 (1965)

- [11] Зельдович Я.Б., Распад однородного вещества на части под действием тяготения // *Астрофизика*, Т. 6, сс. 319-335 (1970)
- [12] Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А., Магнитное поле в проводящей жидкости движущейся в двух измерениях // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, Т. 78, сс. 980–986 (1980)
- [13] Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д. Магнитные поля в астрофизике // Москва-Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, Институт компьютерных исследований, 384 с. (2006)
- [14] Казанцев А.П. Об усилении магнитного поля проводящей жидкостью // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, Т. 53, сс. 1806–1813 (1976)
- [15] Калашников И.Ю., Соколов Д.Д., Чечеткин В.М., Статистика инверсий геомагнитного диполя по данным палеомагнитных наблюдений и простых моделей геодинамо // *Физика Земли*, Т. 51, №3, сс. 383–391 (2015)
- [16] Кичатинов Л.Л., Дифференциальное вращение звезд // *Успехи физических наук*, Т. 175, №5, сс. 475–494 (2005)
- [17] Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // *ДАН СССР*, Т. 30, №4, сс.299–303 (1941)
- [18] Колмогоров А.Н. К вырождению изотропной турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости // *ДАН СССР*, Т. 31, №6, сс. 538–541 (1941)
- [19] Колмогоров А.Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности // *ДАН СССР*, Т.32, №1, сс. 19–21 (1941)
- [20] Краузе Ф., Рэдлер К.Х., Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо – М: Мир, пер. с англ., 320 с. (1984)

- [21] Криводубский В.Н. Вращательная анизотропия и магнитное подавление гиротронной турбулентности в конвективной зоне Солнца // *Астрономический журнал*, 1998, Т.75, сс.139-143
- [22] Кук А.Е., Робертс А.Х. Система двухдискового динамо Рикитаке. // *Математика. Новое в зарубежной науке. Сер.22 Странные аттракторы. Сборник статей. М.: Мир, 251 с., сс. 160–188 (1981)*
- [23] Лившиц И.М., Обридко В.Н., Изменения дипольного магнитного момента Солнца в течение цикла активности // *Астрономический журнал*, Т.83, №11, сс. 1031–1041 (2006)
- [24] Мартынюк А.А., Никитина Н.В. Об устойчивости и бифуркации в одной модели магнитного поля Земли. // *Прикладная механика*, Т. 50, №6, сс. 133–141 (2014)
- [25] Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 342 с. (1980)
- [26] Обридко В.Н., Шельтинг Б.Д., Об отрицательной корреляции между солнечной активностью и скоростью вращения Солнца // *Письма в АЖ*, Т.42, №9, с. 694 (2016)
- [27] Обридко В.Н., Шельтинг Б.Д., Харшиладзе А.Ф., Расчеты межпланетного магнитного поля по данным о его величине в фотосфере Солнца, // *Геомагнетизм и аэрономия*, Т. 46, №3, сс. 310-319 (2006)
- [28] Обридко В.Н., Харшиладзе А.Ф., Шельтинг Б.Д., Некоторые методические вопросы расчетов гармонических коэффициентов глобальных магнитных полей // *Сборник Магнитные поля и гелисейсмология*, СПб, ФТИ, с. 71 (1994)
- [29] Петрова Г.Н., Нечаева Т.Е., Поспелова Г.Л., Характерные изменения геомагнитного поля в прошлом // М.: Наука, 175 с. (1992)

- [30] Потапов В.И. Визуализация фазовых траекторий динамической системы Рикитаки. // Нелинейная динамика, Т.6, №2, сс. 255–265 (2010)
- [31] Соколов Д.Д., Шибалова А.С., Периодичности в шкале геомагнитной полярности // Физика Земли, №5, сс. 1–4 (2015)
- [32] Фрик П.Г. Турбулентность. Модели и подходы. Часть 2. Пермь: Перм. гос. тех. ун-т, 136 с. (1998)
- [33] Фрик П.Г., Турбулентность: подходы и модели // Изд. 2-е. испр. и доп. М.–Ижевск: НИИ “Регулярная и хаотическая динамика”, 332 с. (2010)
- [34] Харт П. Земная кора и верхняя мантия, под ред. П.Харта, Изд-во МИР, Москва, 640 с. (1972)
- [35] Шибалова А.С., Обридко В.Н., Пипин В.В., Соколов Д.Д., Форма солнечных циклов и среднесрочные колебания солнечной активности // Солнечная и Солнечно-Земная физика-2020, Пулково, сс. 365 – 366 (2020)
- [36] Шибалова А.С., Обридко В.Н., Соколов Д.Д., Фазовый сдвиг между полушариями в цикле солнечной активности // Астрономический журнал, Т.93, №10, сс. 918–922 (2016)
- [37] Шибалова А.С., Обридко В.Н., Соколов Д.Д., Пипин В.В., Солнечный квадруполь в тензорном описании // Астрономический журнал, МАИК Наука-Интерпериодика, Т.97, №10, сс. 849–857 (2020)
- [38] Abramenko V.I., Relationship between Magnetic Power Spectrum and Flare Productivity in Solar Active Regions // ApJ, Vol. 629, p.1141 (2005)
- [39] Abramenko V.I., Longcope D.W., Distribution of the Magnetic Flux in Elements of the Magnetic Field in Active Regions // ApJ, Vol. 619, p.1160 (2005)

- [40] Abramenko V., Yurchyshyn V., Magnetic Energy Spectra in Solar Active Regions // *ApJ*, Vol. 720, p.717 (2010)
- [41] Abramenko V.I., Yurchyshyn V.B., Goode P.R., Kitiashvili I.N., Kosovichev A.G., Detection of Small-Scale Granular Structures in the Quiet Sun with the New Solar Telescope // *ApJL*, Vol.756, L27 (2012)
- [42] Alfven H., On the origin of the solar system // Univ. Press, Oxford, 253 p. (1954)
- [43] Alfven H., Electric currents in cosmic plasmas // *Rev. Geophys. Space Phys.* Vol. 15, pp. 271-287 (1977)
- [44] Babcock H.W., Zeeman effect in stellar spectra // *The Astrophysical Journal*, – Vol. 105, pp. 105–191 (1974)
- [45] Babcock H.W., The Topology of the Sun’s Magnetic Field and the 22-year Cycle // *The Astrophysical Journal*, Vol. 133, pp. 572–587 (1961)
- [46] Braginsky S.I., Magnetic waves in the Earth’s core // *Geomagn. Aeron.*, Vol. 7, pp. 1050–1060 (1967)
- [47] Brandenburg A., The Case for a Distributed Solar Dynamo Shaped by Near-Surface Shear // *ApJ*, Vol. 625, p.539 (2005)
- [48] Brandenburg A., Krause F., Meinel R., Moss D., Tuominen I., The stability of nonlinear dynamos and the limited role of kinematic growth rates // *A & A* (ISSN 0004-6361), Vol. 213, №1-2, pp.411-422 (1989)
- [49] Brandenburg A., Sokoloff D., Subramanian K., Current Status of Turbulent Dynamo Theory: from Large-scale to Small-scale Dynamos // *Space Sci. Rev.*, Vol. 169, p.123 (2012)
- [50] Böhm-Vitense E., Chromospheric Activity in G and K Main-Sequence Stars, and What It Tells Us about Stellar Dynamos // *ApJ*, Vol. 657, p.486 (2007)

- [51] Choudhuri A.R., On the Possibility of an  $\alpha^2\omega$ -type Dynamo in a Thin Layer inside the Sun // *ApJ*, Vol. 355, p.733–744 (1990)
- [52] Cole E., Käpylä P. J., Mantere M.J., Brandenburg A., An Azimuthal Dynamo Wave in Spherical Shell Convection // *ApJ*, Vol. 780, L22 (2014)
- [53] de Jager C., Akasofu S.-I., Duhau S., Livingston W.C., Nieuwenhuijzen H., Polgieter M. S., A Remarkable Recent Transition in the Solar Dynamo // *Space Sci. Rev.*, Vol. 201, p.109 (2016)
- [54] De Rosa M.L., Brun A.S., Hoeksema J.T., Solar Magnetic Field Reversals and the Role of Dynamo Families // *ApJ*, Vol. 757, 96 (2012)
- [55] Elsasser W.M., Induction effects in terrestrial magnetism // *Phys. Rev.* Vol. 69, pp. 106–116 (1946)
- [56] Frick P., Galyagin D., Hoyt D.V., Nesme-Ribes E., Schatten K.H., Sokoloff D., Zakharov V., Wavelet analysis of solar activity recorded by sunspot groups // *Astronomy and Astrophysics*, Vol.328, pp.670–681 (1997)
- [57] Frick P. et al., Spectral characteristic of mid-term quasi-periodicities in sunspot data // *MNRAS*, Vol. 491, Iss. 4, pp.5572–5578 (2020)
- [58] Galyagin D.K., Reshetnyak M.Yu., Sokolov D.D., Frick P.G., Scaling of the geomagnetic field and scales of geomagnetic polarity // *Dokl. Earth Sci.*, Vol.360, №4, pp.617–620 (1998)
- [59] Gigolashvili M.Sh., Khutsishvili E.V., On Some Peculiarities of Solar Differential Rotation // In *ESA, Plasma Astrophysics (SEEN 91-15046 06-90)*, ESA Publications Division, Noordwijk, The Netherlands, p.35 (1990)
- [60] Ginzburg V.L., The propagation of electromagnetic waves in plasmas // Pergamon Press, 535 p. (1970)
- [61] Ginzburg V.L., Zheleznyakov V.V., On pulsar emission mechanisms // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, Vol. 13, pp. 511–535 (1975)

- [62] Gradstein F.M., Ogg J.G., Schmitz M.D., Ogg G.M., The Geologic Time Scale 2012 // Elsevier, Oxford, pp. 85–113 (2012)
- [63] Hale G.E., On the probable existence of a magnetic field in sunspots // *Astrophys.J.*, Vol. 28, pp. 315-343 (1908)
- [64] Hale G.E., The Law of Sun-Spot Polarity // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 10, Iss.1, pp.53–55 (1924)
- [65] Hathaway D.H., The Solar Cycle *Living Rev.* // *Sol. Phys.*, Vol. 12, id 4 (2015)
- [66] Hathaway D.H., Wilson R.M, Solar Rotation and the Sunspot Cycle // *ApJ*, Vol. 357, p.271 (1990)
- [67] Hoeksema J.T., The Solar Magnetic Field – 1985 through 1990 // Report CSSA-ASTRO-91-01, Center for Space Science and Astrophysics, Stanford, Calif. (1991)
- [68] Hoeksema J.Todd, The Solar Magnetic Field Since 1976, <http://quake.stanford.edu/wso>
- [69] Hoeksema J.Todd, Structure and Evolution of the Large Scale Solar and Heliospheric Magnetic Fields, 1984 (*semanticscholar.org*, Ph.D. thesis, ID: 123476525)
- [70] Hoeksema J.Todd, Large-scale solar and heliospheric magnetic fields // *Advances in Space Research*, Vol.11, Iss.1, pp.15–24 (1991)
- [71] Hoeksema J.T., Scherrer P.R., Solar magnetic field, 1976 through 1985: an atlas of photospheric magnetic field observations and computed coronal magnetic fields from the John M. Wilcox Solar Observatory at Sanford, 1976-1985 // WDC-A Report UAG-94, NGDC, World Data Center A for Solar-Terrestrial Physics, Boulder, Colo. (1986)



- [72] Howard R.A., Solar rotation // *Ann. Rev. A & A*, Vol. 22, p.131 (1984)
- [73] Illarionov E., Sokoloff D., Arlt R., Khlystova A., Cluster analysis for pattern recognition in solar butterfly diagrams // *Astronomische Nachrichten*, Vol.332, pp.590–596 (2011)
- [74] Jennings R.L., Weiss N.O., Symmetry breaking in stellar dynamos // *MNRAS*, Vol. 252, p.249 (1991)
- [75] Kambry M. A., Nishikawa J., Solar differential rotation derived from sunspot observations // *Solar Phys.*, Vol. 126, p.89 (1990)
- [76] Khlystova A.I., Sokoloff D.D., Toroidal magnetic field of the Sun from data on Hale-rule-violating sunspot groups // *Astronomy Reports*, Vol.53, pp.281–285 (2009)
- [77] Kislov R.A., Khabarova O.V., Malova H.V., Quasi-stationary Current Sheets of the Solar Origin in the Heliosphere // *ApJ*, University of Chicago Press (United States), Vol.875, Iss.1, pp.281-294 (2019)
- [78] Knaack R., Stenflo J.O. Spherical Harmonic Decomposition of Solar Magnetic Fields // *A & A*, Vol. 438, p.349 (2005)
- [79] Kolotkov D.Y., Broomhall A.-M., Nakariakov V.M., Hilbert–Huang transform analysis of periodicities in the last two solar activity cycles // *MNRAS*, Vol. 451, Iss.4, pp.4360–4367 (2015)
- [80] Krause F., Radler K.-H., 1980, Mean-field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory // Pergamon Press, Oxford, 265 p. (1980)
- [81] Landau L.D., Lifshitz E.M., Fluid Mechanics (2nd ed.) // Pergamon, Oxford, 551 p. (1987)
- [82] Larmor J., How could a rotating body such as the Sun become magnetic // *Rep.Brit.Assoc.Adv.Sci.*, pp.159–160 (1919)

- [83] Lehtinen J., Jelsu L., Hackman T., Kajatkari P., Henry G.W., Activity trends in young solar-type stars // *A & A*, Vol. 588, A38 (2016)
- [84] Leighton R.B., A Magneto-Kinematic Model of the Solar Cycle // *The Astrophysical Journal*, Vol. 156, pp. 1–26 (1969)
- [85] Livshits I. M., Obridko V.N., Variations of the Dipole Magnetic Moment of the Sun during the Solar Activity Cycle // *Astron. Rep.*, Vol. 50, №11, p.926 (2006)
- [86] Malinverno A., Hildebrandt J., Tominaga M., Channell J.E.T., M-sequence geomagnetic polarity time scale (MHTC12) that steadies global spreading rates and incorporates astrochronology constraints // *J. Geophys. Res.*, Vol. 117, B06104 (2012)
- [87] Moss D., Kitchatinov L.L., Sokoloff D., Reversals of the solar dipole // *A & A*, Vol. 550, L9 (2013)
- [88] Moss D., Saar S.H., Sokoloff D., What can we hope to know about the symmetry properties of stellar magnetic fields? // *MNRAS*, Vol. 388, Iss.1, pp.416–420 (2010)
- [89] Moss D., Sokoloff D., Mode enslavement in a two-layer stellar dynamo // *MNRAS*, Vol. 377, pp.1597–1604 (2007)
- [90] Nesme-Ribes E., Sokoloff D., Ribes J.C., Kremliovsky M., in *The Solar Engine and its Influence on Terrestrial Atmosphere and Climate* // Proc. NATO Advanced Research Workshop, 25-29 October, 1993, Paris. France, edited by E. Nesme-Ribes (Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 1994). p.71
- [91] Nesme-Ribes E., Sokoloff D., Ribes J.C., Kremliovsky M., *The Maunder Minimum and the Solar Dynamo* // in Nesme-Ribes E., ed., *The Solar Engine and its Influence on Terrestrial Atmosphere and Climate*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, p.71 (1994)

- [92] Noyes R.W., Weiss N.O., Vaughan A.H., The Relation between Stellar Rotation Rate and Activity Cycle Periods // *ApJ*, Vol. 287, p.769 (1984)
- [93] Obridko V.N., Sokoloff D.D., Shelting B.D., Shibalova A.S., Livshits I.M., Cyclic Variations in the Main Components of the Solar Large-Scale Magnetic Field // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Oxford Journals*, Oxford University Press (Oxford, UK, England), Vol. 492, Iss.4, pp.5582–5591 (2020)
- [94] Parker E.N., Hydromagnetic dynamo models // *AJ*, Vol. 122, pp.293–314 (1955)
- [95] Pietarila Graham J., Danilovic S., Schüssler M., Turbulent Magnetic Fields in the Quiet Sun: Implications of *Hinode* Observations and Small-Scale Dynamo Simulations // *ApJ*, Vol. 693, p.1728 (2009)
- [96] Pipin V.V., Kosovichev A.G., Does nonaxisymmetric dynamo operate in the Sun? // *ApJ*, Vol. 867, №2, p.145 (2018)
- [97] Pipin V.V., Moss D., Sokoloff D., Hoeksema J.T., Reversals of the Solar Magnetic Dipole in the Light of Observational Data and Simple Dynamo Models // *A & A*, Vol. 567, A90 (2014)
- [98] Pizzolato N., Maggio A., Micela G., Sciortino S., Ventura P., The Stellar Activity-rotation Relationship Revisited: Dependence of Saturated and Non-saturated X-ray Emission Regimes on Stellar Mass for Late-type Dwarfs // *A & A*, Vol. 397, p.147 (2003)
- [99] Reiners A., Basri G., Browning M., Evidence for Magnetic Flux Saturation in Rapidly Rotating M Stars // *ApJ*, Vol. 692, p.538 (2009)
- [100] Ribes J.-C., Nesme-Ribes E., The Solar Sunspot Cycle in the Maunder Minimum AD1645 to AD1715 // *A & A*, Vol. 276, p.549 (1993)
- [101] Roberts P.H., Dynamo theory in Mathematical problems in the geophysical sciences // *Lectures in applied mathematics*, Vol. 14, pp.129–206 (1971)

- [102] Roberts P.H., Soward A.M., A unified approach to mean field electrodynamics // *Astron. Nachr.* Vol. 296, pp. 49–64 (1975)
- [103] Rosén L., Kochukhov O., Hackman T., Lehtinen J., Magnetic Fields of Young Solar Twins // *A & A*, Vol. 593, A35 (2016)
- [104] Rosén L., Kochukhov O., Alecian E., Neiner C, Morin J., Wade G. A., BinaMIcS Collaboration, Magnetic Field Topology of the Cool, Active, Short-period Binary System  $\sigma^2$  Coronae Borealis // *A & A*, Vol. 613, A60 (2018)
- [105] Saar S.H., Brandenburg A., Time Evolution of the Magnetic Activity Cycle Period. II. Results for an Expanded Stellar Sample // *ApJ*, Vol. 524, p.295 (1999)
- [106] Schatten K., Current sheet magnetic model for the solar corona // *Cosmic Electrodynamics*, Vol. 2, pp.232–245 (1971)
- [107] Sherrer P.H., Bogart R.S., Bush R.I., Hoeksema J.T., Kosovichev A.G., Schou J., The Solar Oscillations Investigation — Michelson Doppler Imager // *Solar Phys.*, Vol. 162, pp.129–188 (1995)
- [108] Scherrer P.H., Wilcox J.M, Svalgaard L., Duvall T.L. Jr., Dittmer P.H., Gustafson E. K., The mean magnetic field of the Sun: Observations at Stanford // *Solar Phys.*, Vol. 54, p.353 (1977)
- [109] See V., Jardine M., Vidotto A.A., Donati J.-F. et al., The connection between stellar activity cycles and magnetic field topology // *MNRAS*, Vol. 462, p.4442 (2016)
- [110] Shibalova A.S., Obridko V.N., Sokoloff D.D., Intermittency of the solar magnetic field and solar magnetic activity cycle // *Solar Physics*, Vol. 292, №44, pp.1–9 (2017)

- [111] Sobko G.S., Zadkov V.N., Sokolov D.D., Trukhin V.I., Geomagnetic reversals in a simple geodynamo model // *Geomagn. Aeron. (Engl. Transl.)*, Vol. 52, №2, pp.254–260 (2012)
- [112] Sokoloff D., The Maunder Minimum and the Solar Dynamo // *Solar Physics*, Vol. 224, pp.145–152, 2004
- [113] Sokoloff D., Khlystova A., Abramenko V., Solar small-scale dynamo and polarity of sunspot groups // *MNRAS*, Vol. 451, pp.1522–1527 (2015)
- [114] Sokoloff D., Nesme-Ribes E., The Maunder Minimum: A Mixed-parity Dynamo Mode? // *A & A*, Vol. 288, pp.293–298 (1994)
- [115] Sokoloff D.D., Obridko V.N., Livshits I.M., Shibalova A.S., Cycle-dependent and cycle-independent surface tracers of solar magnetic activity // в сборнике European Geosciences Union General Assembly 2020, серия Geophysical Research Abstracts, издательство Copernicus GmbH on behalf of the European Geosciences Union (Germany), Vol. 22, pp. 342–343 (2020)
- [116] Sokoloff D.D., Shibalova A.S., Tracers of Periodicity in the Observational Data on Magnetic Fields of Celestial Bodies and the Dynamo Models // *Geomagnetism and Aeronomy*, Vol. 58, №7, pp. 888–892 (2018)
- [117] Sokolov D.D., Shibalova A.S., Periodicities in the geomagnetic polarity timescale // *Izv., Phys. Solid Earth.*, Vol.51, №5, pp.764–767 (2015)
- [118] Sokoloff D.D., Shibalova A.S., Obridko V.N., Pipin V.V., Shape of Solar Cycles and Mid-term Solar Activity Oscillations // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Oxford Journals, Oxford University Press (Oxford, UK, England)*, Vol.497, №4, pp.4376–4383 (2020)
- [119] Sokolov D.D., Stepanov R.A., Frick P.G., Dynamos: from an astrophysical model to laboratory experiments // *Phys.-Usp.*, Vol.57, №3, pp.292–311 (2014)

- [120] Stenflo J.O., Scaling laws for magnetic fields on the quiet Sun // *A & A*, Vol.541, id.A17 (2012)
- [121] Stenflo J.O., Distribution functions for magnetic fields on the quiet Sun// *A & A*, Vol.517, id.A37 (2010)
- [122] Stenflo J.O., The Hanle effect and the diagnostics of turbulent magnetic fields in the solar atmosphere // *Solar Phys.*, Vol.80, pp.209–226 (1982)
- [123] Stenflo J.O., Güdel M., Evolution of Solar Magnetic Fields — Modal Structure // *A & A*, Vol. 191, p.137 (1988)
- [124] Stenflo J.O., Vogel M., Global Resonances in the Evolution Solar Magnetic Field // *Nature*, Vol. 319, №6051, p.285 (1986)
- [125] Stenflo J.O., Weisenhorn A.L., Evolution of the Sun’s magnetic polarities // *Solar Phys.*, Vol. 108, p.205 (1987)
- [126] Usoskin I.G., Arlt R., Asvestari E., Hawkins E., Käpylä M., Kovaltsov G.A., Krivova N., Lockwood M., Mursula K., O’Reilly J., Owens M., Scott C.J., Sokoloff D.D., Solanki S.K., Soon W., Vaquero J.M., The Maunder minimum (1645-1715) was indeed a grand minimum: A reassessment of multiple datasets // *A & A*, Vol. 581, id.A95, p.19 (2015)
- [127] Usoskin I.G., Sokoloff D.D., Moss D., Grand minima of solar activity and the mean-field dynamo // *Sol. Phys.*, Vol. 254, pp.345–355 (2009)
- [128] Tominaga N., Aspherical Properties of Hydrodynamics and Nucleosynthesis in Jet-induced Supernovae // *ApJ*, Vol. 690, pp.526–536 (2009)
- [129] Tominaga N., Blinnikov S., Baklanov P., Morokuma T., Nomoto K., Suzuki T., Properties of Type II Plateau Supernova SNLS-04D2dc: Multicolor Light Curves of Shock Breakout and Plateau // *ApJ*, Vol. 705, L10 (2009)
- [130] Tominaga N., Umeda H., Maeda K., Iwamoto N., Nomoto K. Supernova Nucleosynthesis and Extremely Metal-Poor Stars // *arXiv:0810.0157* (2008)

- [131] Tominaga N., Maeda K., Umeda H., Nomoto K., Tanaka M., et al. The Connection between Gamma-Ray Bursts and Extremely Metal-poor Stars: Black Hole-forming Supernovae with Relativistic Jets // *ApJ*, Vol. 657, L77 (2007)
- [132] Wang A.H., Kundu M.R., Yoshimura H., A two-zone model of coronal hole structure in the high corona // *Solar and Stellar Coronal Structure and Dynamics*, Proc. of the 9th Sacramento Peak Summer Symp., Sunspot, NM, Aug. 17–21, 1987, National Solar Observatory, Sunspot, Vol. 458, [A89-20526 06-92] (1988)
- [133] Wang A.H., Wu S.T., Dryer M. et al., Analyses and Modeling of Coronal Holes Observed by CORONAS-I: II. MHD Simulation // *Advances in Solar Connection with Interplanetary Phenomena*, Proc. of the 3d SOLTIP Symp., Beijing, China, Oct. 14–18, 1996, Beijing, p.41 (1998)
- [134] Wang Y.-M., Sheeley N.R., On Potential Field Models of the Solar Corona // *ApJ*, Vol.392, p.310 (1992)
- [135] Yoshimura H.A., A model of the solar cycle driven by the dynamo action of the global convection in the solar convection zone // *Astrophys. J. Suppl.* - 1957. - Vol. 29. - P. 467-494.
- [136] Yoshimura H.A., Solar-cycle dynamo wave propagation // *ApJ*, Vol. 201, p. 740-748 (1975)
- [137] Yoshimura H.A., Nonlinear astrophysical dynamos: multiple-period dynamo wave oscillations and long-term modulations of the 22-year solar cycle // *Astrophys J.*, Vol. 226, pp. 706–719 (1978)
- [138] Yoshimura H.A., The solar-cycle period-amplitude relation as evidence of hysteresis of the solar-cycle nonlinear magnetic oscillations and the long-term (55 years) cyclic modulation // *Astrophys. J.*, Vol. 227, pp. 1047–1058 (1979)

- [139] Zeldovich Ya.B., Molchanov S.A., Ruzmaikin A.A., Sokoloff D.D., Kinematic dynamo problem in linear velocity fields // *J. Fluid Mech.*, Vol. 144, pp. 1–11 (1984)
- [140] Zeldovich Ya., Ruzmaikin A., Sokoloff D., *Magnetic Fields in Astrophysics* // Gordon and Breach, New York, 384 p. (1983)
- [141] Zeldovich Ya.B., Ruzmaikin A.A., Dynamo problems in astrophysics // *Sov. Sci. Rev.*, Vol. 2, pp. 333–383 (1983)
- [142] Zhao X., Hoeksema J.T., A coronal magnetic field model with horizontal volume and sheet currents // *Solar Phys.*, Vol. 151, Iss.1, pp.91–105 (1994)
- [143] Zhao X., Hoeksema J.T., Prediction of the interplanetary magnetic field strength // *Space Physics*, Vol. 100, Iss.A1, pp.19–33 (1995)
- [144] Zolotova N.V., Ponyavin D.I., Is the new Grand minimum in progress? // *Journal of Geophysical Research, Space Physics*, Vol. 119, Iss.5, pp.3281–3285 (2014)
- [145] Zolotova N.V., Ponyavin D.I., The Maunder Minimum is Not as Grand as it Seemed to be // *ApJ*, Vol. 800, p.42 (2015)