

Нелинейная динамика и хаос. Вводный курс.

Лекция 1.

Основные понятия: динамическая система, фазовое пространство, фазовая траектория. Характеристики динамического хаоса: экспоненциальное разбегание траекторий в ограниченном фазовом пространстве, непредсказуемость, эргодичность и перемешивание. Примеры: движение в двойной потенциальной яме при малом трении, двойной маятник, аттрактор Лоренца, логистическое отображение.

Лекция 2.

Фазовые потоки на прямой. Геометрическое представление решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Существование и единственность решений. Бифуркации: седло-узел, транскритическая, «вилка»; субкритическая и суперкритическая формы бифуркаций. Фазовые потоки на плоскости. Линейные системы. Фазовая плоскость, фазовые портреты. Стационарные точки, линеаризация и устойчивость. Нелинейный маятник.

Лекция 3.

Предельные циклы. Бифуркации двумерных фазовых потоков: седло-узел, транскритическая, «вилка», бифуркация Андронова-Хопфа. Фазовые потоки в пространстве размерности большей, чем 2. Возможность хаоса. Метод отображения Пуанкаре.

Лекция 4.

Гамильтоновы системы. Гамильтониан. Канонические переменные, канонические преобразования. Интегрируемые гамильтоновы системы. Переменные действие-угол. Теорема Лиувилля-Арнольда.

Лекция 5.

Теория возмущений интегрируемых систем. Метод Линдштедта-Пуанкаре. Проблема малых знаменателей. Основные идеи и результаты теории КАМ (Колмогорова-Арнольда-Мозера). Диффузия Арнольда.

Лекция 6.

Гамильтоновский хаос в деталях: нелинейный резонанс, перекрытие резонансов, расщепление сепаратрис. Развитый хаос. Стандартное отображение. Островки устойчивости. Аномальная диффузия.

Лекция 7.

Метод усреднения. Адиабатические инварианты. Адиабатическая инвариантность действия. Примеры: маятник с медленно изменяющейся длиной, плавно нерегулярный волновод, движение заряженной частицы в слабонеоднородном магнитном поле.

Лекция 8.

Системы с медленной зависимостью от времени. Разрушение адиабатической инвариантности при переходе через сепаратрису и резонанс. Рассеяние на резонансе и захват в резонанс. Адиабатический хаос.

Лекция 9.

Хаос в диссипативных системах. Бифуркации удвоения периода, универсальность Фейгенбаума. Аттрактор Ресслера. Логистическое отображение.

Лекция 10.

Фракталы. Фрактальная размерность. Примеры фрактальных множеств. Мультифрактальные спектры.

Литература:

1. Г.М.Заславский, Р.З.Сагдеев, «Введение в нелинейную физику», Москва «Наука», 1988.
2. Г.Шустер, «Детерминированный хаос. Введение», Москва Мир, 1988.
3. М.Табор, «Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике», Москва УРСС, 2001.
4. В.И.Арнольд, В.В.Козлов, А.И.Нейштадт, «Математические аспекты классической и небесной механики», Москва УРСС, 2002.
5. Г.М.Заславский, «Физика хаоса в гамильтоновых системах», Москва-Ижевск, 2004.