Устойчивые режимы одного класса динамических систем с импульсными воздействиями

Леонид Ивановский

Аспирант,
ЯрГУ им. П.Г.Демидова

Исследуемая динамическая система

$$\dot{u}_j = d(u_{j+1} - u_j) + \lambda[-1 + \alpha f(u_j(t-1)) - \beta g(u_j)]u_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

Исследуемая динамическая система

$$\dot{u}_j = d(u_{j+1} - u_j) + \lambda[-1 + \alpha f(u_j(t-1)) - \beta g(u_j)]u_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

$$\underline{u_1 = u_{m+1}},$$

$$m \geq 2,\ \lambda \gg 1,\ \beta > 0,\ \alpha > 1 + \beta,$$

$$u_j = u_j(t) > 0,\ f(u), g(u) \in C^2(\mathbb{R}_+),$$

$$0 < \beta g(u) < \alpha,\ f(0) = g(0) = 1;$$

$$f(u), g(u), uf'(u), ug'(u), u^2 f''(u), u^2 g''(u) = O(1/u),\ u \to +\infty.$$

Замены

$$u_1 = \exp\left(\frac{x}{\varepsilon}\right), \quad \varepsilon = \frac{1}{\lambda} << 1,$$

$$u_j = \exp\left(\frac{x}{\varepsilon} + \sum_{k=1}^{j-1} y_k\right), \quad j = \overline{2, m},$$

Замены

$$u_1 = \exp\left(\frac{x}{\varepsilon}\right), \quad \varepsilon = \frac{1}{\lambda} << 1,$$

$$u_j = \exp\left(\frac{x}{\varepsilon} + \sum_{k=1}^{j-1} y_k\right), \quad j = \overline{2, m},$$

$$\dot{x} = -1 + \alpha f\left(\exp\left(\frac{x(t-1)}{\varepsilon}\right)\right) - \beta g\left(\exp\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)\right).$$

Линейная импульсная система

$$\dot{y}_j = d[\exp y_{j+1} - \exp y_j], \quad j = \overline{1, m-1}, \tag{2}$$

$$y_j(+0) = \frac{\alpha - 1}{\alpha - \beta - 1} y_j(-0),$$

$$y_j(1+0) = y_j(1-0) - \frac{\alpha}{\alpha - 1} y_j(+0),$$

$$y_j(\alpha + 0) = (1+\beta) y_j(\alpha - 0),$$

$$y_j(\alpha + 1 + 0) = y_j(\alpha + 1 - 0) - \frac{\alpha}{1+\beta} y_j(\alpha + 0),$$

$$y_m = -\sum_{k=1}^{m-1} y_k.$$

Модельное отображение

$$\Phi(z) : \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{m-1} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} y_1(T_0) \\ \vdots \\ y_{m-1}(T_0) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$y_1(-0) = z_1, \; \dots \; , \; y_{m-1}(-0) = z_{m-1},$$

$$T_0 = \alpha + 1 + (\beta + 1)/(\alpha - \beta - 1).$$

Модельное отображение

$$\Phi(z) : \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{m-1} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} y_1(T_0) \\ \vdots \\ y_{m-1}(T_0) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$y_1(-0) = z_1, \; \dots \; , \; y_{m-1}(-0) = z_{m-1},$$

$$T_0 = \alpha + 1 + (\beta + 1)/(\alpha - \beta - 1).$$

Теорема

Любой грубой неподвижной точке z_* отображения (3), в системе (1) соответствует цикл периода T_0 с теми же свойствами устойчивости.

Метод исследования

Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Релаксационные автоколебания в нейронных системах. II // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47, № 12. С. 1675 – 1692.

Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Релаксационные автоколебания в нейронных системах. III // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48, № 2. С. 155 – 170.

$$\Phi(z) : \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{m-1} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} y_1(T_0) \\ \vdots \\ y_{m-1}(T_0) \end{pmatrix},$$

$$y_1(-0) = z_1, \; \ldots \; , \; y_{m-1}(-0) = z_{m-1},$$

$$T_0 = \alpha + 1 + (\beta + 1)/(\alpha - \beta - 1).$$

Результаты исследования: двумерный случай

$$m = 3:$$

Результаты исследования: двумерный случай

$$m = 3:$$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = d[\exp y_2 - \exp y_1], \\ \dot{y}_2 = d[\exp y_3 - \exp y_2], \end{cases}$$

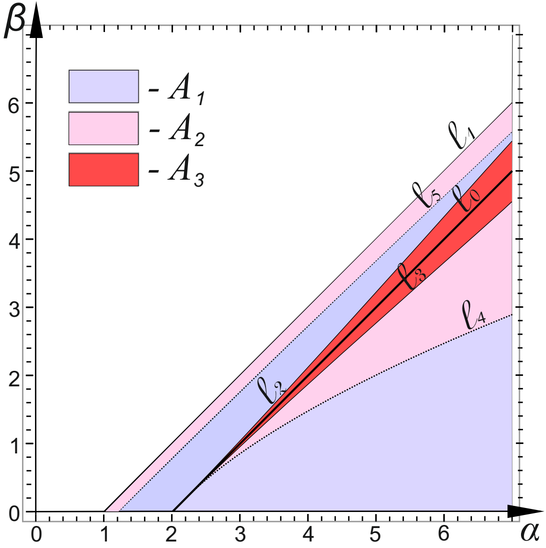
Результаты исследования: двумерный случай

$$m = 3:$$

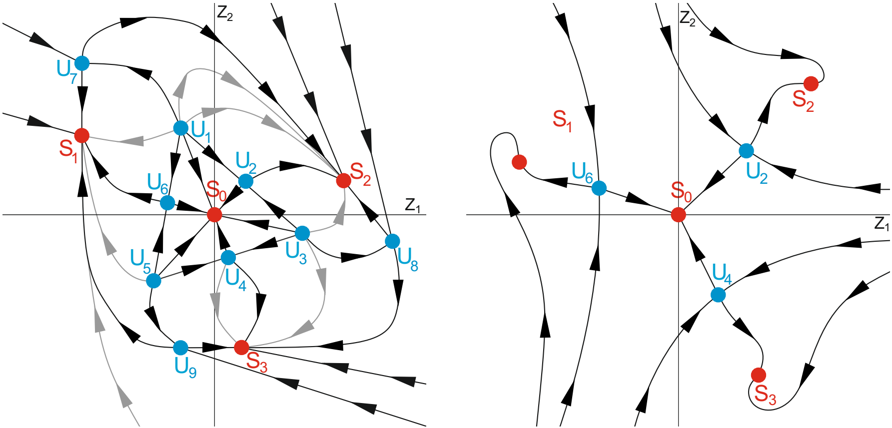
$$\begin{cases} \dot{y}_1 = d[\exp y_2 - \exp y_1], \\ \dot{y}_2 = d[\exp y_3 - \exp y_2], \end{cases}$$

$$\Phi(z): \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} y_1(T_0) \\ y_2(T_0) \end{pmatrix}.$$

Области с одинаковыми сценариями фазовых перестроек



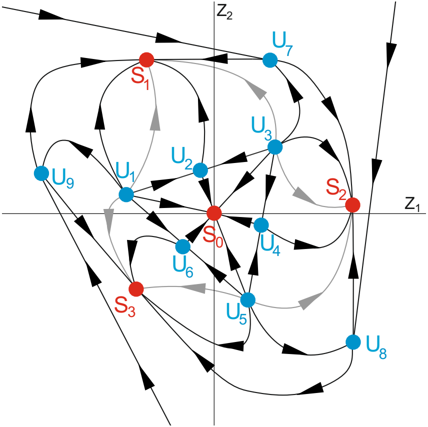
Основные бифуркации в области A_1



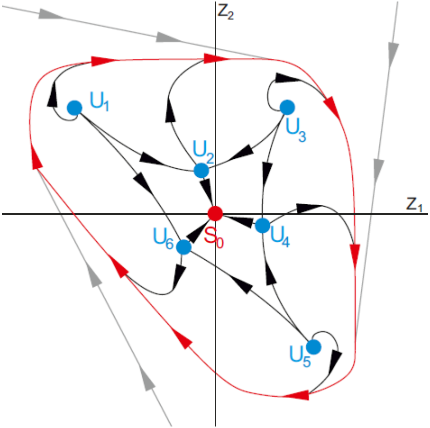
$d < 0.008$ $\qquad$ $0.008 < d < 0.19$

$$\alpha = 3.6, \beta = 0.4$$

Основные бифуркации в области A_2



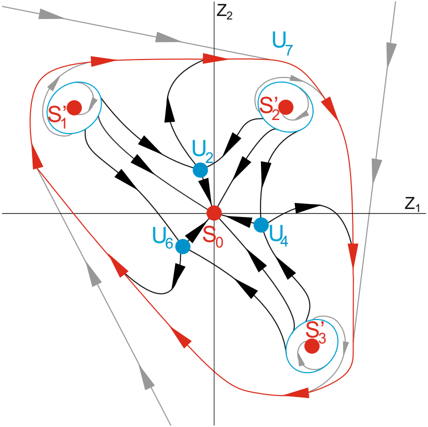
$d < 0.316$



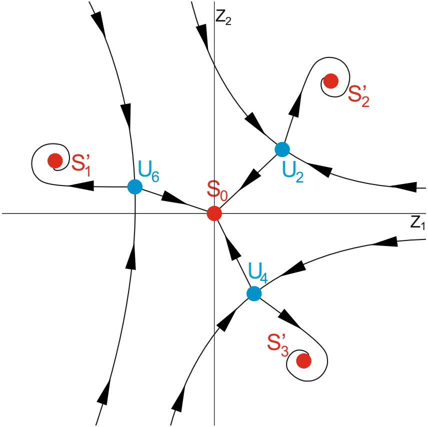
$0.316 < d < 0.317$

$$\alpha = 1.9, \beta = 0.1$$

Основные бифуркации в области A_2



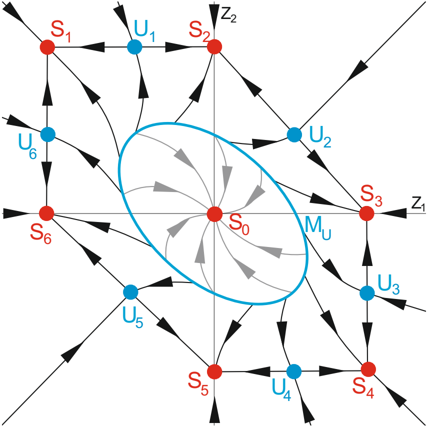
$0.317 < d < 0.3174$



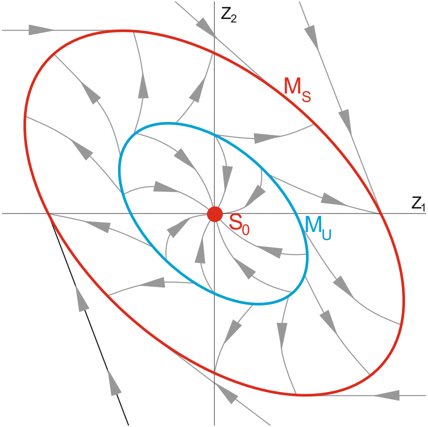
$0.3174 < d < 0.3178$

$$\alpha = 1.9, \beta = 0.1$$

Основные бифуркации в области A_3



$d < 0.013$



$0.013 < d < 0.017$

$$\alpha = 2.1, \beta = 0.1$$