

# **Структура аккреционного диска вокруг черной дыры**

# Постановка задачи



Невращающаяся черная дыра  $\Phi(r) = -\frac{GM}{r - r_g}$

Геометрически тонкий аккреционный диск

Учет адвекции

Произвольное значение вертикальной  
оптической толщи диска

Пренебрежение самогравитацией диска

# Необходимость учета адвекции

- Равновесие в вертикальном направлении

$$h \approx \frac{1}{\Omega_K} \left( 2 \frac{P}{\rho} \right)^{1/2}$$

- Закон сохранения углового момента

$$\dot{M}(j - j_{in}) = 4\pi r^2 \alpha P_0 h.$$

- Баланс энергии  $Q_+ = Q_-$

$$Q^- = \frac{2aT^4 c}{3\kappa\rho h} \left( 1 + \frac{4}{3\tau_0} + \frac{2}{3\tau_*} \right)^{-1}$$

$$\tau_* = \left( \tau_\alpha (\tau_0 + \tau_\alpha) \right)^{1/2}$$

$$Q^+ = -\frac{\dot{M}}{4\pi} r \Omega \frac{d\Omega}{dr} \left( 1 - \frac{l_{in}}{l} \right)$$

$$\tau_\alpha \simeq 5.2 * 10^{21} \frac{\rho^2 T^{1/2} h}{acT^4}$$

- Уравнение состояния

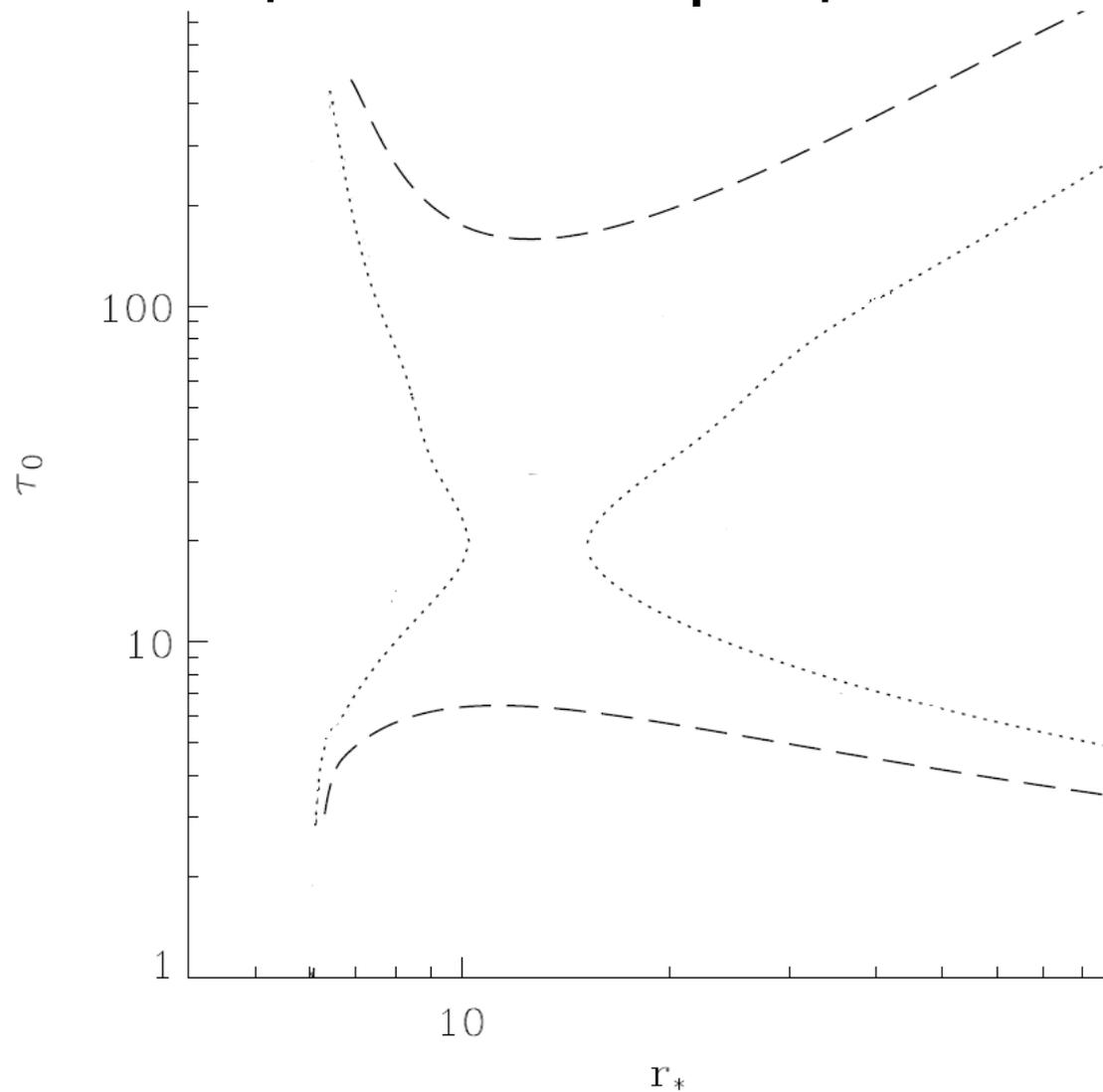
$$P_{\text{tot}} = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}}$$

$$P_{\text{gas}} = \rho \mathcal{R} T$$

$$P_{\text{rad}} = \frac{aT^4}{3} \left( 1 + \frac{4}{3\tau_0} \right) \left( 1 + \frac{4}{3\tau_0} + \frac{2}{3\tau_*^2} \right)^{-1}$$

$$\rho E = \frac{3}{2} P_{\text{gas}} + 3P_{\text{rad}}$$

# Неоднозначность решения при больших мощностях аккреции.



# Основные уравнения.

- Закон сохранения массы

$$\dot{M} = 4\pi r h \rho v$$

- Уравнение движения в радиальном направлении

$$v \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} + (\Omega^2 - \Omega_K^2)r,$$

- Уравнение движения в азимутальном направлении

$$\frac{\dot{M}}{4\pi} \frac{d\ell}{dr} + \frac{d}{dr} (r^2 h t_{r\phi}) = 0, \quad t_{r\phi} = -\alpha P$$

- Закон сохранения энергии

$$Q^+ = Q^- + Q_{adv}$$

$$Q_{adv} = -\frac{\dot{M}}{4\pi r} \left[ \frac{dE}{dr} + P \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\rho} \right) \right]$$

$$Q^+ = -\frac{\dot{M}}{4\pi} r \Omega \frac{d\Omega}{dr} \left( 1 - \frac{l_{in}}{l} \right),$$

$$Q^- = \frac{2aT^4 c}{3\kappa \rho h} \left( 1 + \frac{4}{3\tau_0} + \frac{2}{3\tau_*^2} \right)^{-1}$$

- Равновесие в вертикальном направлении

$$\frac{dP}{dz} = -\rho z \Omega_k^2$$

- Эффективная оптическая толщина

$$\tau_* = \left( \tau_\alpha (\tau_0 + \tau_\alpha) \right)^{1/2}$$

- Оптическая толщина, соответствующая процессам тормозного излучения

$$\tau_\alpha \simeq 5.2 * 10^{21} \frac{\rho^2 T^{1/2} h}{acT^4}$$

- Оптическая толщина за счет рассеяния

$$\tau_0 = \kappa \rho h.$$

- Уравнение состояния

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}}$$

$$P_{\text{gas}} = \rho \mathcal{R} T$$

$$P_{\text{rad}} = \frac{aT^4}{3} \left( 1 + \frac{4}{3\tau_0} \right) \left( 1 + \frac{4}{3\tau_0} + \frac{2}{3\tau_*^2} \right)^{-1}$$

$$\rho E = \frac{3}{2} P_{\text{gas}} + 3P_{\text{rad}}$$

# Дифференциальные уравнения

$$x \frac{v'}{v} = \frac{N}{D}$$

$$x = \frac{r}{r_*}$$

$$x \frac{c'_s}{c_s} = A \left( 1 - \frac{v^2}{c_s^2} \right) \frac{N}{D}$$

$$r_* = \frac{GM}{c^2}$$

$$c_s = \sqrt{\frac{P_{tot}}{\rho}}$$

# Численный метод

$$\frac{y_i - y_{i-1}}{r_i - r_{i-1}} = \varepsilon f_{i-1} - (1 - \varepsilon) f_i, \quad i = 1, 2, \dots, I,$$

$$D(x_1, v_1, (c_s)_1) = 0$$

- Итерационная схема Ньютона-Рафсона

$$F_k(y_1, y_2, \dots, y_K) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K,$$

$$\mathbf{y}^{n+1} = \mathbf{y}^n + \omega^n \cdot \delta \mathbf{y}^n,$$

$$\mathbf{J}^n \cdot \delta \mathbf{y}^n = -\mathbf{F}^n. \quad J_{lm} = \frac{\partial F_l}{\partial y_m}$$

$$\omega = \frac{\eta}{\max(\eta, \Delta)}, \quad \Delta = \max_k \left( \frac{\delta y_k^n}{y_k^n} \right) \quad \eta = 0.03$$

## Разложение в особой точке

$$v(x) = v_1 + v'_{in}(x - x_1)$$

$$c_s(x) = (c_s)_1 + (c'_s)_{in}(x - x_1)$$

$$N(x) = \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial v} v'_{in} + \frac{\partial N}{\partial c_s} (c'_s)_{in} \right\} (x - x_1)$$

$$D(x) = \left\{ \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial v} v'_{in} + \frac{\partial D}{\partial c_s} (c'_s)_{in} \right\} (x - x_1)$$

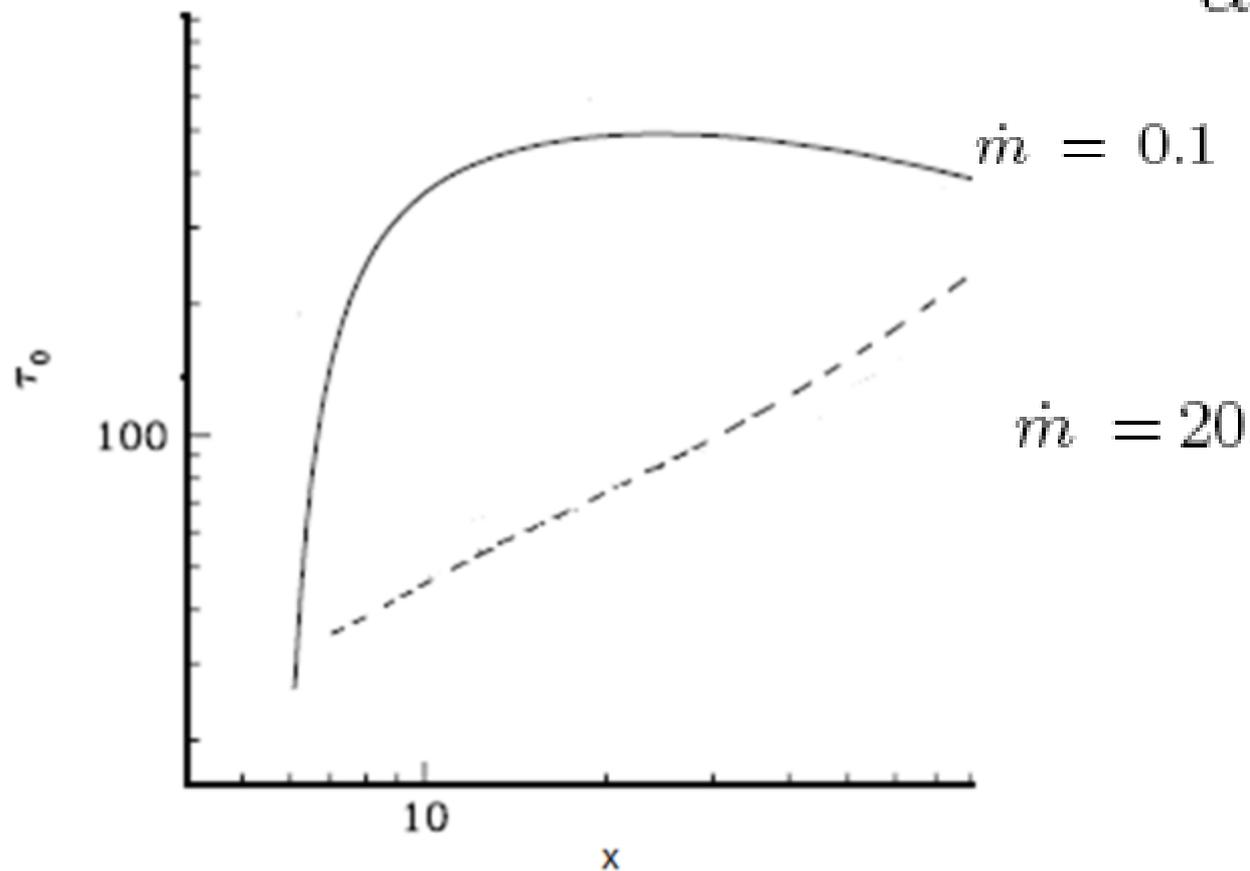
Решаем систему разностных уравнений совместно с урав-

нем  $D(x_1, v_1, (c_s)_1) = 0$

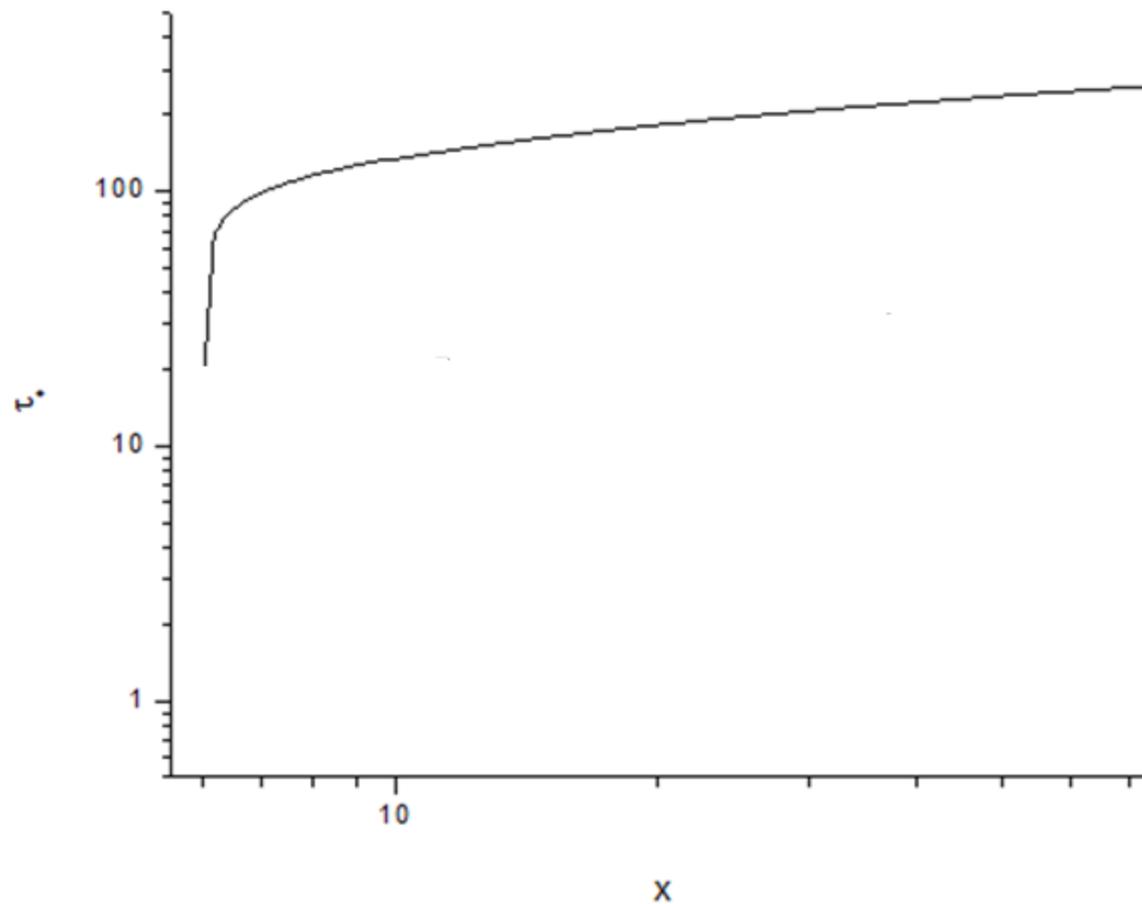
Варьируя  $x_1$  Добиваемся, чтобы  $N(x_1, v_1, (c_s)_1) = 0$

# Оптическая толща за счет рассеяния

$$\alpha = 0.5$$



# Эффективная оптическая толщина

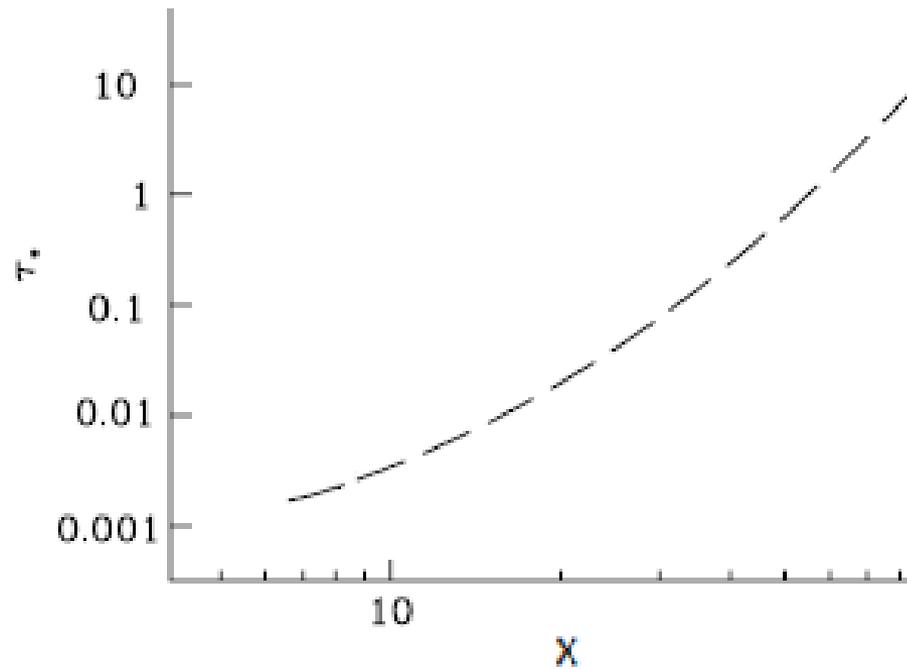


$$\alpha = 0.5$$

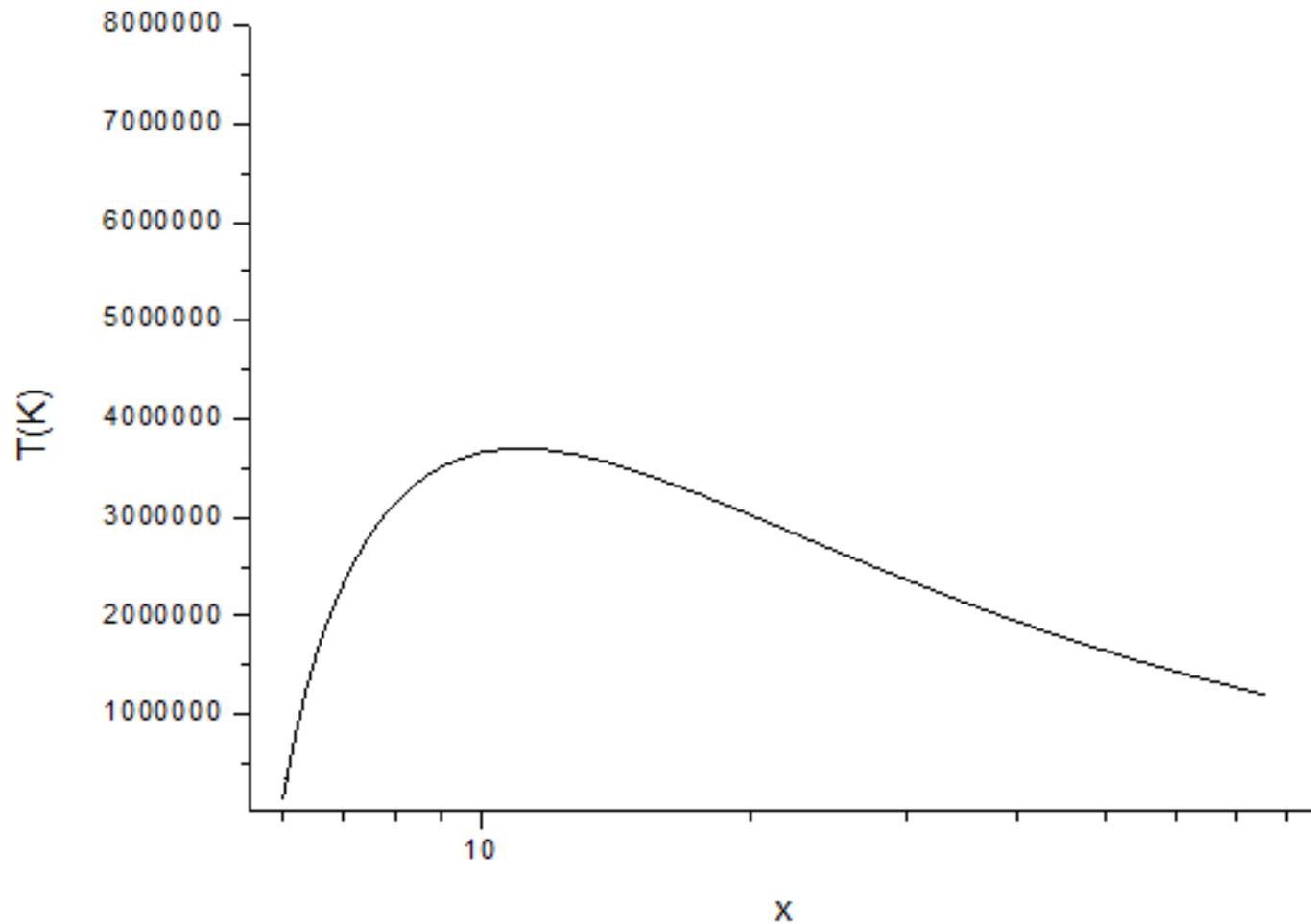
$$m = 0.1$$

# Эффективная оптическая толща

$$\alpha = 0.5$$
$$m = 20$$



# Радиальная зависимость температуры диска



# Радиальная зависимость температуры диска

