Магнитогидродинамический элемент в задачах стабилизации ракет-носителей и космических аппаратов

Б.И. Рабинович

Электронная версия

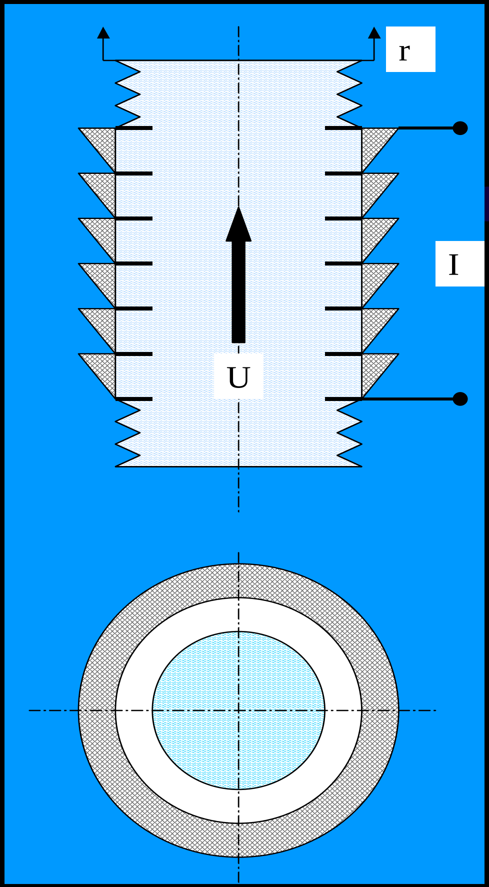
В.И. Прохоренко и А.В. Гришин

Магнитогидродинамический элемент в задачах стабилизации ракет-носителей и космических аппаратов

- Рассматривается применение для стабилизации динамически неустойчивых объектов системы управления с магнитогидродинамическими исполнительными элементами. Математическая модель МГД элемента приводится к модели эквивалентного осциллятора.
- Возможности системы управления с МГД элементами иллюстрируются на двух примерах: обеспечение устойчивости продольных колебаний корпуса жидкостной ракеты-носителя космических аппаратов (борьба с явлением POGO) и устойчивости КА, имеющего упругую антенну, расположенную вдоль оси закрутки (КА типа Авроральный зонд проекта ИНТЕРБОЛ).

- Общая схема

МГД элемент



- Числа Рейнольдса, Струхаля и Альвена

$$\mathbf{Re} = \frac{\mathbf{Vl}}{\nu}; \quad \mathbf{Sh} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{V_F}}; \quad \mathbf{V} = \mathbf{U_{max}};$$

$$\mathbf{Re_M} = \frac{\omega \mathbf{l}^2}{\nu_M}; \quad \mathbf{Sh_M} = \frac{\omega}{\Omega_M}; \quad \mathbf{Al} = \frac{\mathbf{a}^2}{\mathbf{V}^2}.$$

- Определяющие константы

$$\nu_M = \frac{1}{\mu_0 \mu \sigma}; \quad \Omega_M = l\omega\sqrt{\frac{\omega}{\nu_M}}; \quad a = H\sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\rho}}.$$

- Критерии применимости математической модели

$$\mathbf{Re} >> 1; \quad \mathbf{Sh} \sim 1; \quad \mathbf{Re_M} >> 1; \quad \mathbf{Sh_M} << 1; \quad \mathbf{Al} << 1.$$

Vortex Processes and Solid Body Dynamics

Spacecraft and Magnetic Levitation Systems Dynamic Problems

by

Boris I. Rabinovich

Moscow Institute for Control Devices Design, Russia

Valeriy G. Lebedev

Research and Design Institute, Moscow, Russia

Alexander I. Mytarev

Research and Design Institute, Moscow, Russia

translated by

A.S.. Leviant

FLUID MECHANICS AND ITS APPLICATIONS 25

Translated from the Russian

October 1994, 308 pp.

Kluwer Academic Publishers Group

Математическая модель МГД элемента

- Общие уравнения

$$m^{*}\dot{U} + \alpha(J + I) + \beta \int_{-\infty}^{t} \frac{\dot{U} d\tau}{\sqrt{t-\tau}} = 0;$$

$$L^{*}\left(\dot{J} + \dot{I}\right) - \alpha U + \gamma \int_{-\infty}^{t} \frac{\dot{J}(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}} = 0;$$

$$L\dot{I} + L^{*}\dot{J} - \alpha U + R\,I = \delta(t).$$

- Эквивалентный осциллятор

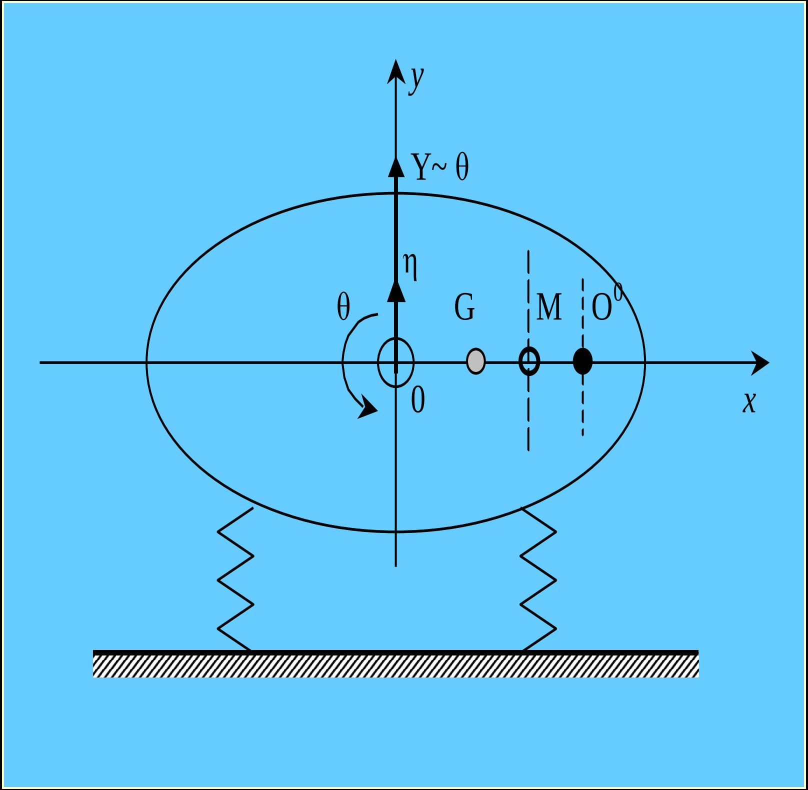
$$\gamma \to 0; \quad R \to 0; \quad \delta = \delta^{0} e^{i\omega t}; \quad U = \dot{r};$$

$$\mu\,(\ddot{r} + \beta_r \dot{r} + \omega_r^2 r) = -k \int_{0}^{t} \delta(t) dt.$$

U – скорость перемещения жидкости;

I – внешний ток; J – вихревой ток.

Модельная задача



- G – центр масс;
- M – МГД элемент;
- O^0 – акселерометр;
- Y – неконсервативная сила

Обеспечение динамической устойчивости

$$\ddot{\eta} + \omega_s^2 \eta + a_{\eta\theta} \ddot{\theta} + a'_{\eta\theta} \theta + a_{\eta s} \ddot{s} = 0;$$

$$\ddot{\theta} + \omega_s^2 \theta + a_{\theta\eta} \ddot{\eta} + a_{\theta s} \ddot{s} = 0;$$

$$\ddot{s} + \omega_s^2 s + a_{s\eta} \ddot{\eta} + a_{s\theta} \ddot{\theta} + a_{s\delta} (\eta + x^0 \theta) = 0;$$

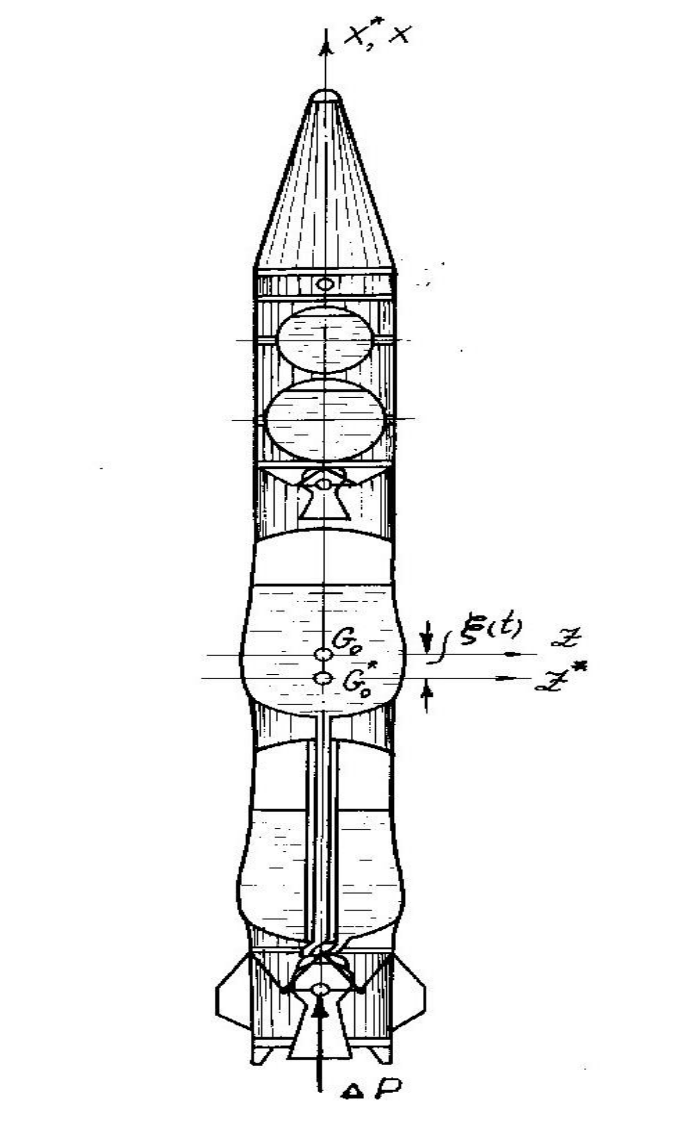
$$a'_{\eta\theta} \sim \varepsilon; \quad a_{\eta s} \sim \varepsilon^2; \quad a_{\theta s} \sim \varepsilon^2; \quad a_{s\delta} \sim \frac{1}{\varepsilon}.$$

- Математическая модель
- Характеристическое уравнение и достаточное условие устойчивости

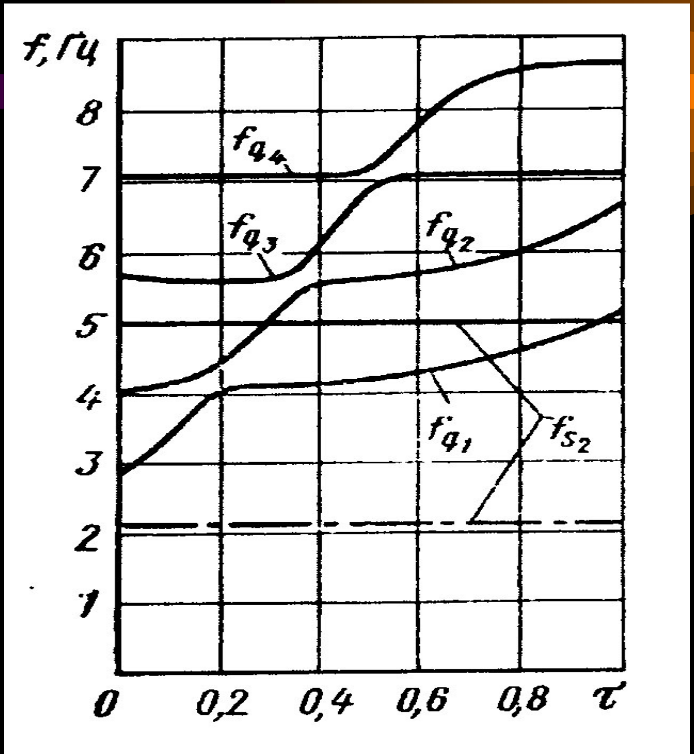
$$[(p^2 + \omega_s^2)^2 - a_{\eta\theta} a_{\theta\eta} p^4](p^2 + \omega_s^2) - [a_{\theta s} a_{s\delta} x^0 + a_{\eta s} a_{s\delta} +$$
$$+ a'_{\eta\theta} a_{\theta\eta}](p^2 + \omega_s^2) p^2 + a_{\eta s} a_{\theta\eta} a_{s\delta} x^0 p^4 = 0;$$

$$a_{\theta s} a_{s\delta} x^0 + a_{\eta s} a_{s\delta} + a'_{\eta\theta} a_{\theta\eta} = 0$$

Проблема POGO



- Деформация корпуса РН при продольных колебаниях



Частоты собственных продольных колебаний корпуса ($f_{q\,j}$) и жидкости в магистрали O_2 ($f_{s\,2}$) РН Сатурн 5 (— AS-501, AS-502 ; — . — AS – 503)

Математическая модель POGO.
РН с МГД элементом и акселерометром

$$\ddot{\xi} + a_{\xi s}\ddot{s} + a_{\xi r}\ddot{r} = a_{\xi\delta}\delta_s;$$

$$\ddot{q} + \beta_q\dot{q} + \omega_q^2 q + a_{qs}\ddot{s} + a_{qr}\ddot{r} = a_{q\delta}\delta_s;$$

$$\ddot{s} + \beta_s\dot{s} + \omega_s^2 s + a_{s\xi}\ddot{\xi} + a_{sq}\ddot{q} = 0;$$

$$\ddot{r} + \beta_s\dot{r} + \omega_s^2 r + a_{r\xi}\ddot{\xi} + a_{rq}\ddot{q} = a_{r\delta}\delta_r;$$

$$\delta_\mu = L_\mu(p)\,\nu; \quad \mu,\nu = s, s^0; \quad \mu,\nu = r, \xi^0;$$

$$L_\mu(i\omega) = A_\mu(\omega)\exp[i\varphi_\mu(\omega)];$$

$$s^0 = -a_s^0(\omega_s^2 s + \beta_s\dot{s}); \quad \xi^0 = -\omega_s^2(\xi + \eta(x^0)q).$$

ξ, q, s, r – обобщенные координаты корпуса, доминантного тона его продольных упругих колебаний и колебаний жидкости в магистрали и в МГД элементе

Вещественные части корней характеристического уравнения

$$\alpha_q = -\frac{1}{2}\left[\beta_q + \omega_q\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)B_s(\omega_q) + \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)B_r(\omega_q)\right]\right];$$

$$\alpha_s = -\frac{1}{2}\left[\beta_s + \omega_s\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)B_s(\omega_q) + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)B_r(\omega_s)\right]\right];$$

$$B_s(\omega) = a_{s\xi}a_{\xi\delta}a_s^0 A_s(\omega)\sin\varphi_s(\omega);$$

$$B_r(\omega) = a_{\xi r}a_{r\delta}A_r(\omega)\sin\varphi_r(\omega).$$

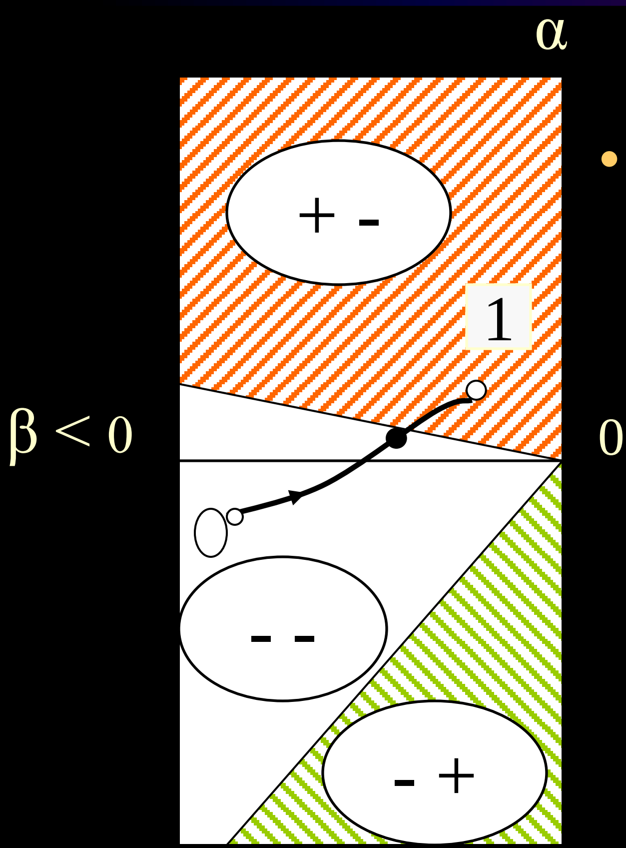
$$\alpha = \frac{a_{sq}a_{q\delta}}{a_{s\xi}a_{\xi\delta}}; \qquad \beta = \frac{\omega_q^2}{\omega_s^2} - 1; \qquad \gamma = \frac{a_{qr}\eta(X^0)}{a_{\xi r}}.$$

- Безразмерные параметры: α, β, γ.
- Индексы: q - корпус; s - магистраль; r - МГД элемент

Маркировка областей устойчивости и неустойчивости

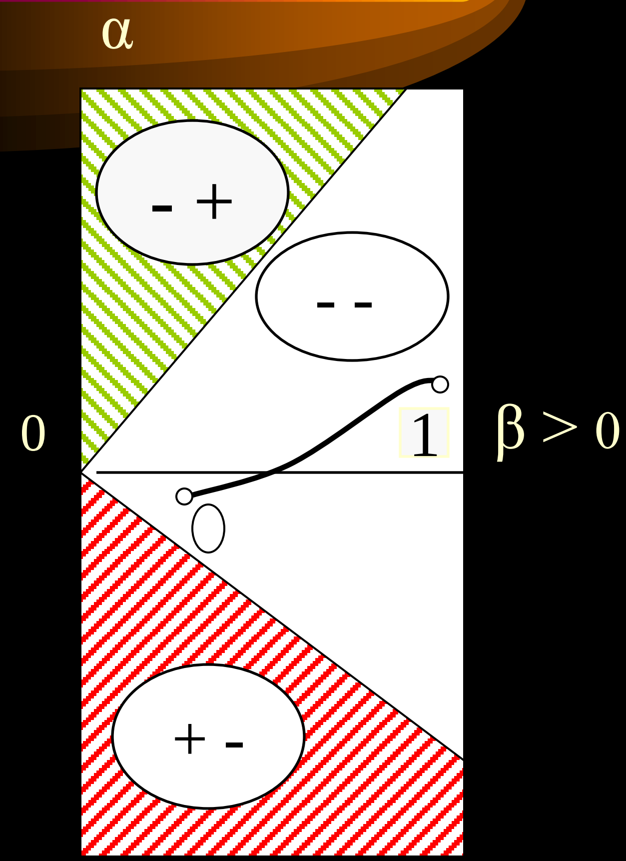
$L_s(p) \neq 0$; $L_r(p) = 0$ или $\neq 0$	α_q	α_s
Устойчивость		
Знак	< 0	< 0
Маркировка	- -	
Неустойчивость		
Знак	> 0	< 0
Маркировка	+ --	
Знак	< 0	> 0
Маркировка	- +	
Знак	> 0	> 0
Маркировка	+ +	

Области устойчивости и неустойчивости. ЖРД с фазовым запаздыванием

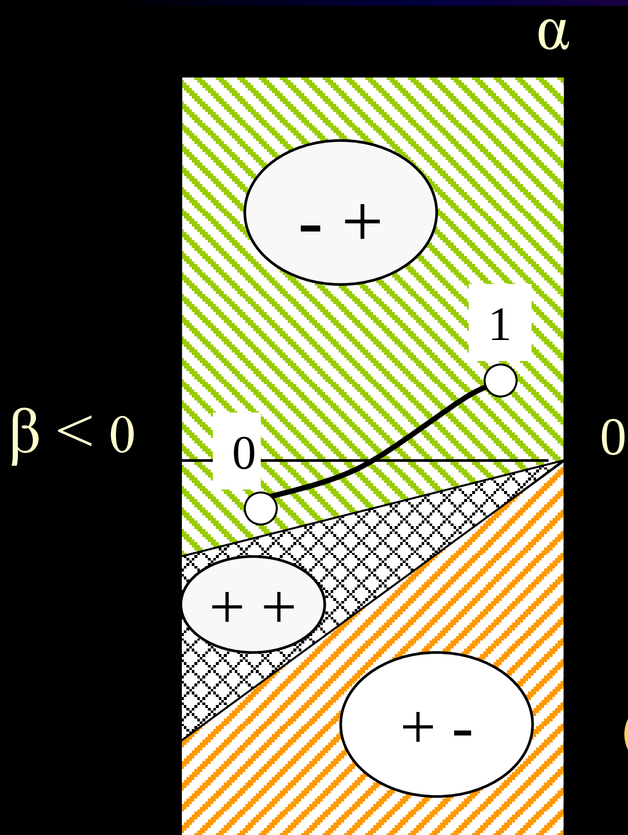


- Исходная магистраль (неустойчивость на частоте ~ ω_q)

- Магистраль с гидроаккумулятором (устойчивость)

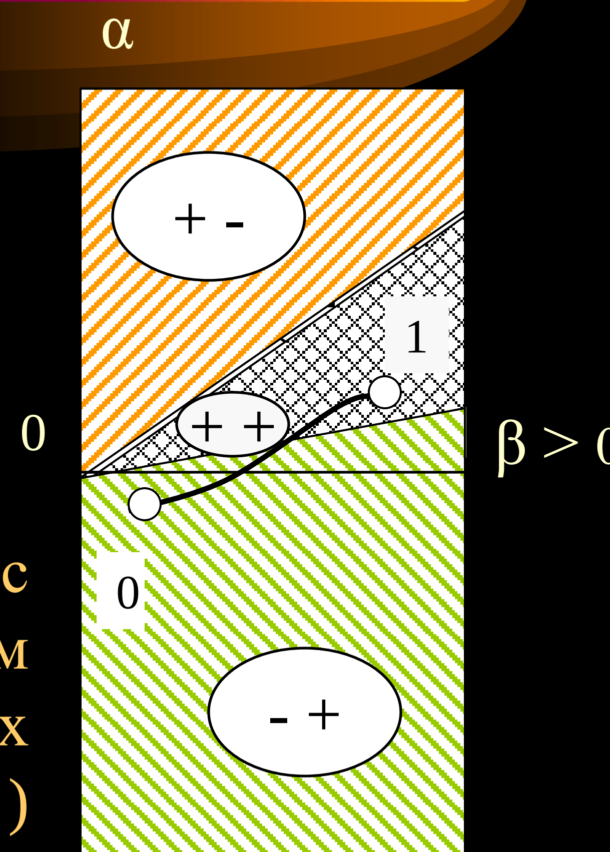


Области устойчивости и неустойчивости. ЖРД с фазовым опережением



- Исходная магистраль (неустойчивость на частоте ~ ω_q)

- Магистраль с гидроаккумулятором (неустойчивость на двух частотах: ~ ω_s и ~ ω_q)



Алгоритм управления МГД элементом

$$B_r(\omega_q) = -B_s(\omega_q), \quad B_r(\omega_s) = -B_s(\omega_s);$$

$$B_r(\omega_q) < 0, \quad B_r(\omega_s) < 0.$$

- Сопряженное управление

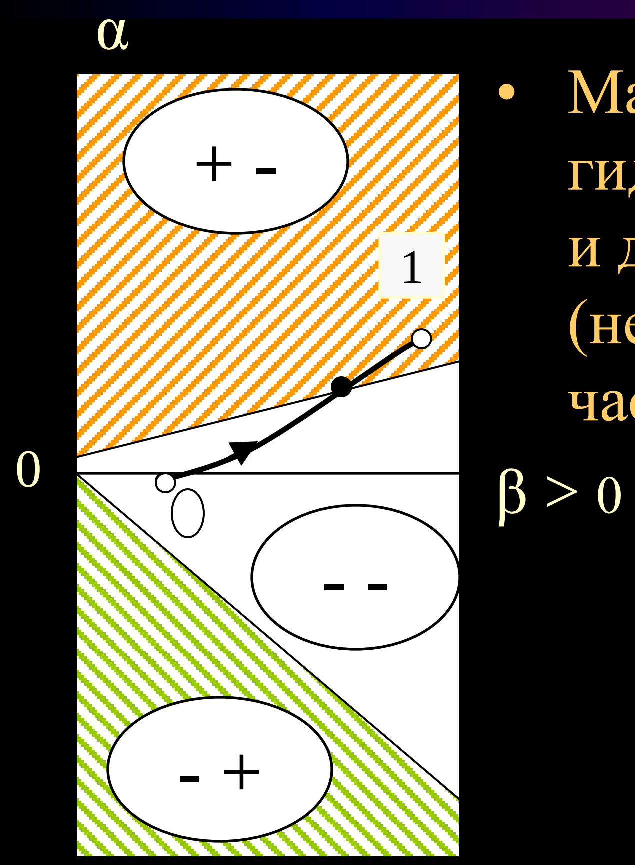
- Вещественные части корней характеристического уравнения

$$\alpha_q = -\frac{1}{2}\left[\beta_q - \omega_q\left(\frac{\alpha^*}{\beta}\right)B_r(\omega_q)\right];$$

$$\alpha_s = -\frac{1}{2}\left[\beta_s + \omega_s\left(\frac{\alpha^*}{\beta}\right)B_r(\omega_s)\right];$$

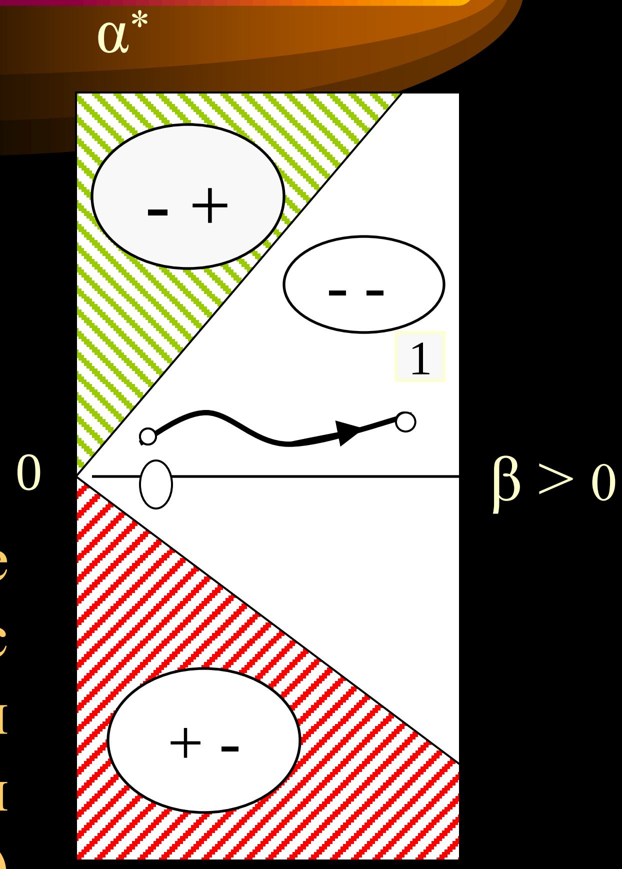
$$\alpha^* = \gamma - \alpha; \quad \tau = \frac{t}{t_k}; \quad 0 \le \tau \le 1.$$

Области устойчивости и неустойчивости. ЖРД с фазовым опережением

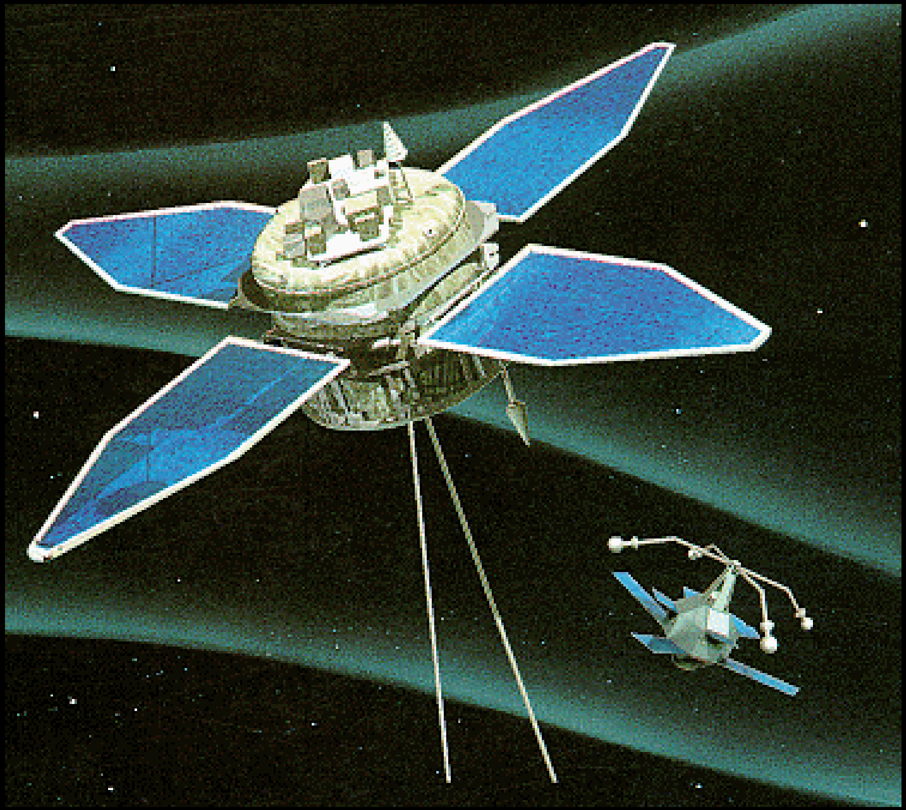


- Магистраль с гидроаккумулятором и демпфером (неустойчивость на частоте ~ ω_q)

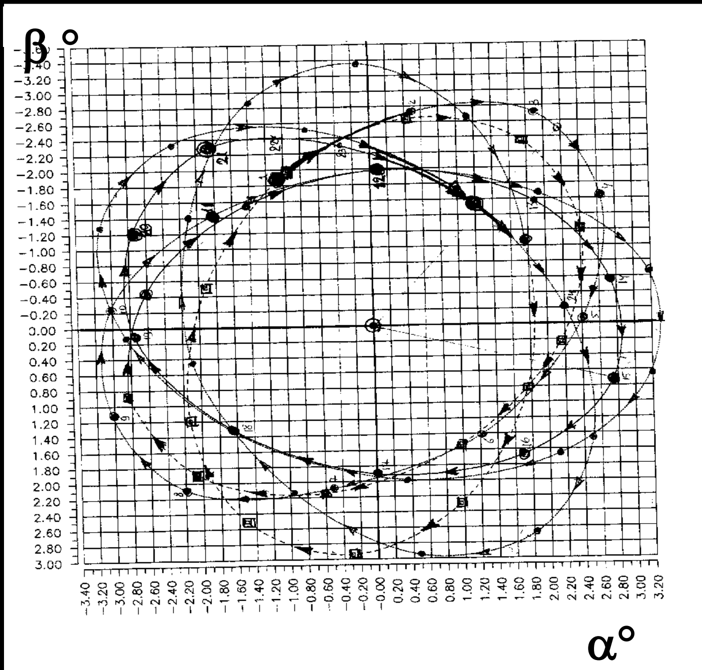
- Дополнительное управление с МГД элементом и акселерометром (устойчивость)



Авроральный зонд (АЗ) проекта ИНТЕРБОЛ



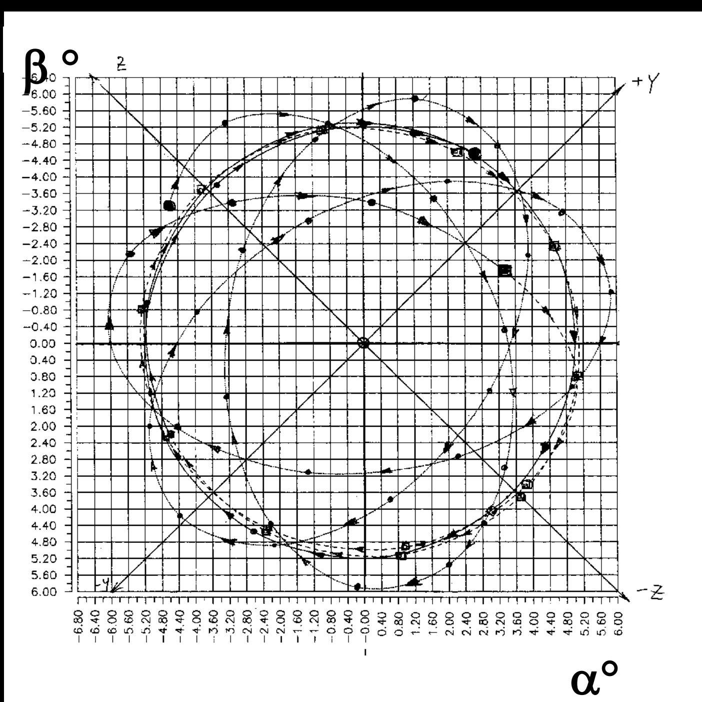
- Упругая антенна расположена вдоль оси закрутки а)



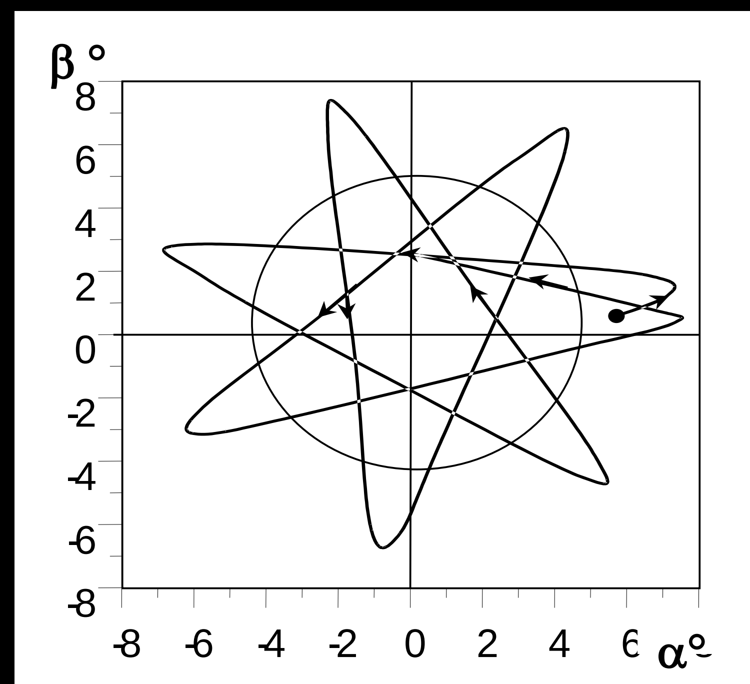
Примеры развитой неустойчивой нутации АЗ при ω_0= 3°/ с, ТМИ СД

- а) 23.10.96, 17 : 38 МТ;
- б) 24.10.96, 05 : 10 МТ;
- в) 02. 08.97, 07 : 20 МТ

б)

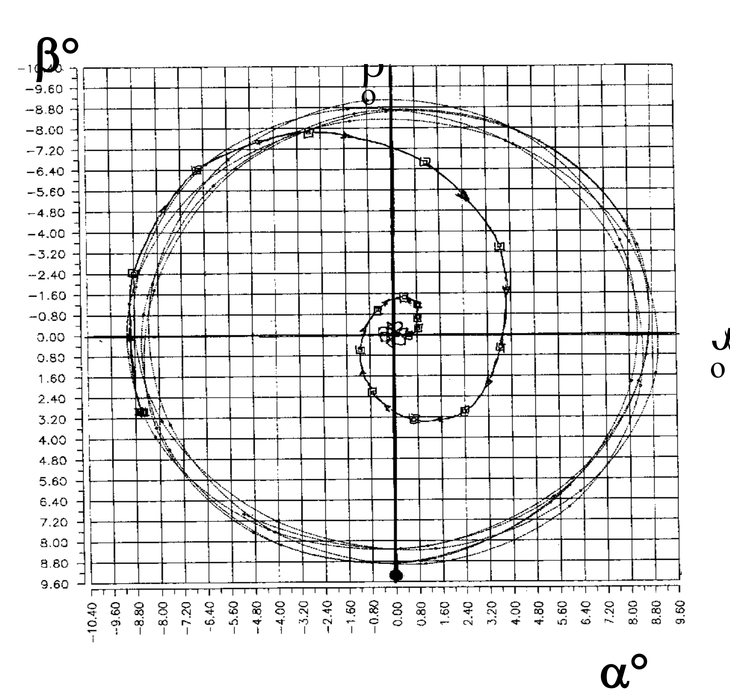


в)

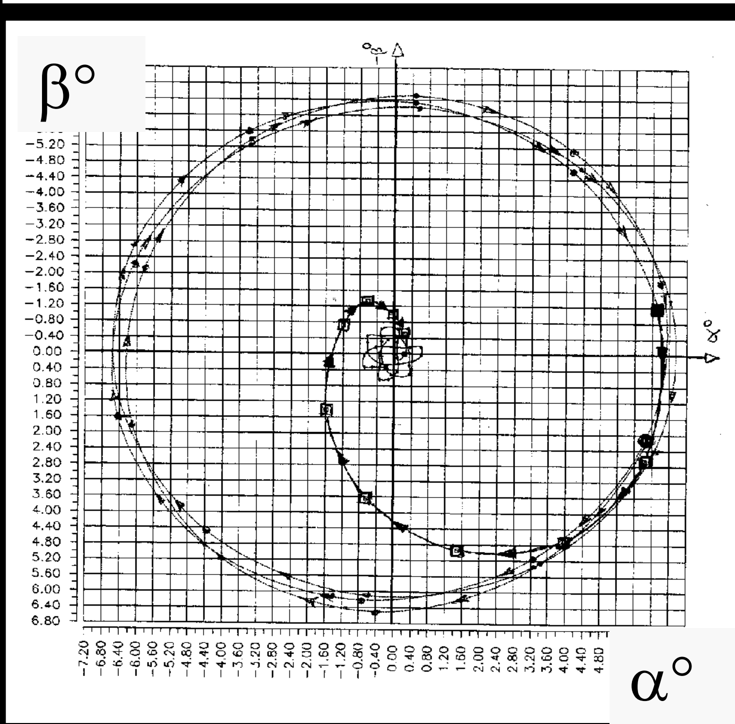


неустойчивая нутация А3, включение системы коррекции (а, б), ТМИ СД:

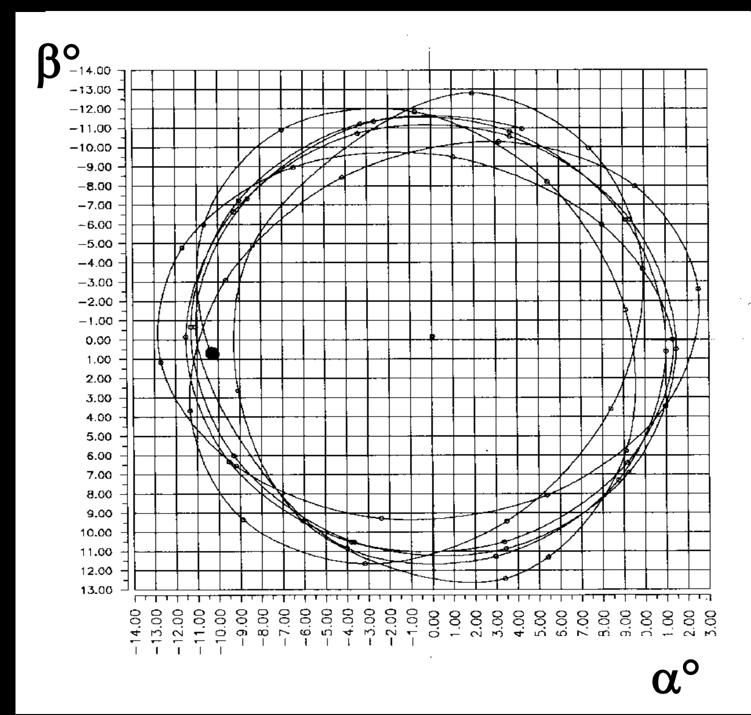
- а) 23.10.96, 05 : 58 МТ, ω_0= 3°/с ;
- б) 24.10.96, 11 : 47 МТ, ω_0= 3°/с;
- в) 03.09.96, 12 : 04 МТ, ω_0= 4°/с



а)



б)



в)

Основные обозначения

- θ_j **(j = 2, 3)** – углы отклонения связанной системы координат относительно инерциальной;
- ω_j **(j = 2**, 3) - компоненты абсолютной угловой скорости в связанной системе координат;
- p_j, q_j **(j = 1, 2)** – относительные перемещения присоединенных масс упругого и МГД элементов;
- **m, l** – присоединенная масса и длина упругого элемента;
- **a** – расстояние от точки крепления упругого элемента до центра масс КА;
- ω_0 **–** угловая скорость закрутки КА;
- ω_c **–** частота собственных колебаний упругого элемента.

Математическая модель КА типа А3 с МГД элементом и акселерометрами (k=2) и неуправляемого КА (k=1, a_0=0, a_1=0)

$$\ddot{\theta} - i(\Delta I - 1)\dot{\theta} + \Delta I\theta + kD(\ddot{\zeta} + 2i\dot{\zeta} - \zeta) = 0;$$

$$\ddot{\zeta} + (2i + \gamma)\dot{\zeta} + \Delta\omega\zeta + \ddot{\theta} + 2i\dot{\theta} - \theta = a_1(\dot{\theta} - i\theta) + a_0\theta.$$

Уравнения движения

- Обобщенные координаты

$$\theta = \theta_2 + i\theta_3; \quad \zeta = \frac{q - ip}{z_0}; \quad q = \frac{q_1 + q_2}{2}; \quad p = \frac{p_1 + p_2}{2};$$

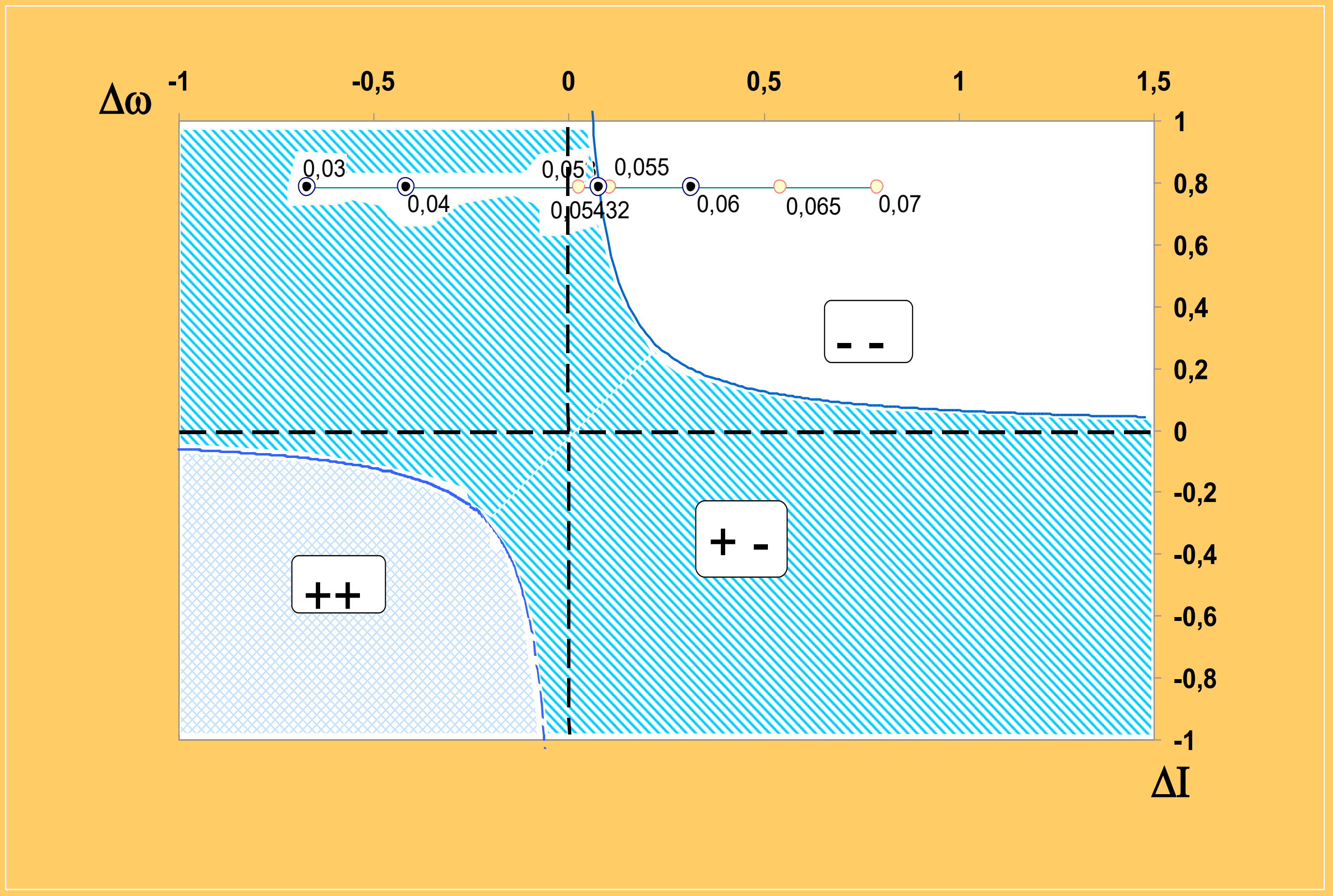
$$\omega = \omega_2 + i\omega_3 = \dot{\theta} + i\theta; \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{d\tau}; \quad \dot{\zeta} = \frac{d\zeta}{d\tau}; \quad \tau = \omega_0 t.$$

- Основные параметры

$$\Delta I = \frac{J_1 - J}{J}; \quad \Delta\omega = \sigma^2 - 1; \quad J = J_2 = J_3; \quad \sigma = \frac{\omega_c}{\omega_0};$$

$$D = \frac{mz_0^2}{J}; \quad z_0 = a + l.$$

Области устойчивости и неустойчивости КА типа А3



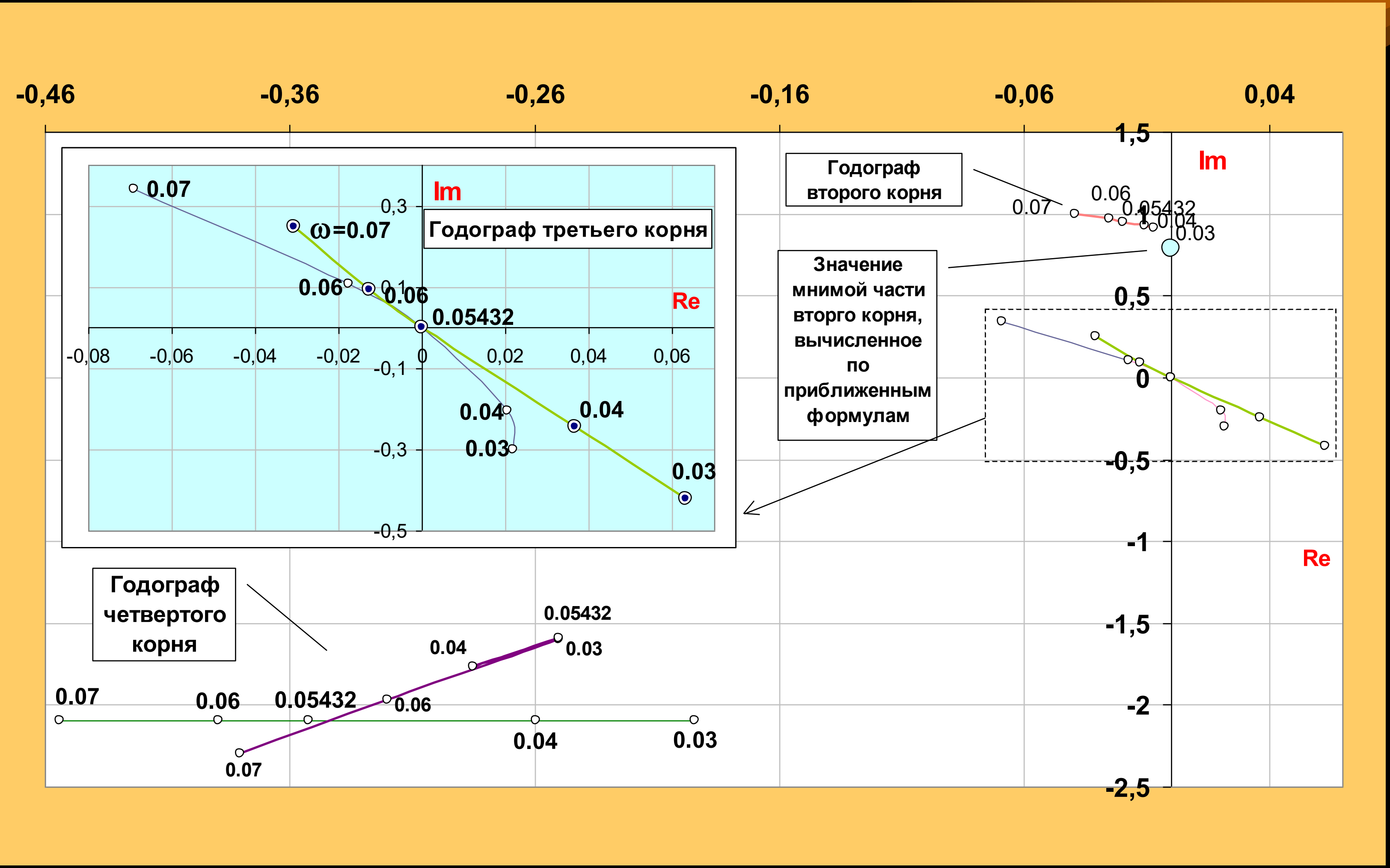
- - устойчивость

+ - неустойчивость по одному корню

+ + неустойчивость по двум корням

Корневые годографы при изменении параметра Δω

(толстая линия - точные, тонкая линия – приближенные)



Корневые годографы при изменении параметров Δ ω и Δ I

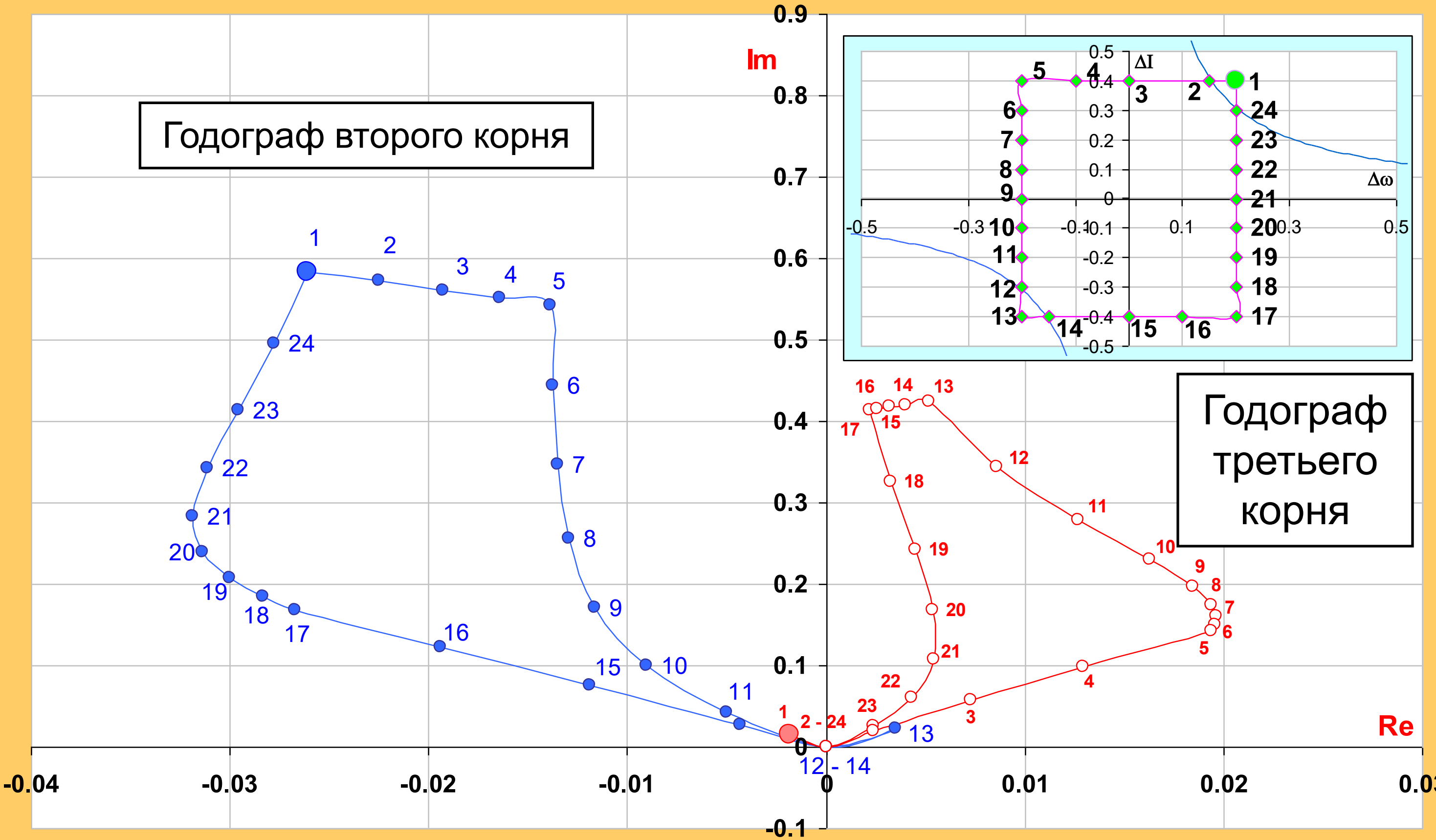


рис.3

Аналитическое решение в случае КА типа А3

$$\ddot{\zeta} + (2i + \gamma)\dot{\zeta} + \Delta\omega\zeta = 0; \quad \tau = \omega_0 t;$$

$$\zeta = \zeta_0 e^{\lambda\tau}; \quad \lambda^2 + (2i + \gamma)\lambda + \Delta\omega = 0;$$

$$\lambda = -\frac{\gamma}{2}(1 \mp \frac{1}{\sigma}) + i(\pm\sigma - 1); \quad \sigma = \frac{\omega_c}{\omega_0};$$

$$\zeta = A\exp[-i(\sigma + 1)\tau] + B\exp[i(\sigma - 1)\tau.$$

- Вектор ς

- Годограф вектора ς

$$\left|\zeta(\tau)\right| \approx B(1 + \frac{\delta^2}{2})(1 + \delta\cos 2\tau);$$

$$\arg[\zeta(\tau)] \approx (\sigma - 1)\tau; \quad \delta = \frac{AB}{A^2 + B^2} \approx \frac{C_2}{C_1}\exp(-\gamma\tau);$$

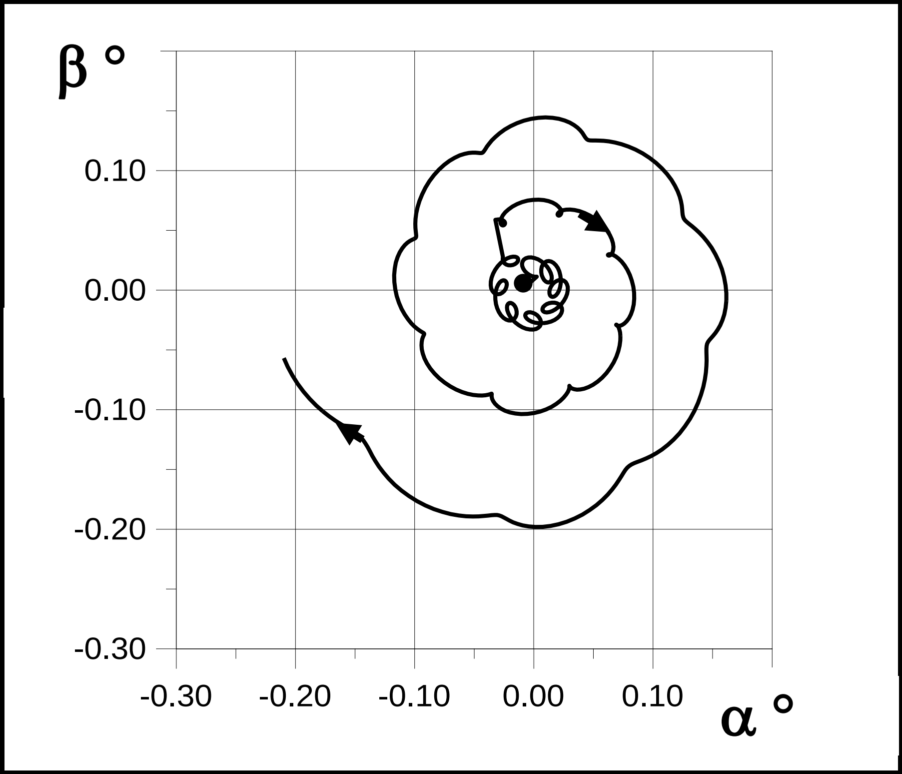
$$A = C_2\exp[\frac{-\gamma(\sigma + 1)\tau}{2\sigma}]; \quad B = C_1\exp[\frac{-\gamma(\sigma - 1)\tau}{2\sigma}].$$

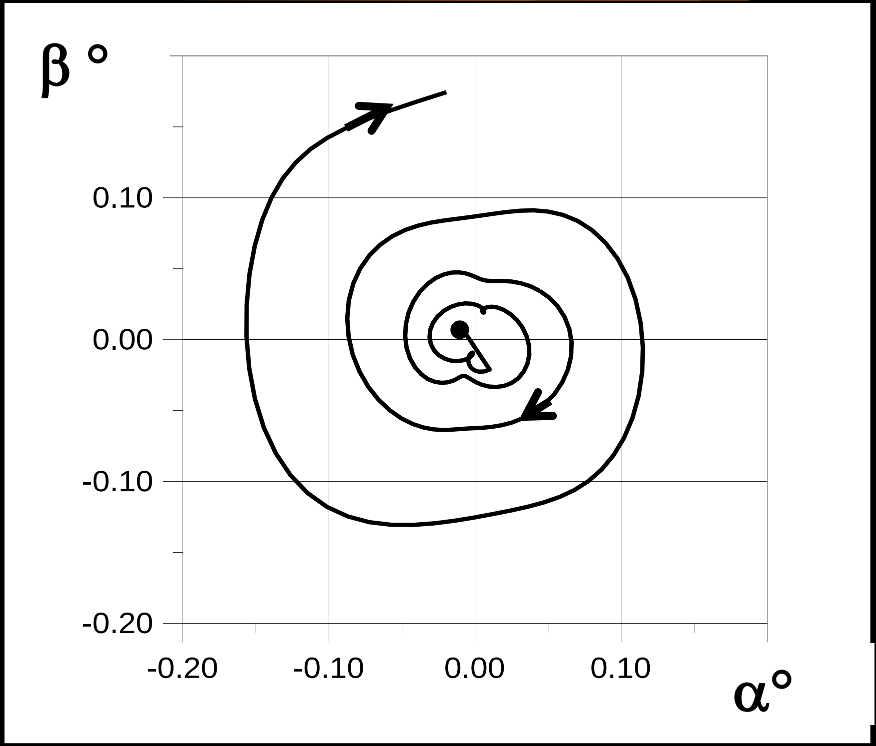
Варьируемые параметры математической модели АЗ и начальные условия (ω_c = const = 0.0465 c^{-1})

Рис. №	Параметры модели		Начальные условия и время интегрирования			
	ω_0 °/с	δ_0	θ_{20} °	ω_{20} °/с	ω_{30} °/с	Δt с
25а	3.0	0.68	0.0033	0	0	5500
25б	4.0	0.68	0.0033	0	0	1500
26а	3.0	0.165	4.0	-0.05	-0.05	540
26б	3.0	0.165	2.5	-0.02	-0.02	540
26в	3.0	0.165	2.0	-0.28	0.28	450

Начальная стадия неустойчивой нутации А3 при $\omega_0 = 3°/c$ и при $\omega_0 = 4°/c$, математическое моделирование

- а) См. табл. 24

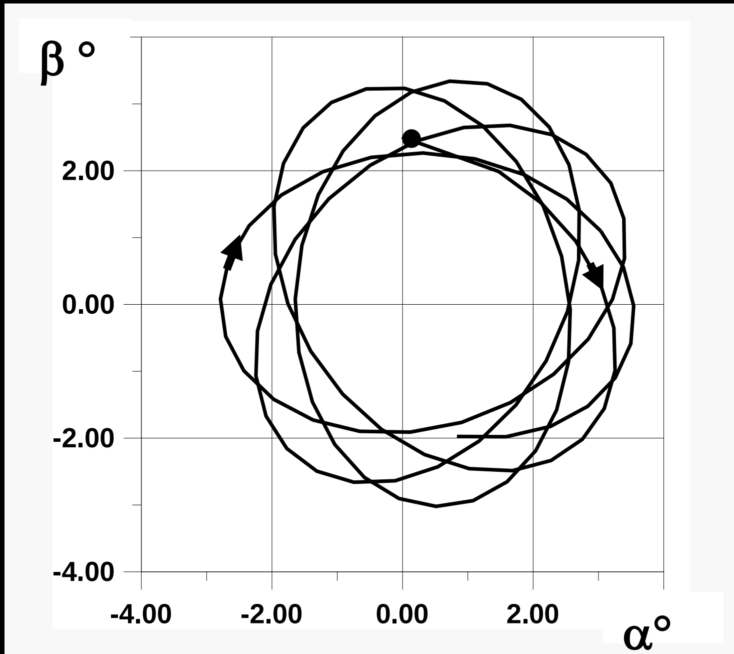




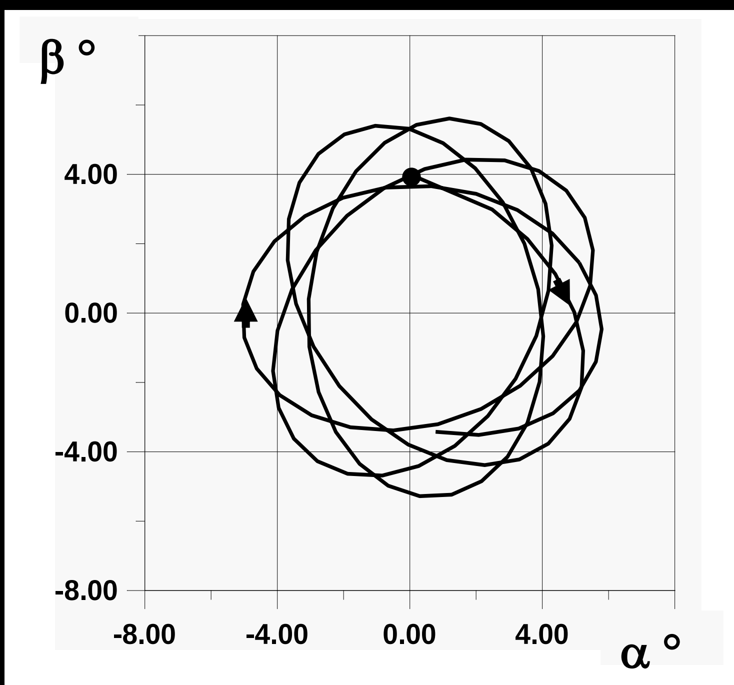
- б) См. табл. 24

Развитая неустойчивая нутация АЗ при $\omega_0 = 3^\circ / c$, математическое моделирование

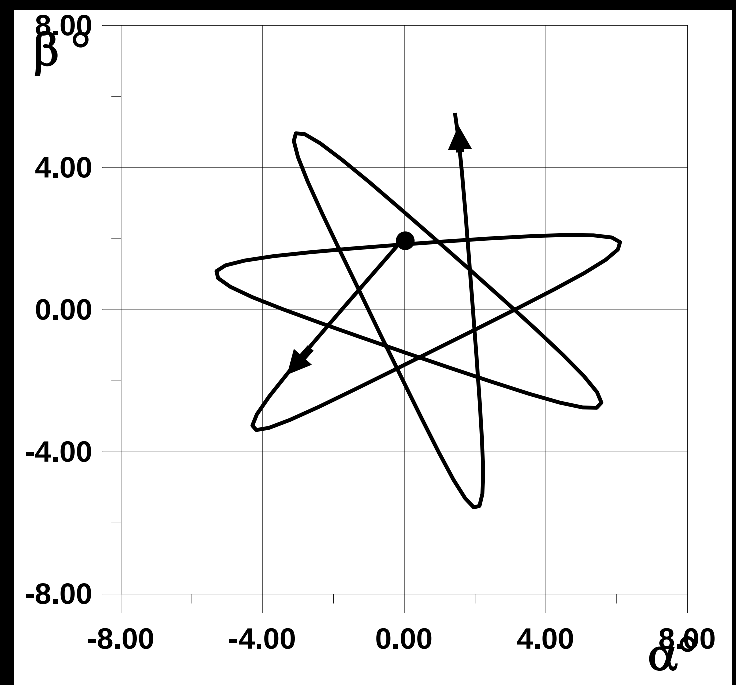
- а), б), в) см. табл. 24



а)

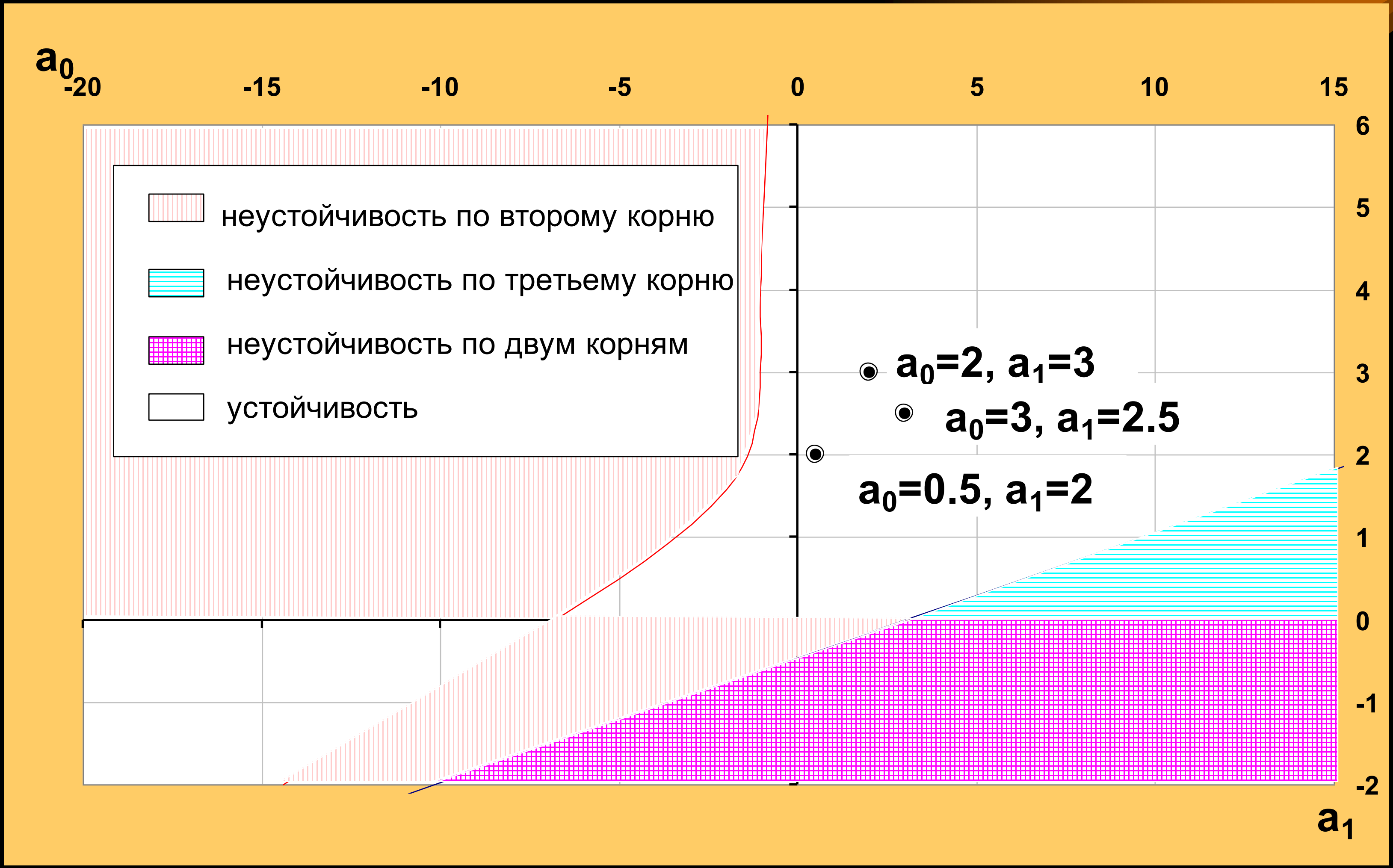


б)

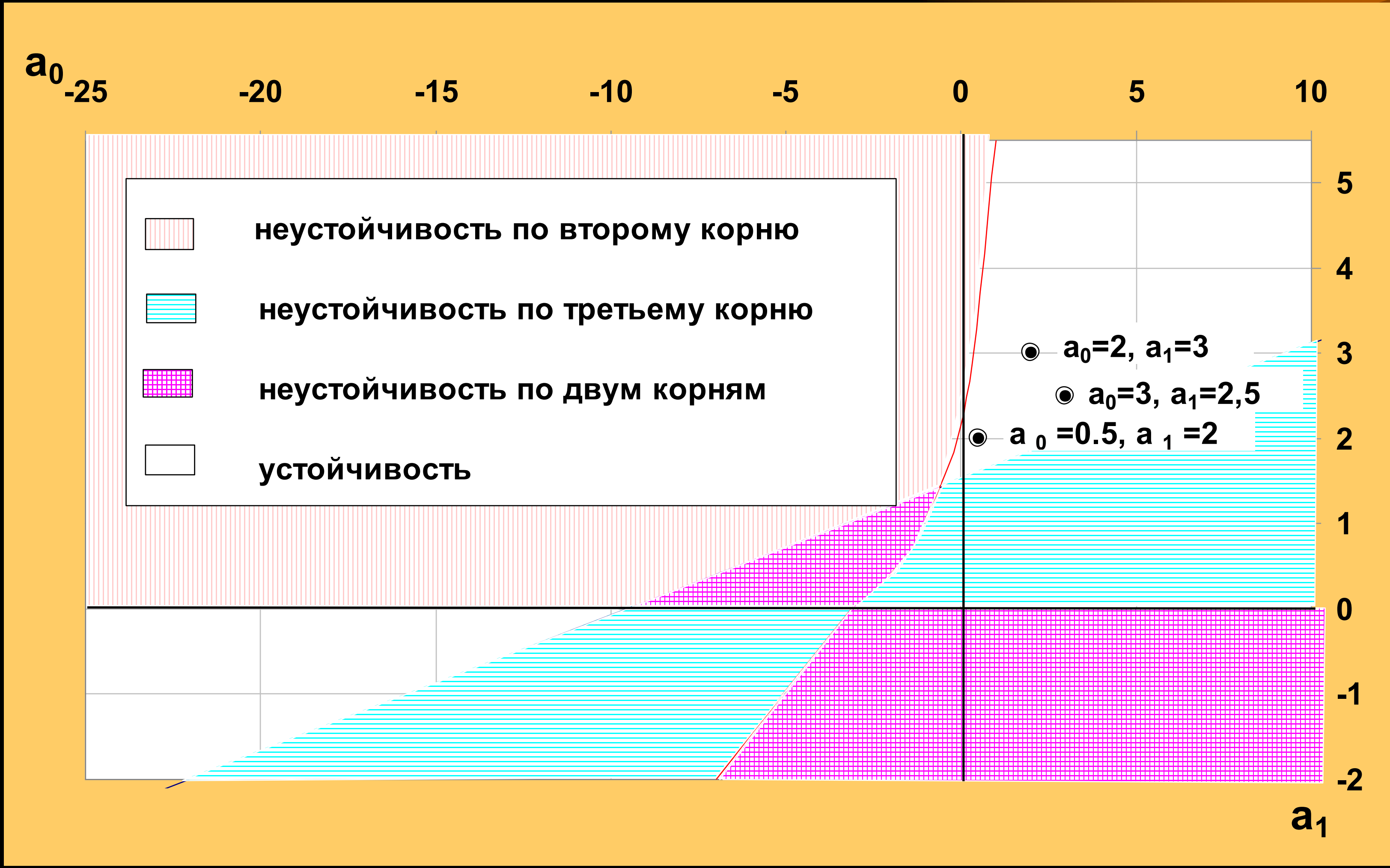


в)

Области устойчивости и неустойчивости в параметрах a_0, a_1 ($\omega_0 = 0.06$ c^{-1})

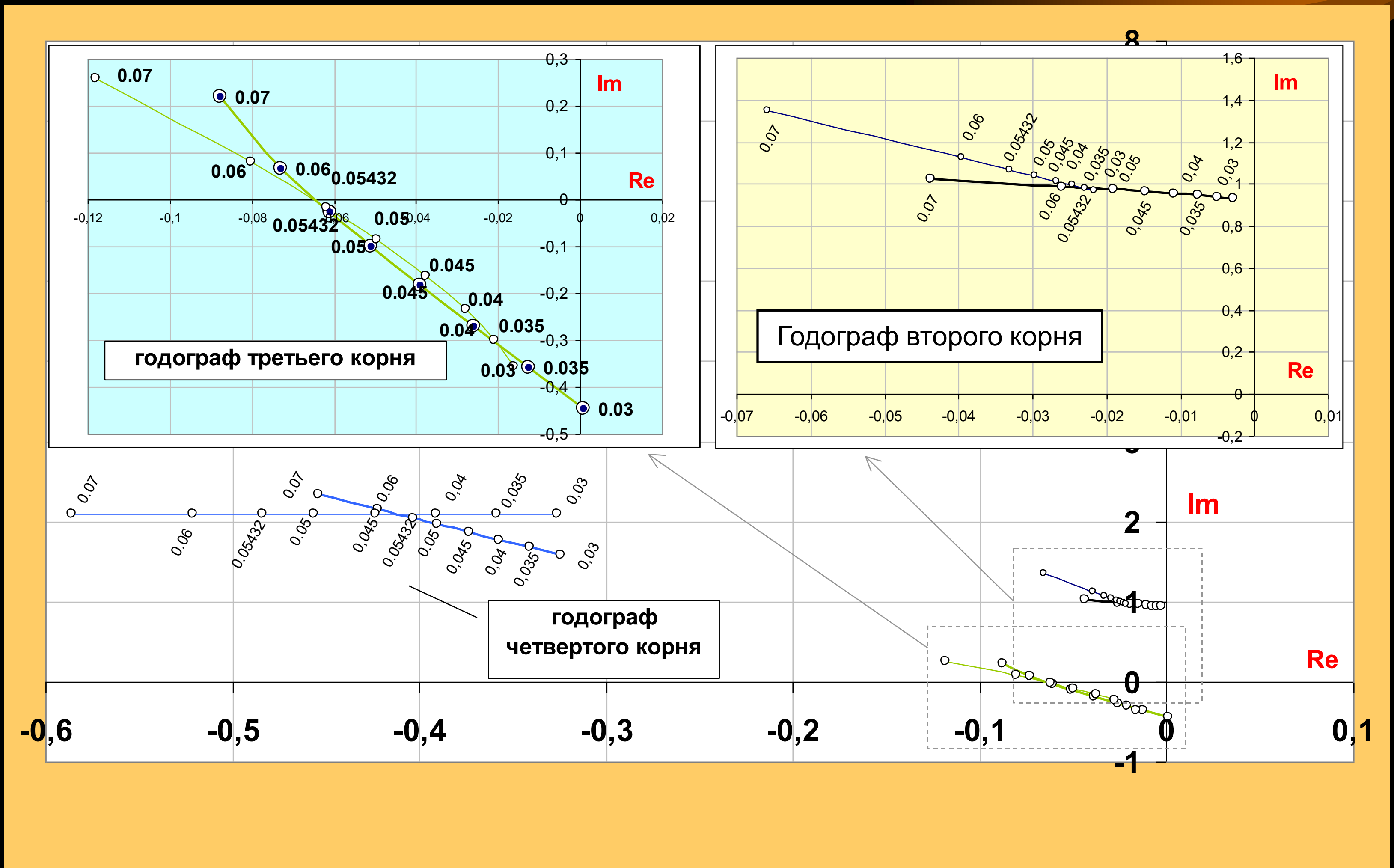


Области устойчивости и неустойчивости в параметрах a_0, a_1 ($\omega_0 = 0.03\ c^{-1}$)



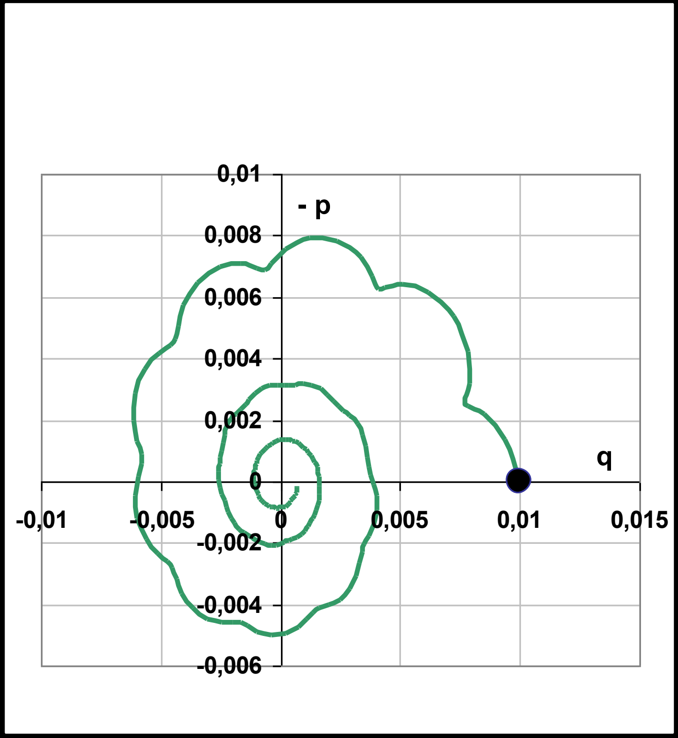
Корневые годографы КА типа А3 с МГД элементами и акселерометрами в контуре управления (a_0=2, a_1=3) при изменении параметра $\Delta\omega$

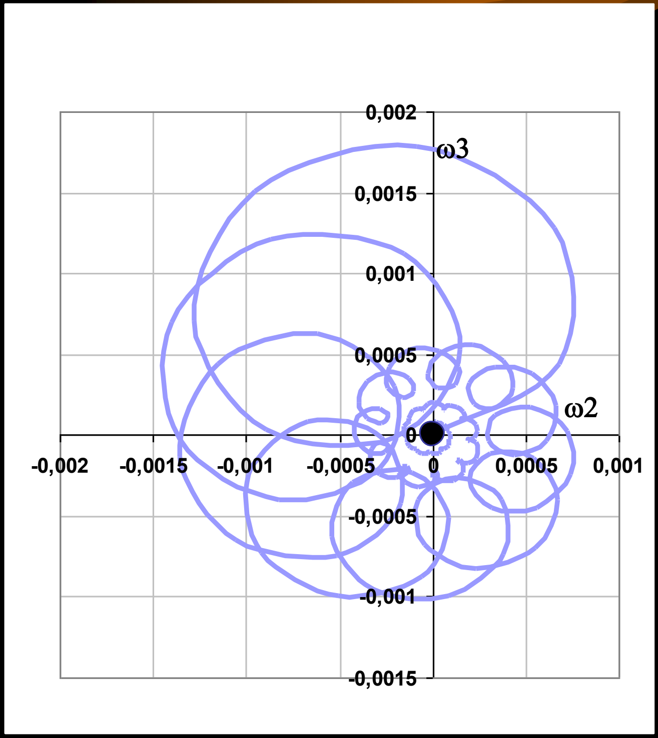
(толстая линия - точные, тонкая линия – приближенные)



Математическое моделирование нутации гироскопически устойчивого КА типа А3
(ω_c = 0.06 c^{-1})

Годограф конца вектора **S** относительных перемещений массы **m** при упругих деформациях стержня

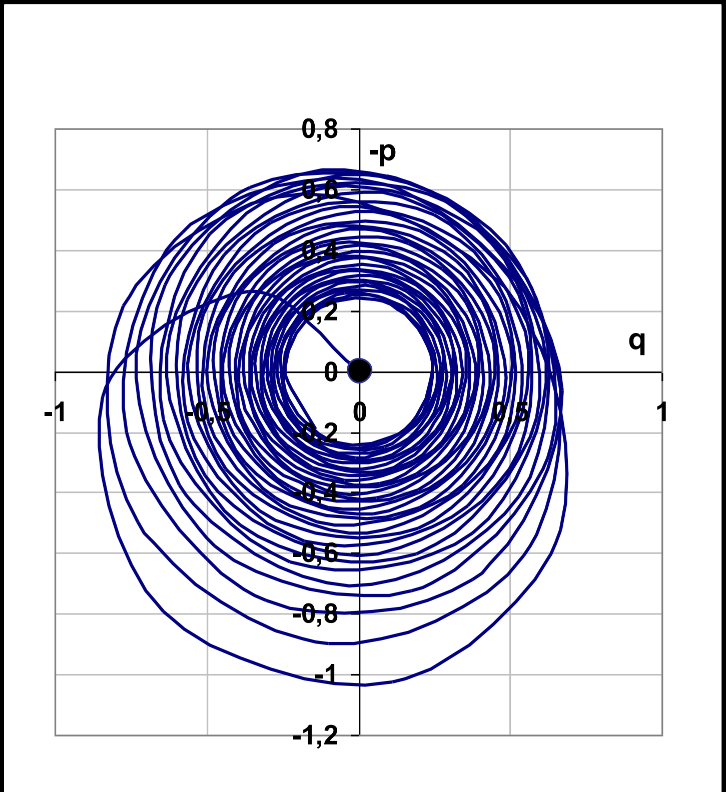


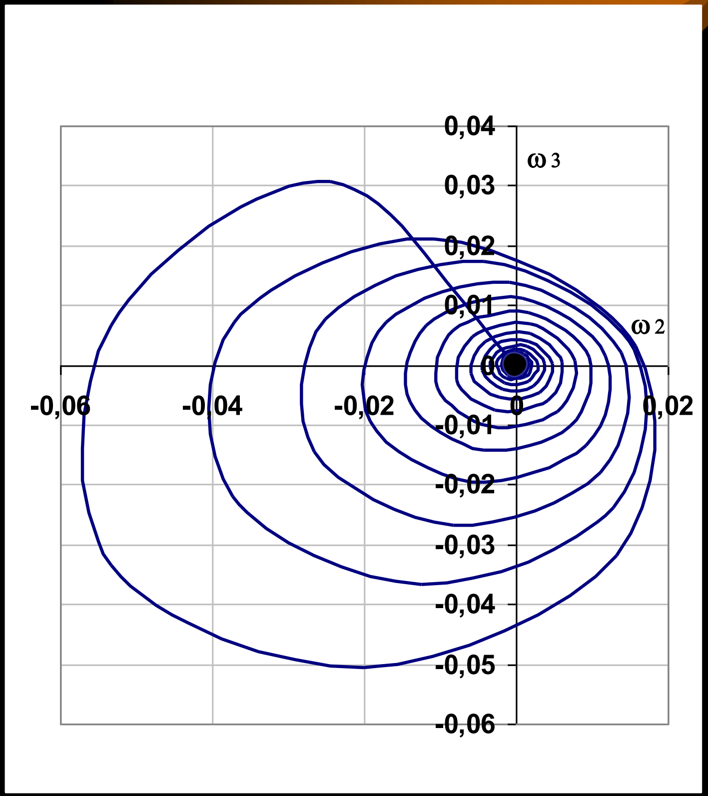


Годограф вектора **ω** , образованного компонентами абсолютной угловой скорости вращающегося объекта

Математическое моделирование одноосной стабилизации гироскопически устойчивого КА типа АЗ с МГД элементами и акселерометрами
(ω_c = 0.06 с $^{-1}$, a_0 = 2, a_1= 3)

Годограф конца вектора **S** относительных перемещений массы **m** при упругих деформациях стержня



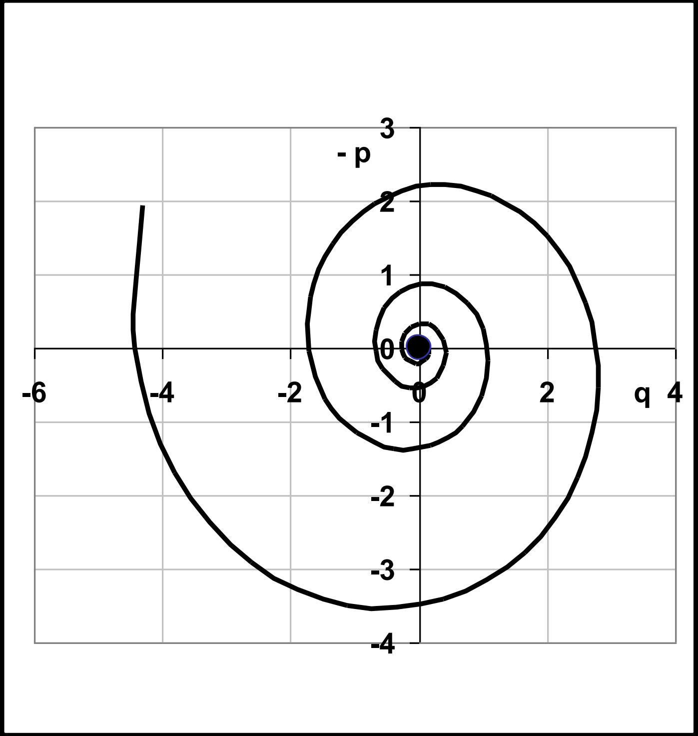


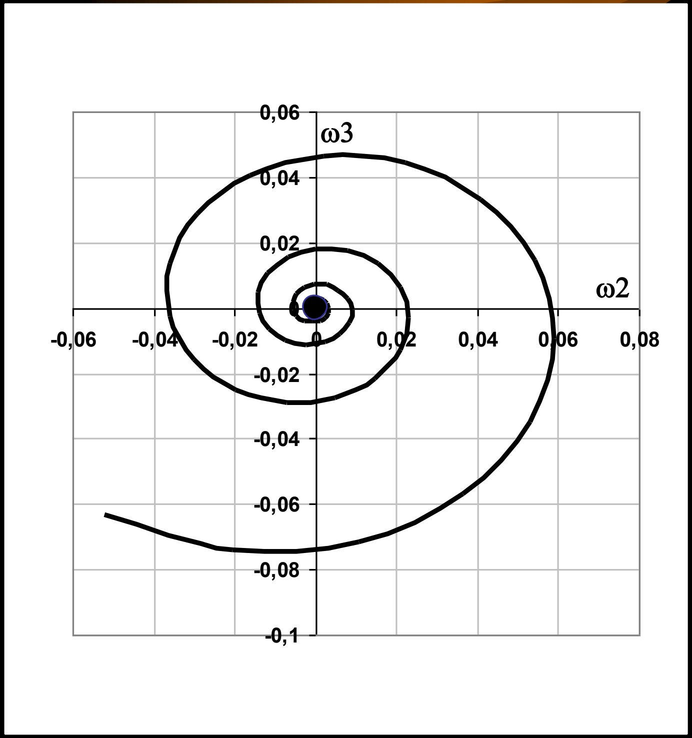
Годограф вектора **ω** , образованного компонентами абсолютной угловой скорости вращающегося объекта

Математическое моделирование нутации гироскопически неустойчивого КА типа А3

$(\omega_c = 0.03\ c^{-1})$

Годограф конца вектора **S** относительных перемещений массы **m** при упругих деформациях стержня

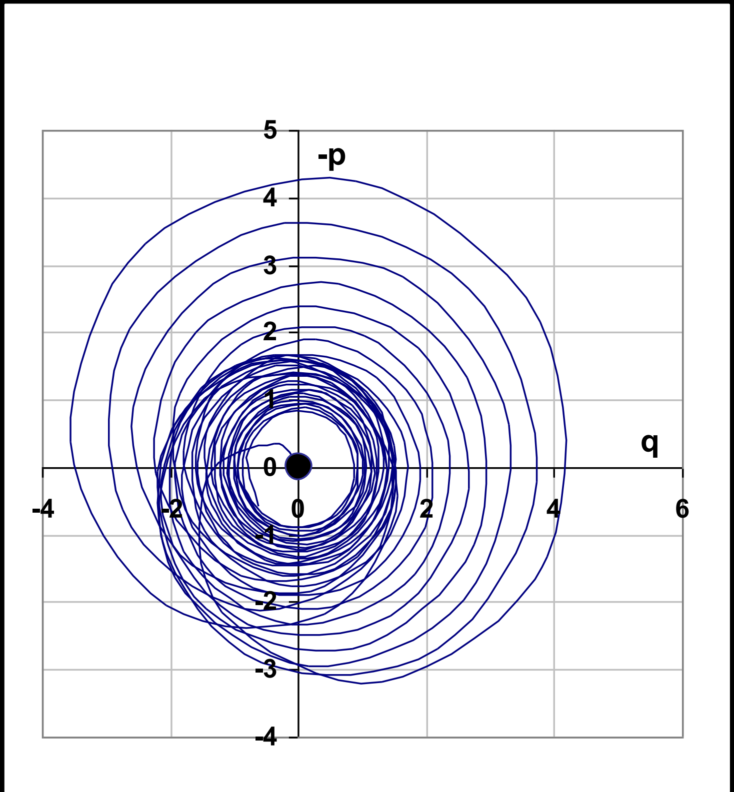


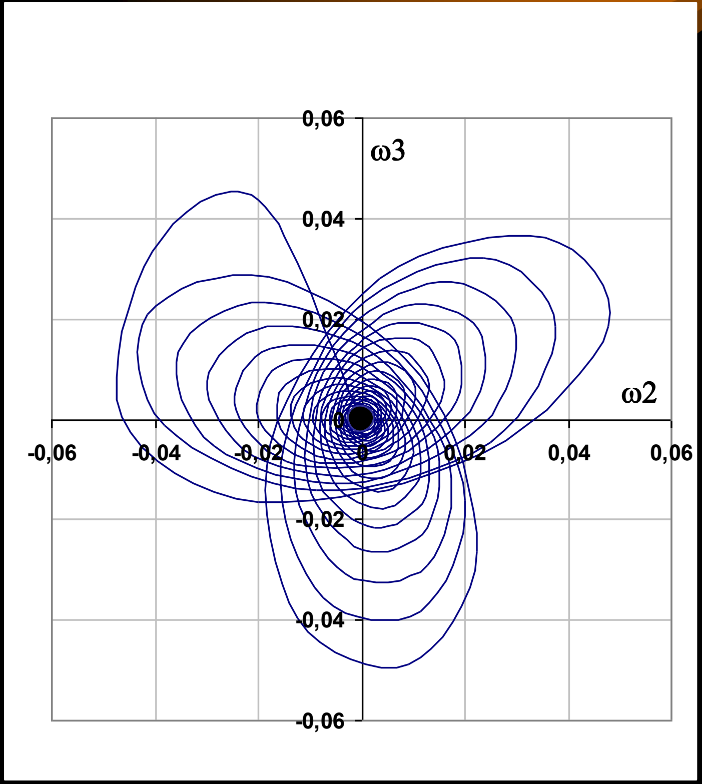


Годограф вектора **ω** , образованного компонентами абсолютной угловой скорости вращающегося объекта

Математическое моделирование одноосной стабилизации гироскопически неустойчивого КА типа А3 с МГД элементами и акселерометрами
(ω_c = 0.03 c^{-1}, a_0 = 2, a_1 = 3)

Годограф конца вектора **S** относительных перемещений массы **m** при упругих деформациях стержня

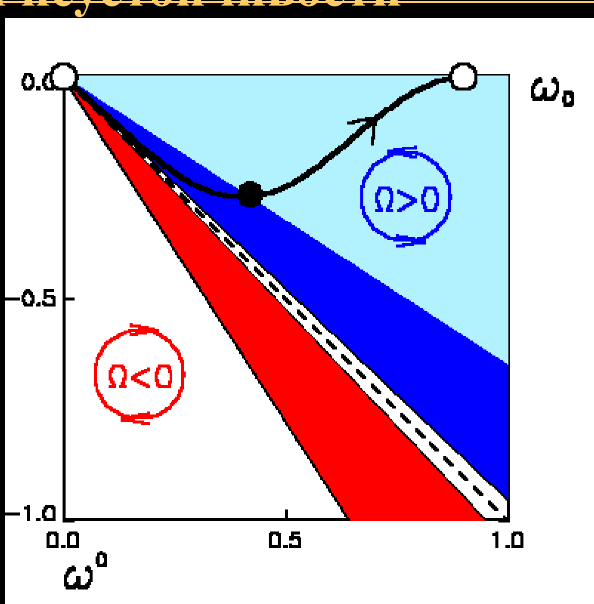




Годограф вектора **ω** , образованного компонентами абсолютной угловой скорости вращающегося объекта

МГД элемент в форме жидкого гироскопа

Области устойчивости и неустойчивости

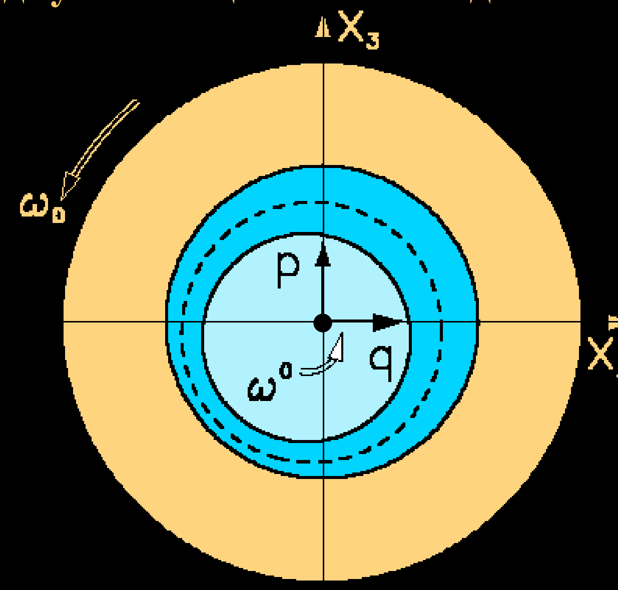


Математическая модель

$$\ddot{\zeta} + (i\tilde{h} + \gamma)\dot{\zeta} + [\tilde{h}(1+\sigma)^2 - \tilde{h}^2/4]\zeta = 0;$$

$$\zeta = s/r_0; \quad s = q - ip; \quad \sigma = \omega^0/\omega_0; \quad \tilde{h} = h/r_0.$$

r_0, h - средние радиус и толщина слоя жидкости



Корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + (i\tilde{h} + \gamma)\lambda + \tilde{h}(1+\sigma)^2 - \tilde{h}^2/4 = 0;$$

$$\lambda = (\frac{\gamma}{2} \pm i\Omega)(1 \mp \frac{\tilde{h}}{2\Omega}); \quad \Omega = \sqrt{\tilde{h}(1+\sigma)}.$$

Границы устойчивости

$$\Omega_{1,2} = \pm\tilde{h}/2; \quad \sigma_{1,2} = -1 \pm \sqrt{\tilde{h}}/2.$$

Магнитогидродинамический элемент в задачах стабилизации ракет-носителей и космических аппаратов

Основные результаты

- Применение в РКТ ЖРД нового поколения, обладающих фазо-частотными характеристиками давление на входе в насос – давление в камере сгорания с фазовым опережением на доминантных частотах колебаний замкнутой системы корпус РН – жидкость в магистрали повышает вероятность динамической неустойчивости этих колебаний (явления POGO).
- Применение на КА с одноосной стабилизацией низкочастотных упругих элементов, расположенных вдоль оси закрутки, может приводить к неустойчивости стационарного вращения КА вокруг оси максимального момента инерции. При этом логарифмический инкремент нутационных колебаний пропорционален соответствующему декременту собственных колебаний упругого элемента и разности угловой скорости закрутки КА и круговой частоты этих колебаний

Магнитогидродинамический элемент в задачах стабилизации ракет-носителей и космических аппаратов

Основные результаты (продолжение)

- Одним из возможных методов борьбы с такого рода явлениями, позволяющим кардинально решать подобные задачи, когда другие методы оказываются мало эффективными, является создание дополнительного контура управления, включающего МГД исполнительные элементы и интегрирующие акселерометры, ДУС или другие измерители.

- Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 97-01-00536)