Кинетические явления в вырожденном газе электронов в магнитных полях нейтронных звезд

Глушихина М.В., Бисноватый-Коган Г.С.

ИКИ РАН

Введение

Перенос тепла в оболочках нейтронных звезд играет важную роль во многих аспектах эволюции этих объектов. Теплопроводность является основной величиной необходимой для расчета отношения между внутренней температурой нейтронной звезды и эффективной температурой поверхности, это отношение влияет на тепловую эволюцию нейтронных звезд и их спектров излучения. Для того чтобы расчитать теплопроводность, мы должны знать, транспортные свойства плотной материи, где электроны сильно вырождены и образуют почти идеальный Ферми-газ. В таких условиях электроны, как правило, являются наиболее важными теплоносителями. Настоящая работа посвящена расчету коэффициентов теплопроводности электронов при заданных условиях на основе решения уравнения Больцмана.

В настоящей работе рассматривается вырожденный электронный газ в кристаллической решетке из ядер, учтены взаимодействия электрон-электрон и электрон-ядро.

Для расчета коэффициентов переноса тепла мы используем уравнение Больцмана с учетом вырождения, учитывающее только парные столкновения.

Условием применимости этого уравнения для электронов является близость электронного газа к идеальному.

Т.к. масса ядра много больше массы электрона, то детали функции распределения ядер оказываются несущественным, и расчеты можно провести для практичести произвольных функций распределения.

Магнитное поле создает анизотропию в потоке тепла коэффициенты теплопроводности определяются тензором.

В предшествующих работах, посвященных теплопроводности в замагниченной нейтронной звезде, использовалось следующее приближение для коэффициентов вдоль и поперек линий магнитного поля (Flowers, Itoh 1975), (Яковлев, Урпин 1980)

$$\frac{\lambda_{\perp}}{\lambda_{\parallel}} = \frac{1}{1+(\omega\tau)^2} \qquad \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} = \frac{1}{1+(\omega\tau)^2}$$

В замагниченной плазме в максвелловском приближении коэффициенты теплопроводности были рассмотрены W. Marshall (1961).

$$\frac{\lambda_{\perp}}{\lambda_{\parallel}} = \frac{1}{1+\dfrac{17(\omega\tau)^2+2{,}76(\omega\tau)^4}{2.58+0.39(\omega\tau)^2}}$$

Вырожденный и частично вырожденный газ электронов и протонов в магнитном поле был рассмотрен в приближении Лоренца Arne Wyller (1973).

Уравнение Больцмана

$$\frac{df}{dt}+v_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\frac{e}{m}\left(E_i+\frac{1}{c}\varepsilon_{ikl}c_{0k}B_l\right)\frac{\partial f}{\partial v_i}+\frac{e}{m}\frac{1}{c}\varepsilon_{ikl}v_kB_l\frac{\partial f}{\partial v_i}-\frac{\partial f}{\partial v_i}\frac{dc_{0i}}{dt}-\frac{\partial f}{\partial v_i}v_k\frac{\partial c_{0i}}{\partial x_k}+J=0$$

- Уравнения переноса:

$$\frac{dn_e}{dt}+n_e\frac{\partial c_{0i}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(n_e\langle v_i\rangle\right)=0$$

$$\rho\frac{d\,c_{0i}}{dt}=\frac{1}{c}\epsilon_{ikl}j_kB_l-\frac{\partial\Pi_{ik}}{\partial x_i}+n_ee\left(E_i+\frac{1}{c}\epsilon_{ikl}c_{ok}B_l\right)$$

$$\frac{3}{2}kn_e\frac{dT}{dt}-\frac{3}{2}kT\frac{\partial}{\partial x_i}\left(n_e\langle v_i\rangle\right)+\frac{\partial q_{ei}}{\partial x_i}+\Pi_{ik}\frac{\partial c_{0i}}{\partial x_i}=j_i\left(E_i+\frac{1}{c}\epsilon_{ikl}c_{ok}B_l\right)-n_ee\langle v_i\rangle\frac{dc_{oi}}{dt}$$

$$\Pi=nm\langle v_iv_k\rangle$$

$$q=\frac{1}{2}nm\langle v^2v_i\rangle$$

- Для решения уравнения Больцмана использован метод последовательных приближений Чепмена-Энскога.

Нулевое приближение

$$f_0=[1+\exp\frac{m_e v^2-2\mu}{2kT}]^{-1}$$

$$n_e=D\int f_0 dv_i$$
$$D=2m^3/(2\pi\hbar)^3$$

$$n_N=\int f_{N0}dc_{Ni}$$

В нулевом приближении уравнения переноса числа и энергии электронов для двухкомпонентной смеси ядер и электронов:

$$n_e=2\left(\frac{kTm_e}{2\pi^2\hbar^2}\right)^{3/2}G_{3/2}(x_0)$$

$$P_e=2kT\left(\frac{kTm_e}{2\pi^2\hbar^2}\right)^{3/2}G_{5/2}(x_0)$$

$$G_n(x_0)=\frac{1}{\Gamma(n)}\int\frac{x^{n-1}dx}{1+\exp(x-x_0)}$$

$$x_0=\frac{\mu}{kT}$$

Первое приближение

$$f = f_0 + f_1$$

- Первое приближение для электронов и ядер:

$$f = f_0\left(1 + \chi\left(1 - f_0\right)\right) \qquad f_N = f_{N0}\left(1 + \chi_N\right)$$

- Хи ищем в виде:

$$\chi = -A_i \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial x_i} - n_e D_i d_i \frac{G_{5/2}}{G_{3/2}}$$

$$\chi_N = -A_{Ni}\frac{\partial \ln T}{\partial x_i} - n_e D_{Ni} d_i \frac{G_{5/2}}{G_{3/2}}$$

- Функции A_i, D_i, A_{Ni}, D_{Ni}, определяют диффузию и перенос тепла.

$$\begin{cases} f_0(1-f_0)\left(\dfrac{m_e v^2}{2kT}-\dfrac{5G_{5/2}}{2G_{3/2}}\right)=I_{ee}(A_i)+I_{eN}(A_i) \\ \dfrac{1}{n_e} f_0(1-f_0)v_i=I_{ee}(D_i)+I_{eN}(D_i) \end{cases}$$

- Решение системы уравнений ищем в виде разложения по полиномам Q(x), ортогональным с весом $f_0(1-f_0)x^{3/2}$.

$$Q_0(x)=1 \quad Q_1(x)=\frac{5G_{5/2}}{2G_{3/2}}-x \quad x=u^2 \qquad u_i=\left(\frac{m}{kT}\right)^{1/2} v_i$$

- Тогда:

$$A_i=(a_0 Q_0+a_1 Q_1)v_i$$
$$D_i=(d_0 Q_0+d_1 Q_1)v_i$$

$$A_{Ni}=a_{0N} Q_0 v_{Ni}$$
$$D_{Ni}=d_{0N} Q_0 v_{Ni}$$
$$n_e a_0+n_N a_{0N}=0$$
$$n_e d_0+n_N d_{0N}=0$$

Теплопроводность

- Система уравнений для коэффициентов теплопроводности:

$$\begin{cases} 0 = 3i\omega n_e a_0 + a_0 b_{00} + a_1 b_{01} \\ \frac{-15}{4} n_e \left(\frac{7G_{7/2}}{2G_{3/2}} - \frac{5G_{5/2}^2}{2G_{3/2}^2}\right) = i\frac{15\omega n_e}{4} a_1 + a_0 b_{10} + a_1 (a_{11} + b_{11}) \end{cases}$$

- Где a_0, a_1, b_0, b_1, c_0, c_1 – компоненты тензора теплопроводности.

$$a_0 = a_0^e + iBb_0^e \qquad c_i = (a_i)_{B=0} - a_i, i = 0,1$$

$$a_1 = a_1^e + iBb_1^e$$

$$\lambda_{ik} = \frac{5*k^2*T*n}{2*m}[(a_0^{ee} - a_1^{ee})\delta_{ik} - \epsilon_{ikn} B_n (b_0^{ee} - b_1^{ee}) + B_i B_k (c_0^{ee} - c_1^{ee})]$$

$$\frac{\lambda_\perp}{\lambda_\parallel} = \frac{1}{1+3(\omega\tau)^2}$$

Электропроводность

- Система уравнений для коэффициентов диффузии:

$$\begin{cases} \frac{3}{2} = 3i\omega n d_0 + d_0 b_{00} + d_1 b_{01} \\ 0 = \frac{15\sqrt{\pi} i}{8} \omega n d_1 + d_0 b_{10} + d_1 (a_{11} + b_{11}) \end{cases}$$

- Где d_0, d_1 – компоненты тензора электропроводности:

$$d_0 = d_{01} + iBd_{02}$$
$$B^2 d_{03} = d_{01B=0} - d_{01}$$

$$\sigma_{ik} = \frac{kTn}{m} [d_{01} \delta_{ik} - \epsilon_{ikn} B_n d_{02} + B_i B_k d_{03}]$$

$$\frac{\sigma_\perp}{\sigma_\parallel} = \frac{1}{1 + 4(\omega\tau)^2}$$

Результаты

- В предшествующих работах использовалось следующее приближение для теплопроводности:

$$\frac{\lambda_\perp}{\lambda_\parallel} = \frac{1}{1+(\omega\tau)^2}$$

- В нашей работе получено для теплопроводности:

$$\frac{\lambda_\perp}{\lambda_\parallel} = \frac{1}{1+3(\omega\tau)^2}$$

- Для электропроводности:

$$\frac{\sigma_\perp}{\sigma_\parallel} = \frac{1}{1+4(\omega\tau)^2}$$

Заключение

- Рассмотрен случай полностью ионизованной вырожденной плазмы. Получено новое приближение для коэффициентов электронной теплопроводности и электропроводности вдоль и поперек линий магнитного поля.

Спасибо за внимание!